

Livre

Mathématiques 11^e

Recherche et stratégies

Nombres et opérations

Fonctions et algèbre

Espace

Grandeurs et mesures

ciip:

Conférence intercantonale
instruction publique et culture
Suisse romande et Tessin

Impressum : *Mathématiques 11^e* Livre de l'élève

Le présent ouvrage compose la collection *Mathématiques 9-10-11*, renouvelée pour assurer la cohérence avec les moyens d'enseignement *Mathématiques 1-8*. Il s'inscrit dans la continuité des ouvrages coédités précédemment avec les Éditions Loisirs et Pédagogie (LEP), envers lesquelles la CIIP est reconnaissante.

Édition 2026

Pour la partie *Recherche et stratégies* (RS) de cette nouvelle édition, nous remercions pour leur engagement :

Rédaction Ivan Corminboeuf

Appui didactique et scientifique Michel Mante, Sylvie Coppé

Coordination Yolande Berga

Administration et relecture Kylie Jacquet, Myriam Hulmann

Iconographie Debora Orlando, Laura Pierini

Sous-groupe COPED Viridiana Marc, Alain Ramelet, David Rey, Samuel Rohrbach, François Sulliger

Pour les activités présentes dans les axes thématiques et dont la majorité des contenus a été reprise pour cette nouvelle édition, nous remercions :

Rédaction Ivan Corminboeuf, président ; Claude Lecoultré, Michel Mante, Denis Odiet.

Réalisation Hervé Schild, président ; Pascal Carron, Philippe Dubath, François Günter, Gilles Jeanneret, Denis Odiet, Sandrine Rudaz.

Expertise Nicolas Dreyer, président ; Hedwige Aymon, Stéphane Clivaz, Isabelle Nicolazzi.

Validation Annemarie Merkelbach, présidente ; Yolande Berga, Pierre-Marie Gabioud, Pascal Knubel, Rachel Meyer-Bovet, Jérôme Pelisson.

Nous remercions également les commissions et conférences intercantionales impliquées, ainsi que les cantons de Berne, Fribourg, Genève, Jura, Neuchâtel, Valais et Vaud.

Pour faciliter la lecture du document, le masculin générique est utilisé pour désigner les personnes des deux sexes. Lorsqu'une distinction est faite, il s'agit d'une nuance entre les hommes et les femmes qui se doit d'être mise en évidence.

Les moyens d'enseignement de la CIIP sont imprimés pour l'ensemble des élèves de la scolarité obligatoire des cantons romands. Pour des raisons économiques les différents ouvrages, et en particulier les livres de l'élève, sont imprimés pour plusieurs années. Ainsi, il est possible qu'un temps de latence plus ou moins important existe entre le moment où une décision est prise (par exemple, reconnaissance d'un État), où une erreur est constatée, et celui où la modification qui en découle est prise en considération dans les moyens d'enseignement romands.

Illustrations Louiza Becquelin, Lausanne : 50, 52, 68 ; Yuri Coles, Genève : 29, 84m, 85m, 178m

Conception graphique Design NG Tornay

Impression Cavin-Baudat SA

Réalisation UMER-SO – Unité des moyens d'enseignement romands pour la scolarité obligatoire

ISBN 978-2-88500-474-8

CATARO 023084

Édition 1 (2026)

Copyright

Neuchâtel, 2026, © CIIP, Conférence intercantonale de l'instruction publique et de la culture de la Suisse romande et du Tessin

Faubourg de l'Hôpital 68, case postale 556

2002 Neuchâtel

www.ciip.ch

Tous droits réservés pour tous les pays

Préambule

Ton *Livre 11^e* est le support principal de ton travail en mathématiques pour cette année ; il est accompagné du *Fichier 11^e* et d'un *Aide-mémoire* ; tous font partie de la collection *Mathématiques 9-10-11*.

Les grands axes de cet ouvrage sont reconnaissables grâce aux différentes couleurs. Tu vas ainsi rencontrer un ensemble d'activités regroupées sous

Recherche et stratégies

Nombres et opérations

Fonctions et algèbre

Espace

Grandeurs et mesures

Dans tous ces chapitres, tu pourras utiliser ta curiosité, ta patience et, seul ou en groupe, user de différentes stratégies ainsi que développer et consolider tes connaissances et outils de base.

Tous les élèves de 11^e année de la Suisse romande travaillent sur ces « axes thématiques », définis par le Plan d'études romand (PER) – voir p. 6. Des éléments de ce PER figurent sur les pages de titre des différents chapitres, pour que tu puisses, aidé de ton enseignant ou de ton enseignante et de tes parents, mieux connaître les objectifs et les buts de ton travail.

Au début de l'année scolaire suivante, ton livre sera transmis à un nouvel élève de 11^e, ce qui veut dire que rien ne doit y être écrit ; en revanche, le *Fichier* et l'*Aide-mémoire* t'appartiennent et tu peux y noter ce qui est nécessaire.

On dit parfois que les mathématiques sont un domaine d'études difficile, nécessitant un entraînement régulier. Elles peuvent être aussi, et d'abord, un plaisir et un enrichissement, à l'image d'un jeu de construction complexe, jamais totalement achevé, mais si passionnant à créer.

Que ce livre puisse t'accompagner, en couleurs, en sourire et en confiance, dans tes nouveaux apprentissages !

Les rédacteurs

« Il n'existe pas d'idée franchement mauvaise, ce qui est franchement mauvais, c'est de ne pas avoir d'idée du tout. »

GEORGE PÓLYA
(1887-1985), mathématicien américain

Repères graphiques

Les axes thématiques

Chaque domaine est défini par une couleur, facilement repérable grâce aux onglets en haut de page.

16 Des stratégies de résolution de problèmes | Recherche

RS10 La visite de Paris

Tante Julie fait visiter Paris à ses trois neveux. Chacun en fait Jérôme : « Nous sommes montés à la tour Eiffel, mais pas et nous avons visité l'Arc de Triomphe. » Nathalie : « Nous sommes montés à la tour Eiffel et à la tour n'avons visité ni l'Arc de Triomphe, ni le Musée Gilles : « Nous ne sommes pas montés à la tour Eiffel, ni

30 Nombres réels | Nombres et opérations 11^e

NO10 Renversant !

On peut justifier la réponse d'une division par l'exercice

84 Fonctions et diagrammes | Fonctions et algèbre 11^e

FA31 Les petites dernières

Deux fonctions f_i et i sont définies par :

$$f_i(x) = 2x^3 \quad i(x) = \frac{2}{x}$$

Représente-les graphiquement.

194 Figures géométriques planes | Espace 11^e

ES13 Discussion autour d'un angle

Sachant que la droite e est parallèle à BC , calcule la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$. Justifie chacune de tes déductions.

Voici le devoir de trois élèves sur le problème ci-dessus. Qui a raison ?

244 Lignes, surfaces et théorèmes | Grands et

GM39 Le losange et le carré

- Les diagonales d'un losange mesurent 12 cm. Quel est le périmètre de ce losange ? Et son aire ?
- La diagonale d'un carré mesure 11 cm. Quel est le périmètre de ce carré ? Et son aire ?

GM40 D'un sommet à une diagonale

- Le triangle DEF , rectangle en F , est tel que i . Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{DEF}$?

Le livre

Les activités du livre sont prévues pour être effectuées, par exemple, dans un cahier. Ce livre est un objet transmissible que tu restitueras à la fin de ton année scolaire. Tu dois en prendre soin.

Au début de chaque chapitre, tu trouveras une double page comprenant une introduction, les objectifs et le sommaire.

Nombres réels



Naturel, relatif, fractionnaire, décimal, rationnel, irrationnel, réel... Ces adjectifs que tu as rencontrés depuis la 5^e année qualifient les nombres et permettent d'identifier leur principale propriété. Ils sont le reflet des progrès réalisés au fil des siècles dans les connaissances numériques et opératoires : au cours des derniers millénaires, les hommes ont mis au point les nombres réels et les ont développés.

De nouveaux nombres et opérations, de 1/2 à 1000, ont permis par 2 et 10, sont apparus au cours de cette longue évolution, facilitant ainsi la vie quotidienne et servant à la résolution de problèmes mathématiques.

Et cette évolution ne s'arrête pas aux nombres réels : ces différents ensembles sont inclus dans des structures plus vastes encore, où les nombres sont qualifiés d'imaginaires, de complexes...

Apprentissages visés

- Comparaison, approximation, encadrement, représentation sur une droite et ordre de grandeur de nombres écrits sous forme de puissance, de notation scientifique, de racine
- Utilisation de procédures de calcul réfléchi ou de calcul mental avec des nombres rationnels sous forme décimale et fractionnaire pour obtenir un résultat exact ou une estimation (quatre opérations, puissances et racines)
- Connaissance et utilisation des différentes écritures d'un même nombre
- Connaissance et utilisation des propriétés des opérations pour organiser et effectuer des calculs de manière efficace et pour donner des estimations
- Utilisation des algorithmes pour effectuer des calculs de façon efficace avec des nombres rationnels
- Connaissance et utilisation des diverses fonctions de la calculatrice
- Prise en compte de l'ordre dans lequel elle effectue les opérations

Sommaire

Nombres relatifs	
Pour réactiver certaines connaissances	28
Multiplication et division de nombres relatifs	28
Nombres rationnels	
Pour réactiver certaines connaissances	32
Multiplication et division de fractions	33
Pour consolider et approfondir	37
Puissances et racines	
Pour réactiver certaines connaissances	40
Puissances et notation scientifique	40
Racines	44
Encore quelques problèmes	46

Chaque activité précédée des initiales de l'axe thématique est numérotée.

Des onglets renvoient à une activité qui se trouve dans le fichier.

Tu trouveras des encadrés culturels en rapport avec l'activité.

Nombres réels | Nombres et opérations 11^e

Nombres rationnels

Fichier : Que sais-tu ? p. 5

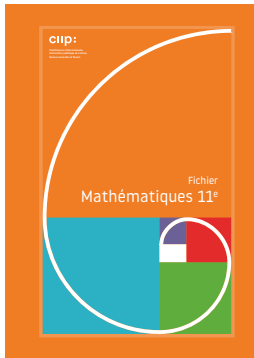
Pour réactiver certaines connaissances

Fichier : NO24 et NO22

NO24 On cherche

Détermine ces nombres :

