

FA83 L'atterrissage

Un avion de ligne, en phase finale d'approche vers la piste d'atterrissage, descend selon une pente de 5 %. De combien l'altitude d'un tel avion diminue-t-elle pour un déplacement horizontal de 1 km ?

Fichier : FA84 et FA85

FA86 Le triangle

Les côtés d'un triangle ABC mesurent respectivement 5 cm, 8 cm, et 12 cm.

Michael décide de tracer à la craie un agrandissement de ce triangle.

Il choisit alors pour longueurs des côtés 27,5 cm, 66 cm et 42 cm.

Son agrandissement est-il correct ?

FA87 Le fer

Dans une usine, on traite du minerai contenant en moyenne 35 % de fer. Il faut utiliser 120 kg de charbon pour produire l'énergie nécessaire à l'extraction de 100 kg de fer.

Quelle quantité de charbon faudra-t-il pour extraire le fer contenu dans 1200 t de minerai ?

FA88 Le soufflé aux abricots

Pour son anniversaire, le frère de Sven prépare un soufflé aux abricots.

La recette ci-dessous est prévue pour cinq personnes.

Aide-le à déterminer les quantités dont il aura besoin pour seize personnes.



Fichier : FA89

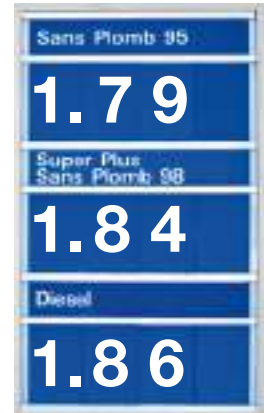
FA90 Le touriste

Le dimanche 23 juillet 2023, un touriste voyageant en Suisse, a mis 44 l de diesel dans le réservoir de son véhicule.

Ci-contre se trouvent les prix affichés à la station-service.

À la caisse, il décide de payer en euros et tend cinq billets de 20 € à la caissière. Celle-ci l'informe qu'elle ne peut lui rendre la monnaie qu'en francs suisses.

Quelle somme va-t-elle lui rendre ?



1 € = 0.98 CHF

FA91 Les champignons presque séchés

Les champignons frais contiennent 90 % de leur poids en eau.

À la suite d'une belle récolte, il me reste 1 kg de champignons que je mets à sécher. Au bout de quelques jours, ils ne pèsent plus que 500 g.

Quel pourcentage d'eau contiennent-ils encore ?

FA92 Le chauffage

Les frais de chauffage d'un petit immeuble se sont élevés à 7690 francs pour un hiver.

Le propriétaire en prend 10 % à sa charge et répartit le solde entre ses trois locataires au prorata du volume des locaux loués, soit 940 m³, 520 m³ et 490 m³.

Quelle sera la participation de chaque locataire ?

FA93 D'une dimension à l'autre

Un village de vacances est représenté par une maquette à l'échelle 1 : 1000.

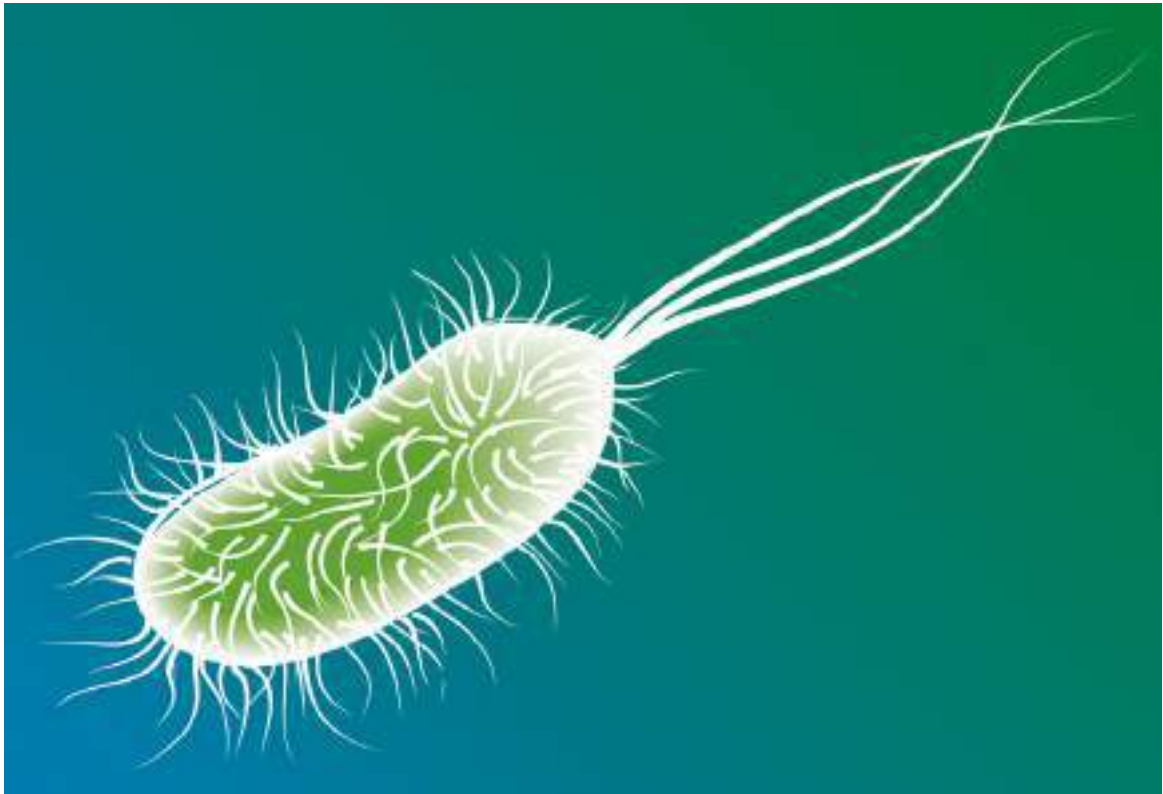
Quels sont, sur la maquette :

- la hauteur d'un pylône de 15 m de haut ?
- l'aire du rectangle qui représente un terrain de sport de 1 ha ?
- le volume d'une piscine qui contient 2500 m³ d'eau ?

FA94 La bactérie

Voici l'image d'une bactérie grossie 100 000 fois.

Quelle est, approximativement, la longueur réelle d'une de ces bactéries ?



La bactérie est un micro-organisme unicellulaire et sans noyau (procaryote) pouvant se développer dans tous les milieux.

Certaines bactéries peuvent être sources de maladies et sont traitées par antibiotiques. Mais la plupart sont très utiles aux humains : fermentation

des produits alimentaires, décomposition de déchets organiques, protection des plantes contre certains insectes, etc. On les utilise également pour produire certains médicaments ; les scientifiques les étudient pour mieux comprendre certains phénomènes du vivant.

FA95 L'aéroport

Sachant que la longueur de la piste de l'aéroport de Genève-Cointrin est de 3,9 km, quelle est, approximativement, l'échelle de cette carte ?



FA96 Le village