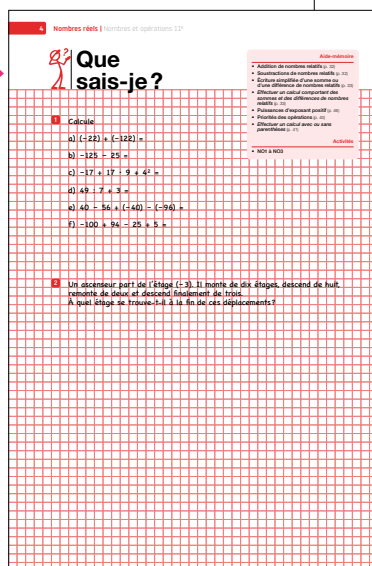
$\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{7}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{11}$; $\frac{1}{12}$; $\frac{1}{13}$; $\frac{1}{14}$; $\frac{1}{15}$; $\frac{1}{16}$; $\frac{1}{17}$; $\frac{1}{18}$; $\frac{1}{19}$; $\frac{1}{20}$; $\frac{1}{21}$; $\frac{1}{22}$; $\frac{1}{23}$; $\frac{1}{24}$; $\frac{1}{25}$; $\frac{1}{26}$; $\frac{1}{27}$; $\frac{1}{28}$; $\frac{1}{29}$; $\frac{1}{30}$; $\frac{1}{31}$; $\frac{1}{32}$; $\frac{1}{33}$; $\frac{1}{34}$; $\frac{1}{35}$; $\frac{1}{36}$; $\frac{1}{37}$; $\frac{1}{38}$; $\frac{1}{39}$; $\frac{1}{40}$; $\frac{1}{41}$; $\frac{1}{42}$; $\frac{1}{43}$; $\frac{1}{44}$; $\frac{1}{45}$; $\frac{1}{46}$; $\frac{1}{47}$; $\frac{1}{48}$; $\frac{1}{49}$; $\frac{1}{50}$; $\frac{1}{51}$; $\frac{1}{52}$; $\frac{1}{53}$; $\frac{1}{54}$; $\frac{1}{55}$; $\frac{1}{56}$; $\frac{1}{57}$; $\frac{1}{58}$; $\frac{1}{59}$; $\frac{1}{60}$; $\frac{1}{61}$; $\frac{1}{62}$; $\frac{1}{63}$; $\frac{1}{64}$; $\frac{1}{65}$; $\frac{1}{66}$; $\frac{1}{67}$; $\frac{1}{68}$; $\frac{1}{69}$; $\frac{1}{70}$; $\frac{1}{71}$; $\frac{1}{72}$; $\frac{1}{73}$; $\frac{1}{74}$; $\frac{1}{75}$; $\frac{1}{76}$; $\frac{1}{77}$; $\frac{1}{78}$; $\frac{1}{79}$; $\frac{1}{80}$; $\frac{1}{81}$; $\frac{1}{82}$; $\frac{1}{83}$; $\frac{1}{84}$; $\frac{1}{85}$; $\frac{1}{86}$; $\frac{1}{87}$; $\frac{1}{88}$; $\frac{1}{89}$; $\frac{1}{90}$; $\frac{1}{91}$; $\frac{1}{92}$; $\frac{1}{93}$; $\frac{1}{94}$; $\frac{1}{95}$; $\frac{1}{96}$; $\frac{1}{97}$; $\frac{1}{98}$; $\frac{1}{99}$; $\frac{1}{100}$; $\frac{1}{101}$; $\frac{1}{102}$; $\frac{1}{103}$; $\frac{1}{104}$; $\frac{1}{105}$; $\frac{1}{106}$; $\frac{1}{107}$; $\frac{1}{108}$; $\frac{1}{109}$; $\frac{1}{110}$; $\frac{1}{111}$; $\frac{1}{112}$; $\frac{1}{113}$; $\frac{1}{114}$; $\frac{1}{115}$; $\frac{1}{116}$; $\frac{1}{117}$; $\frac{1}{118}$; $\frac{1}{119}$; $\frac{1}{120}$; $\frac{1}{121}$; $\frac{1}{122}$; $\frac{1}{123}$; $\frac{1}{124}$; $\frac{1}{125}$; $\frac{1}{126}$; $\frac{1}{127}$; $\frac{1}{128}$; $\frac{1}{129}$; $\frac{1}{130}$; $\frac{1}{131}$; $\frac{1}{132}$; $\frac{1}{133}$; $\frac{1}{134}$; $\frac{1}{135}$; $\frac{1}{136}$; $\frac{1}{137}$; $\frac{1}{138}$; $\frac{1}{139}$; $\frac{1}{140}$; $\frac{1}{141}$; $\frac{1}{142}$; $\frac{1}{143}$; $\frac{1}{144}$; $\frac{1}{145}$; $\frac{1}{146}$; $\frac{1}{147}$; $\frac{1}{148}$; $\frac{1}{149}$; $\frac{1}{150}$; $\frac{1}{151}$; $\frac{1}{152}$; $\frac{1}{153}$; $\frac{1}{154}$; $\frac{1}{155}$; $\frac{1}{156}$; $\frac{1}{157}$; $\frac{1}{158}$; $\frac{1}{159}$; $\frac{1}{160}$; $\frac{1}{161}$; $\frac{1}{162}$; $\frac{1}{163}$; $\frac{1}{164}$; $\frac{1}{165}$; $\frac{1}{166}$; $\frac{1}{167}$; $\frac{1}{168}$; $\frac{1}{169}$; $\frac{1}{170}$; $\frac{1}{171}$; $\frac{1}{172}$; $\frac{1}{173}$; $\frac{1}{174}$; $\frac{1}{175}$; $\frac{1}{176}$; $\frac{1}{177}$; $\frac{1}{178}$; $\frac{1}{179}$; $\frac{1}{180}$; $\frac{1}{181}$; $\frac{1}{182}$; $\frac{1}{183}$; $\frac{1}{184}$; $\frac{1}{185}$; $\frac{1}{186}$; $\frac{1}{187}$; $\frac{1}{188}$; $\frac{1}{189}$; $\frac{1}{190}$; $\frac{1}{191}$; $\frac{1}{192}$; $\frac{1}{193}$; $\frac{1}{194}$; $\frac{1}{195}$; $\frac{1}{196}$; $\frac{1}{197}$; $\frac{1}{198}$; $\frac{1}{199}$; $\frac{1}{200}$; $\frac{1}{201}$; $\frac{1}{202}$; $\frac{1}{203}$; $\frac{1}{204}$; $\frac{1}{205}$; $\frac{1}{206}$; $\frac{1}{207}$; $\frac{1}{208}$; $\frac{1}{209}$; $\frac{1}{210}$; $\frac{1}{211}$; $\frac{1}{212}$; $\frac{1}{213}$; $\frac{1}{214}$; $\frac{1}{215}$; $\frac{1}{216}$; $\frac{1}{217}$; $\frac{1}{218}$; $\frac{1}{219}$; $\frac{1}{220}$; $\frac{1}{221}$; $\frac{1}{222}$; $\frac{1}{223}$; $\frac{1}{224}$; $\frac{1}{225}$; $\frac{1}{226}$; $\frac{1}{227}$; $\frac{1}{228}$; $\frac{1}{229}$; $\frac{1}{230}$; $\frac{1}{231}$; $\frac{1}{232}$; $\frac{1}{233}$; $\frac{1}{234}$; $\frac{1}{235}$; $\frac{1}{236}$; $\frac{1}{237}$; $\frac{1}{238}$; $\frac{1}{239}$; $\frac{1}{240}$; $\frac{1}{241}$; $\frac{1}{242}$; $\frac{1}{243}$; $\frac{1}{244}$; $\frac{1}{245}$; $\frac{1}{246}$; $\frac{1}{247}$; $\frac{1}{248}$; $\frac{1}{249}$; $\frac{1}{250}$; $\frac{1}{251}$; $\frac{1}{252}$; $\frac{1}{253}$; $\frac{1}{254}$; $\frac{1}{255}$; $\frac{1}{256}$; $\frac{1}{257}$; $\frac{1}{258}$; $\frac{1}{259}$; $\frac{1}{260}$; $\frac{1}{261}$; $\frac{1}{262}$; $\frac{1}{263}$; $\frac{1}{264}$; $\frac{1}{265}$; $\frac{1}{266}$; $\frac{1}{267}$; $\frac{1}{268}$; $\frac{1}{269}$; $\frac{1}{270}$; $\frac{1}{271}$; $\frac{1}{272}$; $\frac{1}{273}$; $\frac{1}{274}$; $\frac{1}{275}$; $\frac{1}{276}$; $\frac{1}{277}$; $\frac{1}{278}$; $\frac{1}{279}$; $\frac{1}{280}$; $\frac{1}{281}$; $\frac{1}{282}$; $\frac{1}{283}$; $\frac{1}{284}$; $\frac{1}{285}$; $\frac{1}{286}$; $\frac{1}{287}$; $\frac{1}{288}$; $\frac{1}{289}$; $\frac{1}{290}$; $\frac{1}{291}$; $\frac{1}{292}$; $\frac{1}{293}$; $\frac{1}{294}$; $\frac{1}{295}$; $\frac{1}{296}$; $\frac{1}{297}$; $\frac{1}{298}$; $\frac{1}{299}$; $\frac{1}{300}$; $\frac{1}{301}$; $\frac{1}{302}$; $\frac{1}{303}$; $\frac{1}{304}$; $\frac{1}{305}$; $\frac{1}{306}$; $\frac{1}{307}$; $\frac{1}{308}$; $\frac{1}{309}$; $\frac{1}{310}$; $\frac{1}{311}$; $\frac{1}{312}$; $\frac{1}{313}$; $\frac{1}{314}$; $\frac{1}{315}$; $\frac{1}{316}$; $\frac{1}{317}$; $\frac{1}{318}$; $\frac{1}{319}$; $\frac{1}{320}$; $\frac{1}{321}$; $\frac{1}{322}$; $\frac{1}{323}$; $\frac{1}{324}$; $\frac{1}{325}$; $\frac{1}{326}$; $\frac{1}{327}$; $\frac{1}{328}$; $\frac{1}{329}$; $\frac{1}{330}$; $\frac{1}{331}$; $\frac{1}{332}$; $\frac{1}{333}$; $\frac{1}{334}$; $\frac{1}{335}$; $\frac{1}{336}$; $\frac{1}{337}$; $\frac{1}{338}$; $\frac{1}{339}$; $\frac{1}{340}$; $\frac{1}{341}$; $\frac{1}{342}$; $\frac{1}{343}$; $\frac{1}{344}$; $\frac{1}{345}$; $\frac{1}{346}$; $\frac{1}{347}$; $\frac{1}{348}$; $\frac{1}{349}$; $\frac{1}{350}$; $\frac{1}{351}$; $\frac{1}{352}$; $\frac{1}{353}$; $\frac{1}{354}$; $\frac{1}{355}$; $\frac{1}{356}$; $\frac{1}{357}$; $\frac{1}{358}$; $\frac{1}{359}$; $\frac{1}{360}$; $\frac{1}{361}$; $\frac{1}{362}$; $\frac{1}{363}$; $\frac{1}{364}$; $\frac{1}{365}$; $\frac{1}{366}$; $\frac{1}{367}$; $\frac{1}{368}$; $\frac{1}{369}$; $\frac{1}{370}$; $\frac{1}{371}$; $\frac{1}{372}$; $\frac{1}{373}$; $\frac{1}{374}$; $\frac{1}{375}$; $\frac{1}{376}$; $\frac{1}{377}$; $\frac{1}{378}$; $\frac{1}{379}$; $\frac{1}{380}$; $\frac{1}{381}$; $\frac{1}{382}$; $\frac{1}{383}$; $\frac{1}{384}$; $\frac{1}{385}$; $\frac{1}{386}$; $\frac{1}{387}$; $\frac{1}{388}$; $\frac{1}{389}$; $\frac{1}{390}$; $\frac{1}{391}$; $\frac{1}{392}$; $\frac{1}{393}$; $\frac{1}{394}$; $\frac{1}{395}$; $\frac{1}{396}$; $\frac{1}{397}$; $\frac{1}{398}$; $\frac{1}{399}$; $\frac{1}{400}$; $\frac{1}{401}$; $\frac{1}{402}$; $\frac{1}{403}$; $\frac{1}{404}$; $\frac{1}{405}$; $\frac{1}{406}$; $\frac{1}{407}$; $\frac{1}{408}$; $\frac{1}{409}$; $\frac{1}{410}$; $\frac{1}{411}$; $\frac{1}{412}$; $\frac{1}{413}$; $\frac{1}{414}$; $\frac{1}{415}$; $\frac{1}{416}$; $\frac{1}{417}$; $\frac{1}{418}$; $\frac{1}{419}$; $\frac{1}{420}$; $\frac{1}{421}$; $\frac{1}{422}$; $\frac{1}{423}$; $\frac{1}{424}$; $\frac{1}{425}$; $\frac{1}{426}$; $\frac{1}{427}$; $\frac{1}{428}$; $\frac{1}{429}$; $\frac{1}{430}$; $\frac{1}{431}$; $\frac{1}{432}$; $\frac{1}{433}$; $\frac{1}{434}$; $\frac{1}{435}$; $\frac{1}{436}$; $\frac{1}{437}$; $\frac{1}{438}$; $\frac{1}{439}$; $\frac{1}{440}$; $\frac{1}{441}$; $\frac{1}{442}$; $\frac{1}{443}$; $\frac{1}{444}$; $\frac{1}{445}$; $\frac{1}{446}$; $\frac{1}{447}$; $\frac{1}{448}$; $\frac{1}{449}$; $\frac{1}{450}$; $\frac{1}{451}$; $\frac{1}{452}$; $\frac{1}{453}$; $\frac{1}{454}$; $\frac{1}{455}$; $\frac{1}{456}$; $\frac{1}{457}$; $\frac{1}{458}$; $\frac{1}{459}$; $\frac{1}{460}$; $\frac{1}{461}$; $\frac{1}{462}$; $\frac{1}{463}$; $\frac{1}{464}$; $\frac{1}{465}$; $\frac{1}{466}$; $\frac{1}{467}$; $\frac{1}{468}$; $\frac{1}{469}$; $\frac{1}{470}$; $\frac{1}{471}$; $\frac{1}{472}$; $\frac{1}{473}$; $\frac{1}{474}$; $\frac{1}{475}$; $\frac{1}{476}$; $\frac{1}{477}$; $\frac{1}{478}$; $\frac{1}{479}$; $\frac{1}{480}$; $\frac{1}{481}$; $\frac{1}{482}$; $\frac{1}{483}$; $\frac{1}{484}$; $\frac{1}{485}$; $\frac{1}{486}$; $\frac{1}{487}$; $\frac{1}{488}$; $\frac{1}{489}$; $\frac{1}{490}$; $\frac{1}{491}$; $\frac{1}{492}$; $\frac{1}{493}$; $\frac{1}{494}$; $\frac{1}{495}$; $\frac{1}{496}$; $\frac{1}{497}$; $\frac{1}{498}$; $\frac{1}{499}$; $\frac{1}{500}$; $\frac{1}{501}$; $\frac{1}{502}$; $\frac{1}{503}$; $\frac{1}{504}$; $\frac{1}{505}$; $\frac{1}{506}$; $\frac{1}{507}$; $\frac{1}{508}$; $\frac{1}{509}$; $\frac{1}{510}$; $\frac{1}{511}$; $\frac{1}{512}$; $\frac{1}{513}$; $\frac{1}{514}$; $\frac{1}{515}$; $\frac{1}{516}$; $\frac{1}{517}$; $\frac{1}{518}$; $\frac{1}{519}$; $\frac{1}{520}$; $\frac{1}{521}$; $\frac{1}{522}$; $\frac{1}{523}$; $\frac{1}{524}$; $\frac{1}{525}$; $\frac{1}{526}$; $\frac{1}{527}$; $\frac{1}{528}$; $\frac{1}{529}$; $\frac{1}{530}$; $\frac{1}{531}$; $\frac{1}{532}$; $\frac{1}{533}$; $\frac{1}{534}$; $\frac{1}{535}$; $\frac{1}{536}$; $\frac{1}{537}$; $\frac{1}{538}$; $\frac{1}{539}$; $\frac{1}{540}$; $\frac{1}{541}$; $\frac{1}{542}$; $\frac{1}{543}$; $\frac{1}{544}$; $\frac{1}{545}$; $\frac{1}{546}$; $\frac{1}{547}$; $\frac{1}{548}$; $\frac{1}{549}$; $\frac{1}{550}$; $\frac{1}{551}$; $\frac{1}{552}$; $\frac{1}{553}$; $\frac{1}{554}$; $\frac{1}{555}$; $\frac{1}{556}$; $\frac{1}{557}$; $\frac{1}{558}$; $\frac{1}{559}$; $\frac{1}{560}$; $\frac{1}{561}$; $\frac{1}{562}$; $\frac{1}{563}$; $\frac{1}{564}$; $\frac{1}{565}$; $\frac{1}{566}$; $\frac{1}{567}$; $\frac{1}{568}$; $\frac{1}{569}$; $\frac{1}{570}$; $\frac{1}{571}$; $\frac{1}{572}$; $\frac{1}{573}$; $\frac{1}{574}$; $\frac{1}{575}$; $\frac{1}{576}$; $\frac{1}{577}$; $\frac{1}{578}$; $\frac{1}{579}$; $\frac{1}{580}$; $\frac{1}{581}$; $\frac{1}{582}$; $\frac{1}{583}$; $\frac{1}{584}$; $\frac{1}{585}$; $\frac{1}{586}$; $\frac{1}{587}$; $\frac{1}{588}$; $\frac{1}{589}$; $\frac{1}{590}$; $\frac{1}{591}$; $\frac{1}{592}$; $\frac{1}{593}$; $\frac{1}{594}$; $\frac{1}{595}$; $\frac{1}{596}$; $\frac{1}{597}$; $\frac{1}{598}$; $\frac{1}{599}$; $\frac{1}{600}$; $\frac{1}{601}$; $\frac{1}{602}$; $\frac{1}{603}$; $\frac{1}{604}$; $\frac{1}{605}$; $\frac{1}{606}$; $\frac{1}{607}$; $\frac{1}{608}$; $\frac{1}{609}$; $\frac{1}{610}$; $\frac{1}{611}$; $\frac{1}{612}$; $\frac{1}{613}$; $\frac{1}{614}$; $\frac{1}{615}$; $\frac{1}{616}$; $\frac{1}{617}$; $\frac{1}{618}$; $\frac{1}{619}$; $\frac{1}{620}$; $\frac{1}{621}$; $\frac{1}{622}$; $\frac{1}{623}$; $\frac{1}{624}$; $\frac{1}{625}$; $\frac{1}{626}$; $\frac{1}{627}$; $\frac{1}{628}$; $\frac{1}{629}$; $\frac{1}{630}$; $\frac{1}{631}$; $\frac{1}{632}$; $\frac{1}{633}$; $\frac{1}{634}$; $\frac{1}{635}$; $\frac{1}{636}$; $\frac{1}{637}$; $\frac{1}{638}$; $\frac{1}{639}$; $\frac{1}{640}$; $\frac{1}{641}$; $\frac{1}{642}$; $\frac{1}{643}$; $\frac{1}{644}$; $\frac{1}{645}$; $\frac{1}{646}$; $\frac{1}{647}$; $\frac{1}{648}$; $\frac{1}{649}$; $\frac{1}{650}$; $\frac{1}{651}$; $\frac{1}{652}$; $\frac{1}{653}$; $\frac{1}{654}$; $\frac{1}{655}$; $\frac{1}{656}$; $\frac{1}{657}$; $\frac{1}{658}$; $\frac{1}{659}$; $\frac{1}{660}$; $\frac{1}{661}$; $\frac{1}{662}$; $\frac{1}{663}$; $\frac{1}{664}$; $\frac{1}{665}$; $\frac{1}{666}$; $\frac{1}{667}$; $\frac{1}{668}$; $\frac{1}{669}$; $\frac{1}{670}$; $\frac{1}{671}$; $\frac{1}{672}$; $\frac{1}{673}$; $\frac{1}{674}$; $\frac{1}{675}$; $\frac{1}{676}$; $\frac{1}{677}$; $\frac{1}{678}$; $\frac{1}{679}$; $\frac{1}{680}$; $\frac{1}{681}$; $\frac{1}{682}$; $\frac{1}{683}$; $\frac{1$



Le fichier

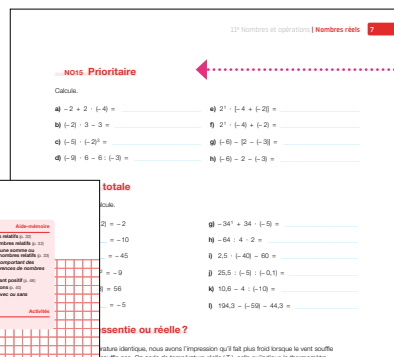
Le fichier t'appartient.

Tu peux y faire directement tes exercices, le compléter de tes notes, le conserver et le ranger dans ton classeur.

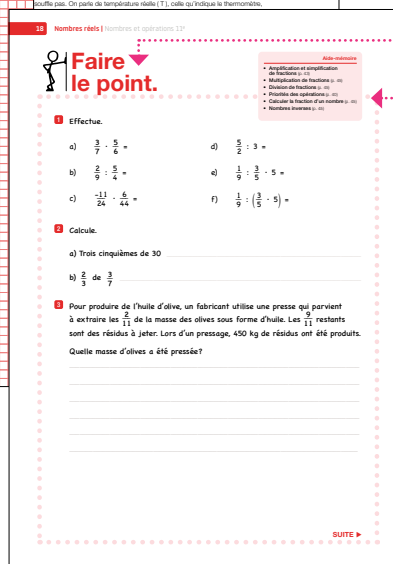


Que sais-je ?

Au début d'un chapitre, ces activités servent à vérifier si tu maîtrises les prérequis nécessaires.



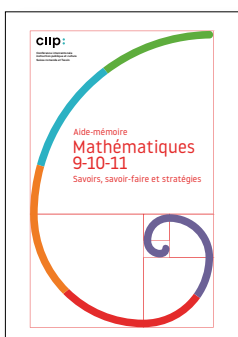
Comme dans le livre, chaque activité est numérotée.



Faire le point

Au cours d'un chapitre, ces activités servent à vérifier si tu as assimilé toutes les notions abordées. Tu trouveras les solutions à la fin du fichier.

Les notes signalent des liens utiles avec l'Aide-mémoire.



L'Aide-mémoire

L'Aide-mémoire est un ouvrage de référence auquel tu peux accéder, lorsque tu en éprouves le besoin. C'est par exemple le cas :

- pour te remémorer une définition ou un savoir-faire ;
- lorsqu'un travail à effectuer nécessite de revenir sur un aspect théorique que tu n'as pas encore parfaitement assimilé ou un savoir-faire que tu ne maîtrises pas complètement.

Extraits du Plan d'études romand

Visées prioritaires MSN

Se représenter, problématiser et modéliser des situations et résoudre des problèmes en construisant et en mobilisant des notions, des concepts, des démarches et des raisonnements propres aux *Mathématiques* et aux *Sciences de la nature* dans les champs des phénomènes naturels et techniques, du vivant et de l'environnement, ainsi que des nombres et de l'espace.

Mathématiques et Sciences de la nature (MSN)



Sommaire

Recherche et stratégies – RS 9

Des stratégies de résolution de problèmes	12
Des outils pour chercher	19
Des problèmes pour modéliser et investiguer	23

Nombres et opérations – NO 25

Nombres réels	27
Situations aléatoires	49
Nombres, opérations... et problèmes	59

Fonctions et algèbre – FA 71

Fonctions et diagrammes	73
Calcul littéral	123
Équations	141
Fonctions, algèbre... et problèmes	177

Espace – ES 187

Figures géométriques planes	189
Représentations de solides	207
Transformations géométriques	219
Espace... et problèmes	225

Grandeurs et mesures – GM 231

Lignes, surfaces et théorèmes	233
Solides	253
Diverses mesures	275
Grandeurs, mesures... et problèmes	285

« Nous avons à former des êtres pensants et non des robots, à amener l'étudiant à comprendre ce qu'il fait et non à lui enseigner des procédés mécaniques. »

JEAN DIEUDONNÉ
(1906-1992), mathématicien français

Recherche et stratégies

Nombres et opérations

Poser et résoudre des problèmes pour construire et structurer des représentations des nombres réels

Résoudre des problèmes numériques

Résolution de problèmes numériques en lien avec les ensembles de nombres travaillés, l'écriture de ces nombres et les opérations étudiées.

Fonctions et algèbre

Résoudre des problèmes numériques et algébriques

Résolution de problèmes en lien avec les notions étudiées (fonctions, diagrammes, expressions algébriques et équations).

Résolution de problèmes de proportionnalité.



Espace

Poser et résoudre des problèmes pour modéliser le plan et l'espace

Résolution de problèmes géométriques en lien avec les figures et les transformations étudiées.

Grandeurs et mesures

Mobiliser la mesure pour comparer des grandeurs

Résolution de problèmes de mesurage en lien avec les grandeurs et les théorèmes étudiés.



« Pour bien faire valoir le prix d'une idée (...), il faut la replacer dans le halo des illusions immédiates. Il faut errer pour aboutir. (...) Une vérité n'a son plein sens qu'au terme d'une polémique. Il ne saurait y avoir de vérité première. Il n'y a que des erreurs premières. (...) La première et la plus essentielle fonction de l'activité du sujet est de se tromper. Plus complexe sera son erreur, plus riche sera son expérience. L'expérience est très précisément le souvenir des erreurs rectifiées. »

Extrait de : Gaston BACHELARD, Études (Vrin, Paris, 2002)

Gaston Bachelard, 2009, Peinture, 40 × 50 cm, par Livia Alessandrini. Cette artiste suisse, née en 1945, appelle son style « pétrification », ses images paraissant surgir dans la pierre granitique.

Des stratégies de résolution de problèmes

Des outils pour chercher

Des problèmes pour modéliser et investiguer

Capacités transversales développées

Communication

- mobiliser des informations et des ressources
- s'exprimer à l'aide de divers types de langages mathématiques
- tenir compte du contexte

Collaboration

- développer l'esprit coopératif
- travailler en équipe
- mener des projets collectifs

Stratégies d'apprentissage

- analyser et améliorer ses démarches de recherche et de résolution de problèmes
- se donner des méthodes de travail efficaces
- mener des projets collectifs

Pensée créatrice

- développer son inventivité et sa flexibilité dans la manière d'aborder toute situation
- expérimenter des associations inhabituelles

Démarche réflexive

- prendre du recul sur les faits et sur les informations, ainsi que sur ses propres actions
- développer son sens critique

Sommaire

Des stratégies de résolution de problèmes

Essais et ajustements	12
Étude systématique de cas	14
Essais, conjecture, preuve	17

Des outils pour chercher

Schéma, croquis, tableau	19
Se questionner et s'organiser pour résoudre des problèmes	21

Des problèmes pour modéliser et investiguer

Problèmes	23
-----------	----



Développées tout au long des différents thèmes, ces capacités transversales définies par le Plan d'études romand peuvent être particulièrement entraînées dans les activités de ce chapitre.

Des stratégies de résolution de problèmes

Essais et ajustements

RS1 La zone de baignade

La ville de Lausanne veut délimiter une zone de baignade rectangulaire au bord du lac. Pour cela, on dispose d'une corde d'une longueur de 41 mètres sur laquelle sont disposées de petites bouées.

Comment doit-on disposer la corde pour que l'aire de la zone de baignade soit maximale ?



RS2 La plus grande boîte

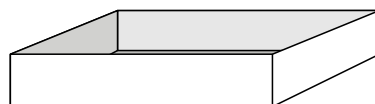
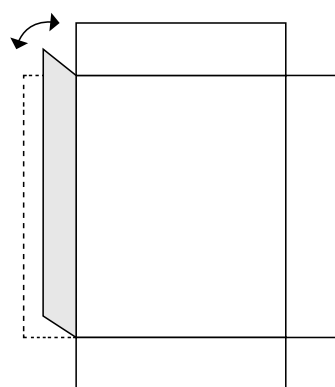
On souhaite construire une boîte à partir d'une feuille cartonnée de 21 cm x 18 cm.

Pour cela, on commence par découper 4 carrés identiques aux quatre coins de la feuille.

Puis on plie, on rabat et on assemble les quatre rectangles obtenus.

On obtient une boîte qui n'a pas de couvercle.

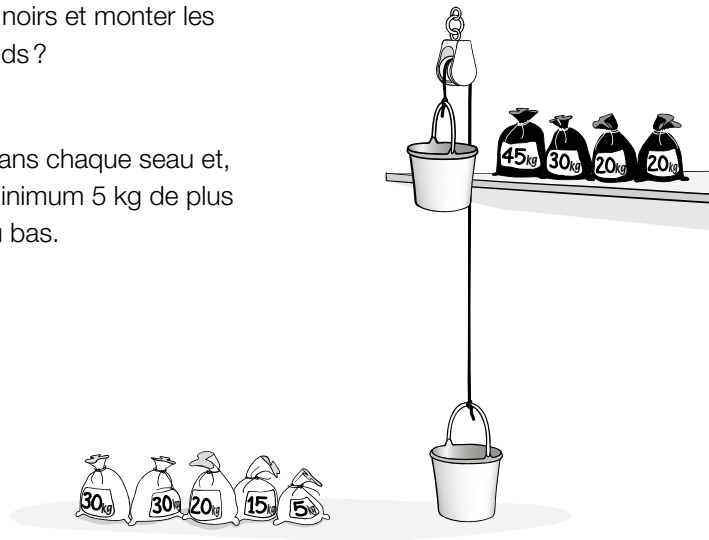
Quelle mesure faut-il choisir pour le côté des carrés si l'on veut obtenir une boîte dont le volume est maximal ?



RS3 Poulie

Comment ferais-tu descendre les sacs noirs et monter les sacs blancs, uniquement grâce aux poids ?

On ne peut pas mettre plus de 50 kg dans chaque seau et, pour qu'un seau descende, il faut au minimum 5 kg de plus dans le seau du haut que dans celui du bas.



Fichier: RS4

RS5 L'horloge de la gare de Mons

Au moment de pénétrer dans le vaste bâtiment de la gare, Maxime jeta un regard interrogatif sur la grande façade vitrée.

C'est qu'elle était dotée d'une grande horloge au design très simplifié. Douze gros points marquaient les emplacements des heures et deux aiguilles lumineuses se chargeaient de renseigner les voyageurs.

Bien que grossière, la lecture de l'heure pouvait se faire à la minute près.

Maxime constata ainsi qu'il disposait encore de six minutes avant le départ de son train.

Tout de suite, il se retrouva dans le hall d'attente où il jeta un coup d'œil vers l'horloge visible par transparence.

«Tiens, se dit-il, si je n'y prenais garde, je croirais disposer maintenant de trois heures et demie d'attente.»

Quelle est l'heure de départ du train dans lequel Maxime va monter ?



Mons est une ville francophone de Belgique située en région wallonne.

Étude systématique de cas

RS6 Raymond vs Billy

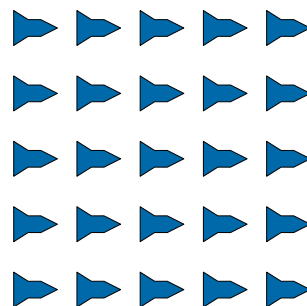
L'ensemble des forces navales de l'armée de Raymond Black est toujours composé de vaisseaux disposés en carré.

Il réunit la flotte A et la flotte B pour former une flotte C. Il attaque l'armée de Billy White qui lui inflige une lourde défaite. Seule subsiste la dernière rangée.

Avec les vaisseaux restants, il peut former une flotte D, qu'il préfère subdiviser en deux flottes E et F.

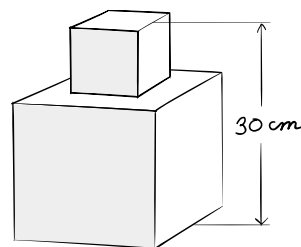
E et F passent à l'attaque. De nouveau, seules les dernières rangées de E et F échappent au massacre. Il reste alors sept vaisseaux.

Quel était le nombre de vaisseaux de chacune des flottes A et B ?
Détermine toutes les solutions possibles.



RS7 Cubes empilés

Je dispose de deux boîtes cubiques entièrement remplies, à elles deux, de 280 petits cubes identiques. Lorsque je place les deux boîtes l'une sur l'autre, la hauteur est de 30 cm.
Quel est le volume d'un petit cube ?



RS8 Cité universitaire

À la cité universitaire, quatre étudiantes de nationalités différentes logent dans des chambres voisines.

Elles étudient des disciplines différentes et aucune d'entre elles n'a suivi le même nombre de semestres, ni ne reçoit la même bourse.

1. L'étudiante en chimie en est à son neuvième semestre.
2. L'étudiante en médecine a une chambre voisine de celle de l'étudiante qui est dans son troisième semestre.
3. L'étudiante ghanéenne veut devenir physicienne.
4. L'étudiante logeant à l'extrême droite touche une bourse mensuelle de 900 francs.
5. L'étudiante en biologie est indonésienne.
6. L'étudiante ayant cinq semestres à son actif habite dans une chambre côtoyant celle de la bénéficiaire d'une bourse de 700 francs.
7. La tenante d'une bourse de 850 francs occupe la chambre immédiatement à gauche de celle de l'étudiante tchèque.
8. L'étudiante qui est dans son troisième semestre occupe la chambre à l'extrême gauche.
9. La bénéficiaire de la bourse de 700 francs loge à côté de l'étudiante en biologie.
10. La Ghanéenne occupe la chambre immédiatement à gauche de celle de l'étudiante qui en est à son neuvième semestre.
11. Ce n'est pas l'étudiante turque qui en est à son septième semestre.

De quel pays vient l'étudiante recevant une bourse de 800 francs ?

RS9 Juges et journalistes

Messieurs Andrey, Bodmer, Caramanlis, Delacourt et Erismann sont juges ou journalistes.

Dans cette histoire, les journalistes disent toujours la vérité et les juges mentent toujours, ce qui est tout à fait inhabituel !

1. Delacourt dit qu'Erismann est journaliste.
2. Bodmer dit qu'Andrey est juge.
3. Caramanlis dit que Delacourt n'est pas juge.
4. Erismann dit que Bodmer n'est pas journaliste.
5. Andrey dit que Caramanlis et Delacourt ont des métiers différents.

Combien y a-t-il de juges ?

RS10 La visite de Paris

Tante Julie fait visiter Paris à ses trois neveux. Chacun en fait tour à tour un récit.

Jérôme: «Nous sommes montés à la tour Eiffel, mais pas à la tour Montparnasse, et nous avons visité l'Arc de Triomphe.»

Nathalie: «Nous sommes montés à la tour Eiffel et à la tour Montparnasse, mais nous n'avons visité ni l'Arc de Triomphe, ni le Musée du Jeu de Paume.»

Gilles: «Nous ne sommes pas montés à la tour Eiffel, mais nous avons visité l'Arc de Triomphe.»

Sachant que chaque enfant se trompe une seule fois exactement, qu'ont-ils réellement visité avec leur tante Julie ?



Le Musée du Jeu de Paume, situé dans le jardin des Tuileries, est actuellement un lieu d'exposition pour la photographie et l'image (cinéma, vidéo, installation, etc.) du XIX^e au XXI^e siècle. Il dispose également d'un espace accueillant des cycles de films, des colloques, des activités pédagogiques ou encore des publications.

Son nom vient du fait que le bâtiment a été construit, sous Napoléon III au XIX^e siècle, pour abriter une salle de jeu de paume, l'ancêtre du tennis.



Vue d'un jeu de paume Estampe de Voderf

Fichier: RS11

RS12 Palindrome

Un nombre est un palindrome si, quand on le lit de droite à gauche ou de gauche à droite, il reste le même.

Combien y a-t-il de palindromes à 2 chiffres ? À 3 chiffres ? À 4 chiffres ? Et à 100 chiffres ?

Peux-tu trouver le nombre de palindromes pour les nombres ayant n'importe quel nombre de chiffres ?

Essais, conjecture, preuve

RS13 Où sont passés les mille ?

On écrit les nombres entiers comme ici :

1				
2	3			
4	5	6		
7	8	9	10	
11	12	13	14	15
16	17	18	...	
...				

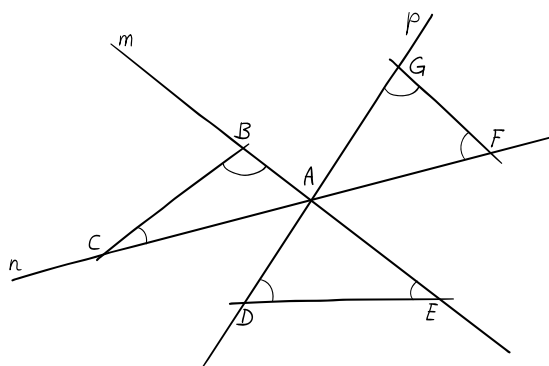
17 est sur la 6^e ligne et dans la 2^e colonne.

Où se trouve le nombre 1000 ?

RS14 Trois pétales

On trace trois droites concourantes m , n et p .

La somme des 6 angles marqués est-elle toujours la même quelle que soit la forme des triangles ?



RS15 Les réverbères

Le long d'un grand boulevard, il y a 250 réverbères éteints, tous du même côté de la route.

Au pied de chacun se trouve un bouton.

Si on appuie une fois dessus, le lampadaire s'allume, si on appuie à nouveau, alors il s'éteint.

L'allumeur de réverbères, d'humeur facétieuse décide de les allumer selon l'algorithme suivant :



- En partant du premier réverbère, il appuie sur tous les boutons.
- Il revient ensuite au début du boulevard et en partant du deuxième, il appuie sur 1 bouton sur 2.
- Puis il revient au début du boulevard et en partant du troisième, il appuie sur 1 bouton sur 3.
- Puis il revient au début du boulevard et en partant du quatrième, il appuie sur 1 bouton sur 4.

Et ainsi de suite jusqu'au deux cent cinquantième réverbère.

À la fin, quels sont les réverbères allumés ?

RS16 Un modèle à suivre

On effectue la suite de calculs suivants :

$$1^2 - 0^2 =$$

$$2^2 - 1^2 =$$

$$3^2 - 2^2 =$$

$$4^2 - 3^2 =$$

...

- a) Continue sur le même modèle. Que constates-tu ? Prouve-le.
- b) Énonce la propriété prouvée en langage courant.

RS17 Incroyable !

Un de tes camarades te propose de choisir deux entiers consécutifs, de calculer le produit de ces deux nombres et le carré de chacun d'eux puis de faire la somme des carrés obtenus et de 2 fois leur produit. Si tu lui donnes le résultat, il trouve très rapidement les deux nombres que tu as choisis.

Peux-tu trouver une méthode qui te permettrait de faire comme lui ?

Explique pourquoi elle fonctionne tout le temps.

RS18 Étonnant !

Une de tes camarades te demande de penser à un nombre, de l'élever au carré, de lui ajouter 1 puis d'enlever deux fois le nombre de départ. Lorsque tu lui donnes le résultat que tu obtiens, elle trouve presque instantanément le nombre que tu as choisi.

Trouve une méthode qui te permettrait de faire de même.

Explique pourquoi elle fonctionne tout le temps.

RS19 Un autre modèle à suivre

On effectue la suite de calculs suivants :

$$2^2 - 0^2 =$$

$$3^2 - 1^2 =$$

$$4^2 - 2^2 =$$

$$5^2 - 3^2 =$$

...

- a) Continue sur le même modèle. Que constates-tu ? Prouve-le.
- b) Énonce la propriété prouvée en langage courant.



Faustina Pignatelli Carafa (1705-1769) est une mathématicienne et physicienne italienne. Elle est la deuxième femme élue à l'Académie des sciences de Bologne, société savante, où ont notamment lieu des débats mathématiques. Elle a publié les *Problemata Mathematica* en 1734.

En mathématiques, des règles dites du débat mathématique servent d'appui pour prouver qu'une affirmation est vraie ou non (par exemple : un contre-exemple est la preuve qu'une affirmation est fausse).

Nous n'avons pas trouvé de représentation de Faustina Pignatelli Carafa. Cette image a donc été générée à l'aide de l'intelligence artificielle à partir des informations que nous possédions à son sujet.

Des outils pour chercher

Schéma, croquis, tableau

RS20 La chèvre et le chou

Une chèvre est attachée à une extrémité d'une corde de douze mètres de longueur.

L'autre extrémité est fixée à trois mètres de hauteur contre la paroi d'un silo cylindrique de trois mètres de rayon.

La chèvre peut-elle atteindre un chou situé au sol à trois mètres de la base du silo, complètement à l'opposé du point d'attache ?

RS21 Les dés de Léa

Léa a deux dés. L'un est numéroté de 1 à 6 et l'autre 1 ; 1 ; 2 ; 2 ; 3 et 3.

Jim a également deux dés, l'un numéroté 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 et 5 et l'autre 1 ; 1 ; 1 ; 2 ; 2 et 3.

Ils lancent leurs deux dés et calculent la somme que chacun obtient avec les numéros qui apparaissent sur la face supérieure. Ils gagnent un jeton chaque fois que cette dernière est égale à 3, 4 ou 5.

Jim pense que Léa a plus de chances de gagner que lui. A-t-il raison ?

RS22 Bora-Bora

À 350 m au-dessus de la mer, au sommet d'un volcan sur l'île de Bora-Bora, Maurice scrute désespérément l'horizon à la recherche d'un voilier qui viendrait le secourir.

Quelle est la distance maximale à laquelle porte son regard ?



Bora-Bora, surnommée la « perle du Pacifique », est une île située dans l'archipel de la Société, en Polynésie française.

En récompense de son action pour la protection de l'environnement, elle a reçu en 2007 une Marianne d'Or, trophée qui honore les communes françaises de métropole et d'outre-mer pour leurs initiatives et leurs actions politiques.

C'est sur cette île que Paul-Emile Victor, célèbre explorateur français né en 1902, s'est installé en 1976 ; il contribua au développement de cette région et y mourut en 1995.

RS23 Arthur et Gabriel

Arthur et Gabriel jouent au jeu suivant : ils lancent deux dés cubiques numérotés de 1 à 6.

- Si les deux nombres obtenus sont égaux, personne ne gagne ni ne perd.
- Si le plus grand des deux nombres est pair, Arthur gagne 1 point.
- Si le plus grand des deux nombres est impair, Gabriel gagne 1 point.

Arthur et Gabriel pensent que ce jeu est équitable, c'est-à-dire qu'ils ont autant de chances de gagner l'un que l'autre. Ana qui les observe pense que ce n'est pas le cas. Selon elle, Arthur a plus de chances de gagner que Gabriel.

Qui a raison ?

RS24 Qui est où ?

Trois personnes, de nationalités différentes, habitent les trois premières maisons d'une rue. Chaque maison a une couleur différente et chaque personne a un métier différent.

- Le Français habite dans la maison rouge.
 - L'Allemand est musicien.
 - L'Anglais habite dans la maison du milieu.
 - La maison rouge est à côté de la verte.
 - L'écrivain habite dans la première maison à gauche.
- a) Quelle est la nationalité de l'écrivain ?
- b) Qui habite dans la maison jaune ?

Fichier: RS25

Se questionner et s'organiser pour résoudre des problèmes

RS26 Les deux tours

Deux tours, hautes de 30 m et de 40 m, sont distantes l'une de l'autre de 50 m.

Un puits est situé entre les deux tours.

Deux oiseaux volants à la même vitesse s'envolent en même temps, chacun du sommet de chaque tour, pour se poser au même moment sur le puits.

Comment pourrais-tu faire pour déterminer la position de ce puits entre les deux tours ?

RS27 Le cercle de Séléna

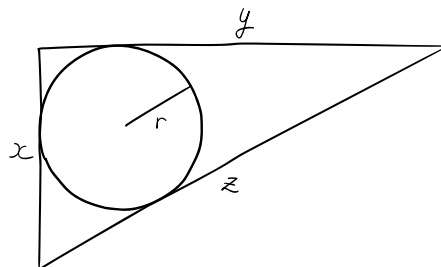
Voici un triangle rectangle de côtés x , y et z et son cercle inscrit de rayon r .

Séléna a pu établir cette relation :

$$r = \frac{x + y - z}{2}$$

Elle ne se rappelle plus son raisonnement.

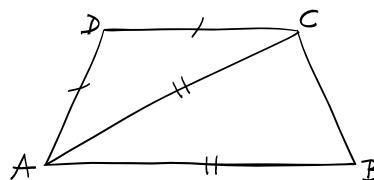
Reconstitue-le !



RS28 Drôle de trapèze

Voici un drôle de trapèze : il est isocèle et partagé en deux triangles isocèles.

À toi de le construire, connaissant $AB = 12$ cm.



Des problèmes pour modéliser et investiguer

Problèmes

RS30 L'inondation

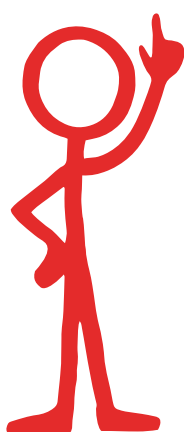
Imagine que ta salle de classe puisse être fermée hermétiquement.

Si tu laissais le robinet du lavabo ouvert, au bout de combien de temps la pièce serait-elle totalement remplie d'eau ?

Fichier: RS31 et RS32

Nombres et opérations

- Nombres réels
- Situations aléatoires
- Nombres, opérations... et problèmes



Nombres et opérations

Poser et résoudre des problèmes pour construire et structurer des représentations des nombres réels

Résoudre des problèmes numériques

Résolution de problèmes numériques en lien avec les ensembles de nombres travaillés, l'écriture de ces nombres et les opérations étudiées.



Salle d'exposé de mathématiques des Étincelles, structure éphémère du Palais de la découverte

Naturel, relatif, fractionnaire, décimal, rationnel, irrationnel, réel... Ces adjectifs que tu as rencontrés depuis la 9^e année qualifient les nombres et permettent d'identifier leur principale propriété. Ils sont le reflet des progrès réalisés au fil des siècles dans les connaissances numériques et opératoires ; au cours des derniers millénaires, un immense réseau de savoirs liés aux nombres s'est tissé et développé.

De nouveaux nombres et ensembles, de $\mathbb{N}$ à $\mathbb{R}$ en passant par $\mathbb{Z}$ et $\mathbb{Q}$, sont apparus au cours de cette longue évolution, facilitant ainsi la vie quotidienne et aidant à la résolution de problèmes mathématiques.

Et cette évolution ne s'arrête pas aux nombres réels : ces différents ensembles sont inclus dans des structures plus vastes encore, où les nombres sont qualifiés d'*imaginaires*, de *complexes*...

Nombres réels

Apprentissages visés

- Comparaison, approximation, encadrement, représentation sur une droite et ordre de grandeur de nombres écrits sous forme de puissance, de notation scientifique, de racine
- Utilisation de procédures de calcul réfléchi ou de calcul mental avec des nombres rationnels sous forme décimale et fractionnaire pour obtenir un résultat exact ou une estimation (quatre opérations, puissances et racines)
- Connaissance et utilisation des différentes écritures d'un même nombre
- Connaissance et utilisation des propriétés des opérations pour organiser et effectuer des calculs de manière efficace et pour donner des estimations
- Utilisation des algorithmes pour effectuer des calculs de façon efficace avec des nombres rationnels
- Connaissance et utilisation des diverses fonctions de la calculatrice
- Prise en compte de l'ordre dans lequel la calculatrice effectue les opérations

Sommaire

Nombres relatifs

Pour réactiver certaines connaissances	28
Multiplication et division de nombres relatifs	28

Nombres rationnels

Pour réactiver certaines connaissances	32
Multiplication et division de fractions	33
Pour consolider et approfondir	37

Puissances et racines

Pour réactiver certaines connaissances	40
Puissances et notation scientifique	40
Racines	44
Encore quelques problèmes	46



Nombres relatifs

Fichier: **Que sais-je ? p. 4**

Pour réactiver certaines connaissances

Fichier: **NO1**

NO2 Je pense donc je suis

Je pense à un nombre, je lui retranche (-12) et je trouve 3. Quel est ce nombre ?



« *Je pense donc je suis* » est la traduction française de l'expression latine « *Cogito, ergo sum* » due à René Descartes (1596-1650) et apparaissant dans son livre *Discours de la méthode* (1637). Descartes est un philosophe, mathématicien et physicien français dont l'influence a été essentielle en philosophie et dans le développement de la pensée scientifique. Pour Descartes, le fait de pouvoir penser donne tout son sens à l'existence de l'homme.

NO3 Yoyo de températures

Lundi, la température était de 5°C . Mardi, elle a baissé de 6°C ; mercredi, elle est remontée de 2°C ; jeudi elle a baissé de 4°C et vendredi, elle a encore baissé de 2°C .

Quelle était la température le vendredi ?

Multiplication et division de nombres relatifs

NO4 Par analogie

Aide-toi de ces quatre égalités

$$(+3) \cdot (+2) = (+6)$$

$$(-3) \cdot (+2) = (-6)$$

$$(+3) \cdot (-2) = (-6)$$

$$(-3) \cdot (-2) = (+6)$$

pour trouver le résultat de ces calculs :

a) $(+7) \cdot (-3)$

c) $(-5) \cdot (+2)$

e) $(-1) \cdot (-11)$

g) $(-6) \cdot (-8)$

b) $(+9) \cdot (-6)$

d) $(+4) \cdot (+8)$

f) $(+7) \cdot (+10)$

h) $(-3) \cdot (+6)$

Comment multiplier deux nombres, qu'ils soient positifs ou négatifs ?

no5 Intuition et calculatrice

Effectue ces calculs, puis compare tes résultats avec ceux que tu obtiens à l'aide de ta calculatrice :

a) $(+5) \cdot (+4)$

b) $(+5) \cdot (-4)$

c) $(-5) \cdot (+4)$

d) $(-5) \cdot (-4)$

Trouve la règle qui permet de multiplier deux nombres relatifs.

Utilise cette règle pour trouver la réponse aux calculs ci-dessous.

e) $(+8) \cdot (+3)$

g) $(-2) \cdot (+9)$

i) $(-10) \cdot (-300)$

k) $(+6) \cdot (+8)$

f) $(-40) \cdot (-7)$

h) $(+5) \cdot (-12)$

j) $(+11) \cdot (-4)$

l) $(-9) \cdot (+7)$

Fichier: NO6 à NO7

no8 Encore par analogie

Aide-toi de ces quatre égalités

$(+15) : (+3) = (+5)$

$(-15) : (+3) = (-5)$

$(+15) : (-3) = (-5)$

$(-15) : (-3) = (+5)$

pour trouver le résultat de ces calculs :

a) $(+48) : (-4)$

c) $(-20) : (+2)$

e) $(-100) : (-5)$

g) $(+64) : (+8)$

b) $(-24) : (+6)$

d) $(+27) : (+3)$

f) $(-35) : (-7)$

h) $(+49) : (-7)$

Comment diviser un nombre par un autre, qu'ils soient positifs ou négatifs ?

no9 Confrontations

Effectue ces calculs, puis compare tes résultats avec ceux que tu obtiens à l'aide de ta calculatrice :

a) $(+30) : (+6)$

b) $(-30) : (+6)$

c) $(+30) : (-6)$

d) $(-30) : (-6)$

Trouve la règle qui permet de diviser deux nombres relatifs.

Utilise cette règle pour trouver la réponse aux calculs ci-dessous.

e) $(-40) : (-8)$

g) $(-32) : (+8)$

i) $(+56) : (-7)$

k) $(+12) : (-3)$

f) $(+60) : (+12)$

h) $(+10) : (+5)$

j) $(-42) : (+7)$

l) $(-200) : (-40)$

no10 Renversant!

On peut justifier la réponse d'une division par l'exemple ci-dessous :

$$21 : 7 = 3 \quad \text{car} \quad 3 \cdot 7 = 21$$

En t'appuyant sur cet exemple, trouve la réponse aux calculs suivants.

- a) $(+45) : (-9) = \blacksquare$ car $\blacksquare \cdot (-9) = (+45)$
 b) $(-45) : (+9) = \blacksquare$ car $\blacksquare \cdot (+9) = (-45)$
 c) $(-45) : (-9) = \blacksquare$ car $\blacksquare \cdot (-9) = (-45)$

Fichier: NO11 à NO17

no18 Avec des jetons

À l'aide des jetons suivants, trouve :

- a) deux nombres dont la somme est (-20) ;
 b) deux nombres dont le quotient est (-9) ;
 c) trois nombres dont le produit est (-320) ;
 d) deux nombres dont la différence est $(+5)$.



no19 Le 10^e

Observe chaque suite de nombres et détermine la valeur du dixième terme.

- | | | | | | | |
|----|-------|------|-------|-------|------|-----|
| a) | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | ... |
| b) | -5 | -2 | 1 | 4 | 7 | ... |
| c) | -11 | -8 | -10 | -7 | -9 | ... |
| d) | -13,5 | -12 | -10,5 | -9 | -7,5 | ... |
| e) | -7 | -9,5 | -12 | -14,5 | -17 | ... |

no20 Hommage à Jacques

En face de chaque opération, tu découvres un morceau de phrase.

La réponse de chaque opération te permet de décoder la suite du texte de la manière suivante : il te suffit de chercher, dans la liste, un calcul dont le premier nombre est le résultat que tu as obtenu.

La première étape donne 31 :

$$6 \cdot 7 - 11 = 31$$

a) $-9 - 6 + 4$

b) $-1 - 9 \cdot 2$

c) $-5 \cdot 4 + 40$

d) $2^4 - 5^2$

e) $49 + 2 \cdot 7$

f) $50 : 5 : 2$

g) $58 - 3^2$

h) $8 \cdot 3 + 8 \cdot 6$

i) $(121 - 10^2) : 3$

j) $(20 - 9) \cdot 7$

k) $[9 - (-1)] : 5$

l) $63 : 21$

m) $31 - 6^2$

n) $(-11)^2$

o) $\sqrt{7 + 7 \cdot 6} + 1$

p) $25 \cdot 4 : (-100)$

q) $(-19 + 29) \cdot 4$

r) $5^2 \cdot 2 + 8$

s) $72 : 3 + 1$

t) $\sqrt{77 + 2^2}$

u) $(40 + 160) : 4$

Le rire est d

t des cocotiers Qui écr

irs devienne

ur Le mot d

st au hasard Et passen

s de mise Aux

x-tu que je te

n'est pa

s pirogues s'en vo

mour Que les sœurs d'alén

ans le re

oyageur L'avenir e

Marquises...

ans le cœ

ivent des chants d'a

tour Ignorent d'ignorer Le

nnent Et mes souven

nt Ce que les vieux

dise Gémir

nt Les pirogues s'en vie

gard Le cœur est v

en font Veu



Jacques Brel (1929-1978) est un chanteur, parolier, compositeur et acteur belge. On lui doit, parmi son œuvre prolifique, des chansons souvent poétiques (*Le plat pays, J'arrive*), passionnées (*Ne me quitte pas, Quand on n'a que l'amour, Jef, Jojo*) ou alors satiriques (*Les bourgeois, Ces gens-là*).

En 1977, il enregistre son dernier disque, « Les Marquises ». C'est sur une des îles de cet archipel de la Polynésie française que Brel est enterré, non loin de la tombe de Paul Gauguin.

Nombres rationnels

Fichier: **Que sais-je ? p. 9**

Pour réactiver certaines connaissances

Fichier: **NO21 et NO22**

NO23 On cherche

Détermine ces nombres.

- a) ppmc (20 ; 35) b) ppmc (50 ; 60) c) pgdc (360 ; 480) d) pgdc (45 ; 81)

NO24 On calcule

Note le calcul que tu effectues, puis donne la réponse.

- a) Trois cinquièmes de 180 c) $\frac{9}{8}$ de 160
b) 10 % de 122 francs d) 150 % de 300 francs

Fichier: **NO25**

NO26 Randonnée fractionnée

Au cours d'une randonnée de trois jours, on a parcouru quatre neuvièmes du chemin le premier jour, un tiers le deuxième jour.

Quelle fraction de la randonnée a-t-on effectuée le troisième jour ?

NO27 Les dégâts de Lothar

Fin décembre 1999, les deux cinquièmes d'un verger, soit 300 arbres, ont été déracinés par l'ouragan Lothar.

Combien d'arbres ont résisté à la tempête ?



Les très nombreux arbres arrachés ont été utilisés dans toute la Suisse, par exemple ici, pour fabriquer un banc.

Lothar est le nom donné par les météorologistes à la tempête du 26 décembre 1999 en Europe.

Accompagnée de vents de force équivalente à un ouragan de catégorie 1, elle a dévasté le nord de la France et de la Suisse, l'Allemagne et le Danemark, et causé des dommages sans précédent, en particulier aux forêts.

Pour nommer les tempêtes qui touchent les pays européens, on se réfère à une liste qui est établie au début de l'année à Berlin.

Elles reçoivent des noms féminins durant les années paires et masculins durant les années impaires.

La lettre initiale du prénom indique le rang de la tempête durant l'année : Lothar a été la

douzième tempête européenne de l'année 1999, L étant la douzième lettre de notre alphabet ; celle qui lui succéda, quelques heures plus tard, fut baptisée Martin.

no28 Cadeau de fin d'année

En fin d'année, une menuiserie décide de partager une petite somme d'argent entre ses quatre employés, en fonction du nombre d'années de travail passées dans l'entreprise.

La somme est répartie ainsi :

- un sixième pour le premier employé ;
- un tiers pour le deuxième ;
- un douzième pour le troisième ;
- 250 francs pour le quatrième.

- a) Quelle fraction de la somme le quatrième employé reçoit-il ?
b) Quelle somme totale a été partagée entre les quatre employés ?

Multiplication et division de fractions

Fichier : NO29

no30 Un pour tous, tous pour un

Athos, Porthos, Aramis et D'Artagnan proposent quatre manières d'effectuer la multiplication $\frac{3}{4} \cdot 5$.

Athos : $\frac{3}{4} \cdot 5 = \frac{15}{20}$

Porthos : $\frac{3}{4} \cdot 5 = \frac{15}{4}$

Aramis : $\frac{3}{4} \cdot 5 = 3 \cdot \frac{5}{4} = 3 \cdot 1,25 = 3,75$

D'Artagnan : $\frac{3}{4} \cdot 5 = 0,75 \cdot 5 = 3,75$

Qui a raison ?



Gravure de Huyot d'après Maurice Leloir :
Athos, Porthos, Aramis et D'Artagnan

Célèbre s'il en est et symbole de l'union sacrée en amitié, la devise « Un pour tous, tous pour un ! » a été proclamée dans un célèbre roman historique d'Alexandre Dumas père (1802-1870)... Fiers soldats au service du roi de France Louis XIII contre le cardinal de Richelieu, et se battant pour sauver l'honneur de la reine Anne d'Autriche, les trois mousquetaires étaient pourtant... quatre !

Par ailleurs, « Un pour tous, tous pour un ! » – « Einer für alle, alle für einen » dans sa traduction allemande et « Uno per tutti, tutti per uno » dans sa traduction italienne – est considérée comme étant la devise de la Confédération helvétique. Elle est inscrite, dans sa version latine « Unus pro omnibus, omnes pro uno », dans la coupole du Palais fédéral, à Berne.

Fichier : NO31 à NO37

NO38 À l'inverse

En utilisant chacun des dix nombres suivants, une et une seule fois, forme cinq couples dont le produit vaut 1.

3,5 $-\frac{2}{3}$ 0,6 $-\frac{4}{1}$ $\frac{2}{7}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{3}{2}$ -1,5 -0,25 1,6

NO39 Dépenses

Un élève a dépensé les deux tiers de son argent de poche pour s'acheter des DVD et le quart pour de la musique en ligne.

Quelle fraction de son argent de poche a-t-il dépensée jusqu'à maintenant ?

NO40 Encore des dépenses

Un élève a dépensé les trois cinquièmes de son argent de poche.
Deux tiers de cet argent ont servi à acheter des CD.

Quelle fraction de son argent de poche représente cet achat ?

NO41 Distribution de caramels

Gaëlle a acheté un paquet de caramels. Elle a donné le quart des caramels à Samira, puis le cinquième de ce qui restait à Malik.

- Quelle fraction des caramels est-il resté à Gaëlle ?
- S'il y avait 60 caramels dans le paquet, combien chacun en a-t-il reçus ?

NO42 Ce n'est pas pareil !

Quelle expression ne donne pas un résultat identique aux autres ?



NO43 On multiplie pour diviser

1. Aide-toi de ces deux égalités pour trouver une règle te permettant de diviser des fractions entre elles.

$$\frac{5}{7} : 3 = \frac{5}{7} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{21}$$

$$\frac{3}{5} : \frac{2}{3} = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{10}$$

2. Utilise cette règle pour effectuer les divisions suivantes :

a) $\frac{7}{8} : 21$

b) $6 : \frac{3}{4}$

c) $\frac{4}{5} : \frac{1}{3}$

d) $\frac{15}{16} : \frac{3}{8}$

NO44 Inversons !

Quel est l'inverse de :

a) 6

c) $-\frac{2}{3}$

e) 0,1

g) $\frac{3}{7}$

i) $\sqrt{9}$

b) $\frac{1}{10}$

d) 0,01

f) -1

h) 0

j) 5^2

NO45 Division

Maurice, Gilles, Jean-Michel et Serge effectuent la même division, mais différemment :

Maurice

$$\frac{20}{5} : \frac{5}{10} = \frac{5}{20} \cdot \frac{5}{10} = \frac{25}{200} = \frac{1}{8}$$

Gilles

$$\frac{20}{5} : \frac{5}{10} = \frac{20}{5} \cdot \frac{10}{5} = \frac{200}{25} = 8$$

Jean-Michel

$$\frac{20}{5} : \frac{5}{10} = \frac{20}{5} \cdot \frac{10}{5} = \frac{4}{1} \cdot \frac{2}{1} = 8$$

Serge

$$\frac{20}{5} : \frac{5}{10} = \frac{2}{1} : \frac{1}{1} = \frac{2}{1} = 2$$

Qui a raison ?

Fichier : NO46 à NO49

NO50 On mélange

Effectue.

a) $\frac{6}{5} \cdot \frac{7}{8}$

c) $\frac{3}{2} : \frac{4}{7} : \frac{1}{4}$

e) $\frac{3}{8} : \frac{4}{5} : 4$

g) $-\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 6$

b) $\frac{9}{4} : \frac{2}{3}$

d) $\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{4}$

f) $\frac{3}{8} : \left(\frac{4}{5} : 4\right)$

h) $\frac{3}{4} \cdot 0 : \frac{1}{2}$

NO51 La tarte

Il reste les trois quarts d'une tarte. On partage ce reste à parts égales entre six personnes.

Quelle fraction de la tarte chaque personne reçoit-elle ?

NO52 L'autre

Le produit de deux fractions est $\frac{2}{5}$. L'une des fractions est $\frac{8}{15}$. Quelle est l'autre ?

NO53 Disque dur

Les trois septièmes de la mémoire SSD d'un ordinateur sont occupés par les logiciels et le quart par de la musique et des documents divers.

Quelle fraction du disque dur est encore disponible ?

NO54 Romans

Dans une bibliothèque, deux tiers des livres sont des romans. Parmi ceux-ci, deux neuvièmes sont des romans policiers.

Quelle fraction des livres de la bibliothèque représentent les romans policiers ?

NO55 Le réservoir

Le réservoir d'une voiture est rempli aux trois quarts de sa capacité. Lors de ses précédents voyages, Morgane a pu observer que sa voiture consommait le huitième du réservoir chaque fois qu'elle parcourait 100 kilomètres.

En posant une seule opération, trouve le nombre de centaines de kilomètres que Morgane pourra parcourir avec le carburant dont elle dispose.

NO56 Mystère

Écris un nombre naturel. Multiplie-le par $\frac{3}{4}$.

Multiplie le résultat par $\frac{4}{7}$.

Ajoute le nombre initial.

Indique à ton voisin, sous forme de fraction irréductible, le résultat que tu as obtenu.

Demande-lui de retrouver le nombre initial que tu as écrit.

NO57 Basket

Lors d'un match de basket, une équipe a marqué 75 points. Les trois cinquièmes ont été marqués durant les deux premiers quart-temps.

Quel est le nombre de points inscrits par cette équipe lors des deux derniers quarts ?

NO58 Vente du terroir

Un producteur de jus de pommes vend les cinq septièmes de sa récolte, à savoir 210 litres.

Combien de litres de jus de pommes a-t-il produits au total ?

NO59 Question d'eau

Le volume d'eau présent sur notre planète est composé de 97,2 % d'eau salée et de 2,8 % d'eau douce. Les glaciers contiennent 80 % des réserves d'eau douce du globe.

Quel pourcentage du volume total d'eau sur notre planète les glaciers représentent-ils ?



Des disques de verdure créés grâce à l'irrigation à pivot central, au Kansas, États-Unis.

La gestion des eaux, les circuits d'eau potable et des eaux usées, ainsi que l'irrigation artificielle pour l'agriculture sont des préoccupations très anciennes pour les êtres humains. Les traces des premières civilisations se trouvent toutes près des grands fleuves, comme le Tigre et l'Euphrate pour le peuple de Babylone ou le Nil pour celui d'Égypte.

Dans la Perse antique fut entreprise la construction de hauts barrages et de canalisations, parfois à plus de 300 m sous terre pour éviter tout effet d'évaporation, en vue d'amener l'eau jusqu'aux foyers de population.

Fichier : **Faire le point p. 18**

Pour consolider et approfondir

NO60 Inverses et opposés

Quels sont les opposés et les inverses de :

a) 0

c) -20

e) -0,03

g) 2π

i) $\sqrt{3}$

b) -1

d) 1548

f) $\frac{27}{4}$

h) $-\frac{3}{5}$

j) $\frac{1}{\pi}$

Fichier : **NO61**

NO62 À propos de fractions

1. Quels sont ces nombres ?

a) L'inverse de $\frac{7}{4}$

b) Cinq de moins que $\frac{7}{4}$

c) La moitié de $\frac{7}{4}$

d) L'opposé de $\frac{7}{4}$

e) Le triple de $\frac{7}{4}$

2. Qui suis-je ?

a) Le plus grand nombre entier inférieur à $-\frac{14}{5}$

b) Deux fois plus petit que $\frac{9}{7}$

c) Plus grand que $-\frac{12}{5}$ et plus petit que $-\frac{11}{5}$

d) Quatre unités de moins que $-\frac{28}{5}$

e) Trois fois plus grand que $\frac{16}{3}$

Fichier: NO63 et NO64

NO65 Les cinq opérations

Calcule.

a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

g) $\frac{11}{6} - \frac{3}{4}$

m) $\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{9}$

s) $\frac{\frac{2}{3}}{4}$

b) $\frac{5}{8} + \frac{5}{6}$

h) $\frac{1}{2} \cdot \frac{8}{5}$

n) $\left(\frac{3}{2} + \frac{3}{4}\right)^2$

t) $0,25 \cdot \frac{2}{5}$

c) $1,2 + \frac{3}{10}$

i) $\frac{9}{16} - \frac{1}{4}$

o) $4 - \frac{7}{4} + \frac{1}{2}$

u) $\frac{\frac{12}{8}}{5}$

d) $\frac{4}{5} + \frac{2}{3}$

j) $\left(\frac{3}{5}\right)^2$

p) $\frac{4}{5} : \frac{2}{3}$

v) $\frac{1}{2} \cdot \frac{-4}{5}$

e) $\frac{4}{9} - \frac{5}{12}$

k) $\frac{3}{7} : \frac{7}{6}$

q) $\frac{1}{2} - \frac{2}{3}$

w) $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}$

f) $\frac{6}{100} \cdot \frac{15}{8} \cdot \frac{2}{3}$

l) $\frac{3^2}{10} + 0,1$

r) $6 \cdot \frac{5}{3}$

x) $\frac{3}{2} : 0,\bar{3}$

NO66 Taquin

Une famille de quatre personnes est composée des deux parents et des enfants Émilie et Damien. Ce dernier aime bien taquiner sa sœur Émilie ! Il lui dit : « Je vais manger les deux tiers de la moitié des trois quarts du gâteau. Comme ça j'en aurai mangé plus que ma part ! »

L'affirmation de Damien est-elle correcte ?

NO67 NBA

En NBA, un match de basketball est constitué de quatre quart-temps de douze minutes chacun. Au cours d'un match, le meneur de jeu a joué sept minutes au premier quart-temps, neuf minutes au deuxième, six minutes au troisième et dix minutes au dernier.

À quelle fraction du match entier son temps de jeu correspond-il ?



Thabo Sefolosha, premier basketteur suisse à avoir intégré, dès 2006, la NBA.

La National Basketball Association (NBA), créée en 1946, est la principale ligue de basketball nord-américaine et présente, sans doute, le plus haut niveau mondial de ce sport. Le championnat comprend 30 équipes, réparties en deux conférences (Est et Ouest).

Au terme d'une saison régulière comptant 82 matches, les 16 équipes qualifiées s'affrontent en séries éliminatoires (playoffs) ; la finale voit s'affronter la meilleure équipe de la Conférence Est contre la meilleure équipe de la Conférence Ouest. L'équipe qui parvient la première à remporter quatre matches est nommée championne (source WP).

NO68 On visse

Une vis de 3 cm s'enfonce de $\frac{3}{11}$ cm à chaque tour.

Combien de tours faudra-t-il pour qu'elle soit complètement enfoncée ?

NO69 Rebond infini ?

Une balle rebondit aux trois quarts de la hauteur à laquelle elle a rebondi précédemment.

Quelle fraction de la hauteur initiale atteint-elle au troisième rebond ?

Fichier : NO70

NO71 Tour de passe-passe

si le nombre $n = 1,45454545\dots$

alors $100 \cdot n = 145,454545\dots$

comme $n = 1,45454545\dots$

on a donc $99 \cdot n = 144$

il s'ensuit que $n = \frac{144}{99}$, que l'on peut écrire $\frac{16}{11}$ sous sa forme irréductible

- a) En utilisant la même méthode, transforme les écritures décimales suivantes en écriture fractionnaire.

$$13,\overline{6}$$

$$0,\overline{72}$$

$$2,0\overline{4}$$

$$0,4\overline{28571}$$

- b) Ta calculatrice te permet-elle aussi de trouver cette écriture fractionnaire ?

Puissances et racines

Fichier: **Que sais-je ? p. 21**

Pour réactiver certaines connaissances

Fichier: **NO72 à NO74**

NO75 Les abeilles

Pour produire 1 g de miel, les abeilles doivent butiner 7500 fleurs. Si les abeilles d'une ruche ont produit 5 kg de miel, combien de fleurs ont-elles butinées ?

Donne la réponse en notation scientifique.

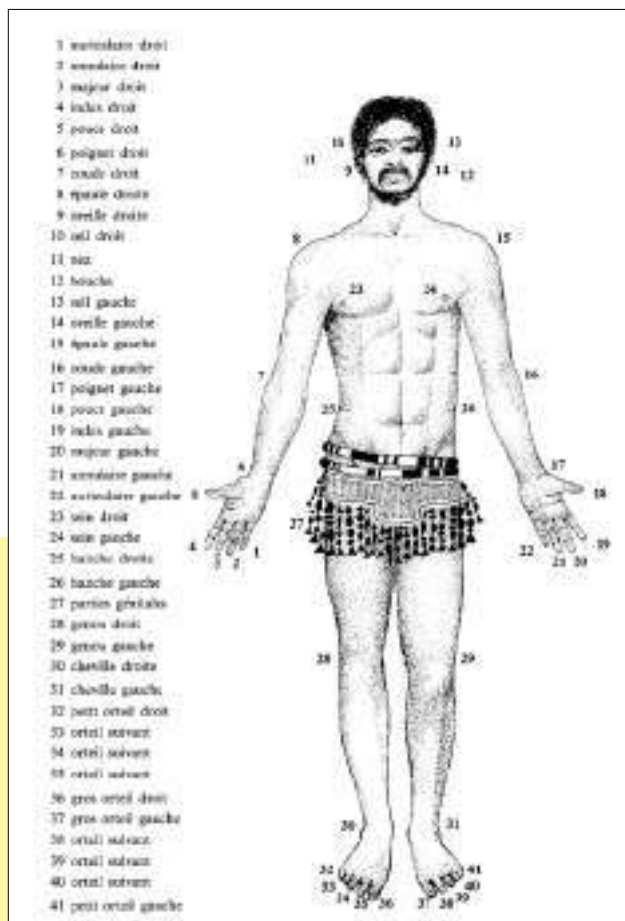
Puissances et notation scientifique

NO76 Pouce

En pliant ou non chaque doigt d'une main, combien de signes différents peux-tu représenter ?

Dans son extraordinaire ouvrage *Histoire universelle des chiffres*, Georges Ifrah évoque ces populations qui utilisaient leur corps tout entier pour compter, permettant ainsi à l'être humain d'avoir en tout temps sa calculatrice avec lui, bien avant nos machines à calculer et autres téléphones portables aux multiples fonctions.

Procédé corporel utilisé par certaines populations qui désignaient une partie de leur corps pour indiquer le nombre souhaité.



no77 Correctes ou pas ?

1. Ces égalités sont-elles correctes ?

a) $3^6 \cdot 3^4 \stackrel{?}{=} 3^5 \cdot 3^5$

b) $6^4 \cdot 6^2 \stackrel{?}{=} 6^2 \cdot 3^5$

c) $5^3 \cdot 5^5 \stackrel{?}{=} (5^3)^2$

2. Calcule mentalement.

a) $3^2 \cdot 2^5 \cdot 3 \cdot 5^5$

b) $7^2 + 3^2$

c) $(3^7 \cdot 4^7) : (6^5 \cdot 2^5)$

Fichier: **NO78**

no79 Sans calculatrice

Calcule et donne le résultat en notation scientifique.

a) $100\,000 \cdot 1000$

d) $1250 : 0,0015$

b) $435\,000 \cdot 0,0002$

e) $0,0001 : 20\,000$

c) $25\,000 : 500\,000$

f) $0,00000205 \cdot 4\,000\,000\,000$

Fichier: **NO80**

no81 Planètes en tout genre

a) La somme des masses des planètes est-elle supérieure à celle du Soleil ($2 \cdot 10^{27}$ t) ?

b) Jupiter est la plus grande planète du système solaire.

La somme des rayons des autres planètes est-elle supérieure au rayon de Jupiter ?

Planète	Masse (kg)	Rayon (km)
Mercury	$3 \cdot 10^{23}$	2400
Vénus	$5 \cdot 10^{24}$	6100
Terre	$6 \cdot 10^{24}$	6400
Mars	$6 \cdot 10^{23}$	3400
Jupiter	$2 \cdot 10^{27}$	71500
Saturne	$6 \cdot 10^{26}$	60300
Uranus	$9 \cdot 10^{25}$	25600
Neptune	$1 \cdot 10^{26}$	24800

no82 De l'infiniment grand à l'infiniment petit

a) Sans ta calculatrice, détermine le rapport entre le diamètre du système solaire et celui d'un atome d'argent.

Diamètre du système solaire: 125 000 000 000 km

Diamètre d'un atome d'argent: 0,000 000 000 000 25 km

b) Exprime avec des mots ce que signifie le rapport que tu viens de calculer.

NO83 La nébuleuse de la Tête de Cheval

- a) Après le Soleil, l'étoile la plus proche de la Terre est Proxima du Centaure située à 4,22 années-lumière.
Sachant que la lumière parcourt 300 000 km par seconde, quelle est la distance en kilomètres entre la Terre et Proxima du Centaure ?
- b) La nébuleuse de la Tête de Cheval se situe à 1500 années-lumière de la Terre.
À quelle distance de notre planète, en kilomètres, se trouve cette nébuleuse ?



Une **nébuleuse** (du latin *nebula*, nuage) désigne, en astronomie, un vaste nuage de gaz et de poussières interstellaires, d'aspect diffus.

La nébuleuse de la **Tête de Cheval**, officiellement connue sous le nom de « **Barnard 33** », est une nébuleuse située à 1500 années-lumière de la Terre dans la constellation d'Orion. Elle est facilement reconnaissable à sa forme qui lui a donné son nom.

NO84 Molécules absorbées

Une molécule d'eau a une masse de $3 \cdot 10^{-26}$ kg.

Combien de molécules d'eau absorbes-tu en buvant un verre de 2 dl d'eau ?



En Valais, les bisses, datant parfois de plusieurs siècles et amenant l'eau des montagnes jusqu'à flanc de coteau et en plaine, sont de remarquables constructions parfois très spectaculaires – ici le bisse d'Ayent construit vers 1440.

En Suisse, les plus anciens vestiges d'installations destinées à l'alimentation en eau datent de l'âge du bronze : citerne rectangulaire en mélèze (XVI^e siècle av. J.-C.) à Savognin et captage de source à Saint-Moritz Bad (XIV^e siècle av. J.-C.), toutes deux situées dans les Grisons.

Grâce à la civilisation romaine, durant le I^{er} siècle apr. J.-C., des villes comme Avenches, Nyon ou Martigny avaient des infrastructures d'amenée et d'évacuation des eaux. Six aqueducs alimentaient Avenches ; un aqueduc long de 10 km amenait les eaux de Divonne-les-Bains (F) à Nyon. Dans la région bâloise, un canal de 6,5 km venait du sud vers la ville haute d'Augusta Raurica, où il existait un réseau de distribution sous pression et sans doute un château d'eau.

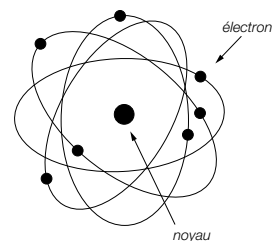
Il a pourtant fallu attendre le milieu du XX^e siècle pour que la quasi-totalité des foyers, urbains et ruraux de Suisse, profitent de l'eau courante à domicile.

NO85 Modèle atomique de Bohr

La matière, même la plus dure, est composée essentiellement de vide !

En effet, si le diamètre d'un atome est de quelque 10^{-10} m, celui du noyau atomique est de l'ordre de 10^{-15} m seulement.

Si une tête d'épingle représente le noyau atomique, quel est, à la même échelle, le diamètre de l'atome ?



Modèle atomique de Bohr



Un **modèle scientifique** peut être une représentation de ce qu'on ne peut pas voir directement pour différentes raisons.

Le modèle de Bohr de la structure atomique, énoncé en 1913 par le physicien danois Niels Bohr (1885-1962), est fondé sur le modèle planétaire de Rutherford, dans lequel l'atome est considéré comme un noyau compact, composé de protons et de neutrons, entouré d'un essaim d'électrons.

Le modèle propose que les électrons qui gravitent autour du noyau soient situés sur des niveaux d'énergie. Bohr en a identifié sept, chacun d'eux ne pouvant contenir qu'un nombre maximal d'électrons.

Ce modèle est encore utilisé pour le grand public et dans l'enseignement, mais d'autres modèles plus valides ont été développés depuis.

NO86 Atome d'hydrogène

Selon le modèle de Bohr, l'atome d'hydrogène est composé d'un proton en son noyau et d'un électron qui gravite autour de ce dernier sur une orbite circulaire.

Sachant que la distance de l'électron au proton est de $5 \cdot 10^{-9}$ m et qu'il fait 10 000 tours à la seconde, combien de mètres parcourt-il en une année ?

NO87 Chaîne de cuivre

La masse de 1 cm^3 de cuivre est 9 g. Celle d'un atome de ce même métal est 10^{-22} g. Le diamètre d'un atome est 10^{-10} m.

Si l'on formait une chaîne en disposant côte à côte tous les atomes contenus dans 1 cm^3 de cuivre, serait-elle suffisamment longue pour faire le tour de la Terre ?

NO88 Hémoglobine

- Quel est le volume total des globules rouges d'un individu ?
- Quelle serait approximativement la hauteur d'une colonne formée d'un empilement de tous les globules rouges de ce même individu ?

Les globules rouges

Le corps renferme 5 à 6 litres de sang. Celui-ci est un liquide (plasma) dans lequel nagent les globules rouges et les globules blancs. Les globules rouges sont minuscules. Ils ont la forme d'un cylindre de $4 \cdot 10^{-5} \text{ mm}^2$ de base et leur épaisseur est d'environ $2,5 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$. Une goutte de sang de 1 mm^3 en contient environ 5 millions.

Racines

no89 L'arête d'un cube

Deux personnes mesurent l'arête d'une boîte cubique de 2 litres.

L'une trouve 12,5 cm et l'autre 12,6 cm.

Qui a raison ?

no90 La diagonale d'un cube

Jimmy et Caroline ont mesuré chacun la diagonale d'un cube de 10 cm d'arête.

Jimmy obtient 17,4 cm et Caroline 17,3 cm.

Qui a raison ?

no91 Encadrement

Sans utiliser ta calculatrice, encadre les racines suivantes à l'aide de deux nombres entiers.

a) $\sqrt{1400}$

c) $\sqrt{18}$

e) $\sqrt{888}$

g) $\sqrt{6 \cdot 7}$

b) $\sqrt{0,4}$

d) $\sqrt[3]{1400}$

f) $\sqrt{150}$

h) $\sqrt[3]{-900}$

no92 Estimations et vérifications

Estime les nombres suivants :

a) $\sqrt{47}$

d) $\sqrt{10000}$

g) $\sqrt{1,44}$

j) $\sqrt{438}$

b) $\sqrt{470}$

e) $\sqrt[3]{1\,000\,000}$

h) $\sqrt{1600}$

k) $\sqrt{2^{10}}$

c) $\sqrt[3]{470}$

f) $\sqrt[5]{100\,000}$

i) $\sqrt{10^6}$

l) $\sqrt{\frac{28}{27}}$

Vérifie ensuite avec ta calculatrice.

no93 Règles et racines

Vrai ou faux ?

- a) La racine carrée d'une somme de deux nombres positifs est égale à la somme des racines carrées de chacun de ces deux termes.
- b) Le carré de la racine carrée d'un nombre positif est égal à ce nombre.
- c) Le produit des racines carrées de deux nombres est égal à la racine carrée du produit de ces deux nombres.
- d) La racine carrée du quotient de deux nombres positifs est égale au quotient des racines carrées de ces deux nombres.

NO94 Déracinés

Ces égalités sont-elles vraies ?

a) $\sqrt{225} \stackrel{?}{=} \sqrt{9} \cdot \sqrt{25}$

b) $\sqrt{4 + 32} \stackrel{?}{=} \sqrt{4} + \sqrt{32}$

c) $\sqrt{9 \cdot 100} \stackrel{?}{=} \sqrt{9} \cdot \sqrt{100}$

d) $\sqrt{64 - 16} \stackrel{?}{=} \sqrt{64} - \sqrt{16}$

e) $\sqrt{16} \cdot \sqrt{100} \stackrel{?}{=} \sqrt{1600}$

f) $\sqrt{\frac{100}{25}} \stackrel{?}{=} \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{25}}$

g) $(\sqrt{25})^2 \stackrel{?}{=} \sqrt{25} \cdot \sqrt{25}$

h) $49 \stackrel{?}{=} (\sqrt{49})^2$

i) $\sqrt[3]{3} \stackrel{?}{=} 1$

j) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} \stackrel{?}{=} 5$

k) $\sqrt{10\,000} + \sqrt{400} \stackrel{?}{=} \sqrt{10\,000 + 400}$

l) $\frac{\sqrt{144}}{\sqrt{36}} \stackrel{?}{=} \sqrt{\frac{144}{36}}$

NO95 On applique

Calcule.

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$

d) $(\sqrt{17})^2$

g) $\sqrt{81} + \sqrt{121}$

j) $\sqrt{25} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{9}$

b) $\sqrt{(-3)^2}$

e) $\sqrt{169 \cdot 16}$

h) $\sqrt{12} : \sqrt{3}$

c) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{800}$

f) $\sqrt{1521}$

i) $\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{64}}$

Fichier: NO96

NO97 Extractions

Exemple: $\sqrt{12} = \sqrt{3 \cdot 4} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{4} = 2\sqrt{3}$

Fais de même avec les expressions suivantes, afin d'en extraire le plus grand entier possible.

a) $\sqrt{175}$

d) $\sqrt[3]{1080}$

g) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{6}$

j) $\sqrt{50} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$

b) $\sqrt{72}$

e) $\sqrt{400\,000}$

h) $\sqrt{18} + \sqrt{32}$

k) $\sqrt[3]{-125}$

c) $\sqrt{300}$

f) $5\sqrt{252}$

i) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{72}$

l) $\sqrt[3]{48}$

NO98 Traitement de racines

Dans chaque série de nombres, l'un d'entre eux n'est pas égal aux autres.

Retrouve cet intrus.

- a) $\sqrt{60}$; $\sqrt{15} \cdot \sqrt{4}$; $2\sqrt{15}$; $3\sqrt{20}$; $\sqrt{12} \cdot \sqrt{5}$
 b) $\sqrt{27}$; $\sqrt{20+7}$; $3\sqrt{3}$; $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$; $3\sqrt{9}$
 c) $\sqrt{441}$; $\sqrt{49} \cdot \sqrt{9}$; $7\sqrt{9}$; $\sqrt{21} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{7}$; $\sqrt{400} + \sqrt{21}$
 d) $\sqrt{\frac{25}{64}}$; $\frac{1}{8}\sqrt{25}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{2,5}{6,4}$; $\frac{5}{\sqrt{64}}$

NO99 Manipulation de racines

1. Sachant que $\sqrt{2} \cong 1,4$; $\sqrt{3} \cong 1,7$; $\sqrt{5} \cong 2,2$; $\sqrt{7} \cong 2,6$, estime les nombres suivants :

- | | | | |
|--|------------------|------------------|---------------------|
| a) $\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7}$ | e) $\sqrt{600}$ | i) $\sqrt{0,07}$ | m) $\sqrt{2000000}$ |
| b) $\sqrt{32}$ | f) $\sqrt{35}$ | j) $\sqrt{50}$ | n) $\sqrt{2500}$ |
| c) $\sqrt{98}$ | g) $\sqrt{3500}$ | k) $\sqrt{500}$ | o) $\sqrt{21}$ |
| d) $\sqrt{6}$ | h) $\sqrt{0,03}$ | l) $\sqrt{27}$ | |

Vérifie ensuite avec ta calculatrice.

2. Réduis, si possible, les expressions suivantes.

- a) $3\sqrt{7} - 2\sqrt{7}$ b) $\sqrt{50} + \sqrt{98}$ c) $\sqrt{18} + \sqrt{32}$ d) $3\sqrt{8} - \sqrt{2} + \sqrt{18}$

Fichier: **Faire le point p. 24**

Encore quelques problèmes

NO100 La Voie lactée

La vitesse de révolution du Soleil autour de l'axe de la Voie lactée est-elle supérieure à celle d'un bolide de formule 1 ?



La Voie lactée, notre galaxie, ressemble à un disque. Elle est constituée d'environ deux cents milliards d'étoiles, dont la plupart sont semblables au Soleil.

Toutes ces étoiles tournent autour de l'axe de rotation du disque. Le Soleil se trouve à $3 \cdot 10^{17}$ km du centre galactique. Depuis sa naissance, il y a 4,5 milliards d'années, il a effectué une vingtaine de tours.

NO101 Au cœur du Soleil

- a) Chaque seconde, 4 millions de tonnes de matière sont transformées en énergie à l'intérieur du Soleil.

« À ce rythme-là, il va bientôt s'éteindre », pense Aurélie.

A-t-elle raison ?

- b) Dans le cœur du Soleil, dont la masse représente 20 % de celle de l'astre, des réactions nucléaires transforment chaque seconde 600 millions de tonnes d'hydrogène en hélium.

Actuellement, il ne reste que 30 % d'hydrogène au cœur du Soleil. Lorsque celui-ci ne contiendra plus que de l'hélium, le volume du Soleil augmentera et son rayon atteindra l'orbite de Mars. La Terre sera ainsi vaporisée.

Dans combien de temps ?

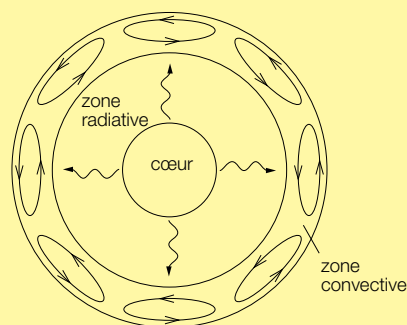
Le Soleil

Âge : 4,5 milliards d'années

Rayon : 700 000 km

Masse : $2 \cdot 10^{27}$ t

Composition : 70 % d'hydrogène
28 % d'hélium
2 % d'autres éléments
(pourcentages relatifs à la masse)



Représentation schématique du Soleil

NO102 Du côté de l'arête

- a) Quelle est l'aire d'un carré dont le côté mesure $\sqrt{2}$?
- b) Quel est le volume d'un cube dont l'arête mesure $\sqrt{2}$?
- c) Quelle est l'aire totale des faces d'un cube dont le volume vaut 2 ?

NO103 On se questionne

Voici six nombres :

-1 $\sqrt{2} - 1$ $\sqrt{2 - 1}$ 0 -1^2 $\sqrt{-9}$

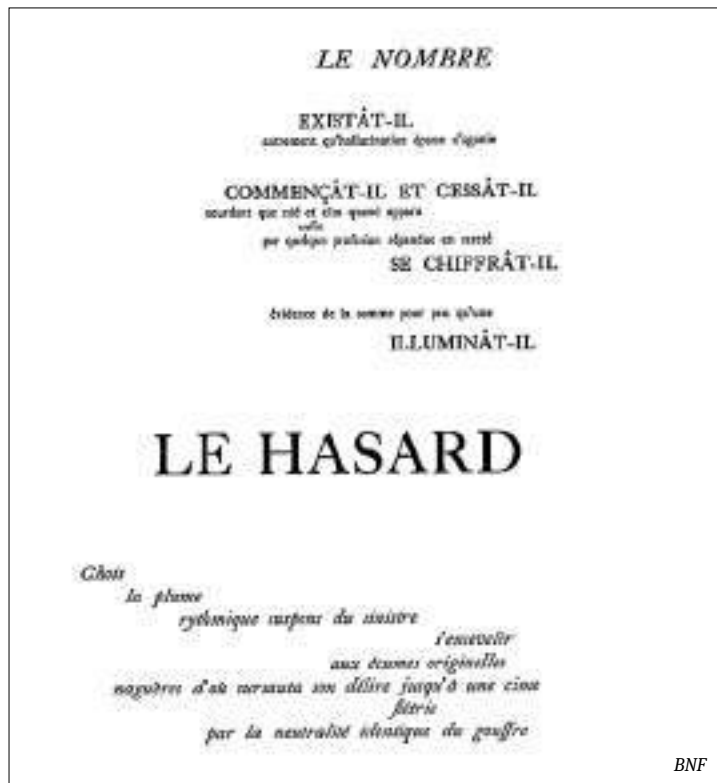
Lesquels sont :

- a) négatifs ? c) ni positifs, ni négatifs ? e) des nombres réels ?
- b) positifs ? d) des nombres rationnels ?

NO104 Déguisements

Classe ces nombres dans l'ordre croissant.

$\frac{14}{98}$ $\sqrt{289}$ $\frac{\pi}{2}$ $-\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{20}}$ $-3,14$ $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ $\frac{22}{7}$ $\sqrt{\frac{144}{16}}$ $1 - \frac{\sqrt{5}}{2}$ $1,618$



« Un coup de dés jamais n'abolira le hasard », rédigé en 1897, est un des derniers poèmes de Stéphane Mallarmé (1842-1898). Le texte, comptant une vingtaine de pages, se présente sous une forme graphique très originale, cherchant, entre autres, à illustrer les mouvements aléatoires d'un coup de dés...

Prévoir l'avenir et parvenir à maîtriser le hasard sont des vœux qui traversent l'esprit de chacun, et les êtres humains, de longue date, s'en sont préoccupés. Un exemple de cette attente est de vouloir connaître, à l'avance, le résultat de jeux de hasard, loterie, cartes, dés, etc. Les mots que nous utilisons en gardent les traces : *aléatoire* provient du latin *alea*, alors que *hasard* est issu de l'arabe hispanique, *هزل*, construit lui-même à partir de l'article défini arabe *al-*, auquel vient s'ajouter *zahr*, d'où *al-zahr* ou *az-zahr* ; ces mots latin et arabe désignent chacun le dé ou le jeu de dés.

Depuis le XVII^e siècle, les mathématiciennes et mathématiciens ont développé des outils permettant de mieux comprendre l'incertitude et de déterminer le nombre de chances – ou de risques – qu'un événement se produise ou non : le calcul des probabilités. Le futur reste imprévisible, mais ces opérations permettent d'évaluer les développements possibles de situations aléatoires. Blaise Pascal (1623-1662) et Pierre de Fermat (1601-1665) sont deux de ces chercheurs qui réalisèrent les premiers travaux remarquables sur les probabilités.

Situations aléatoires

Apprentissages visés

- Exploration et traitement de situations aléatoires à l'aide de notions de probabilités
- Connaissance et utilisation de diverses fonctions de la calculatrice

Sommaire

Pour réactiver certaines connaissances	50
Fréquences et probabilités	51
Encore quelques problèmes	55



Fichier: **Que sais-je ? p. 25**

Pour réactiver certaines connaissances

NO105 Idées reçues

Vrai ou faux ? Justifie ta réponse.

- a) On lance un dé à six faces. Si le 2 vient de sortir, on a moins de chances qu'il sorte au lancer suivant.
- b) Chaque fois qu'on lance un dé à six faces, on a une chance sur six d'obtenir un 6.
- c) On lance une pièce de monnaie et elle tombe sur pile. Au prochain lancer, il y a plus de chances qu'elle tombe sur face.
- d) On dispose de onze cartes, cinq cartes rouges et six cartes noires. On tire une carte au hasard et on tombe sur une noire. On l'élimine du paquet. On a maintenant autant de chances de tirer une carte rouge qu'une carte noire.

NO106 D'autres idées reçues

Vrai ou faux ? Justifie ta réponse.

- a) Il ne faut jamais jouer les numéros qui sont sortis lors du tirage précédent d'une loterie, car ils ont moins de chances de sortir les fois suivantes.
- b) À la Loterie suisse à numéros, on devait cocher six numéros dans une grille allant de 1 à 45. La combinaison {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6} avait moins de chances d'apparaître que {3 ; 10 ; 11 ; 14 ; 21 ; 33}.
- c) Ce tableau représente les résultats obtenus sur 50 lancers d'un même dé.

1	2	3	4	5	6

Le 3 et le 5 ont plus de chances de sortir au prochain lancer.

NO107 Les tenues de Mireille

Mireille a deux tee-shirts, trois jupes et trois paires de chaussures, tous et toutes d'une couleur différente. Détermine toutes les façons de s'habiller avec ces vêtements.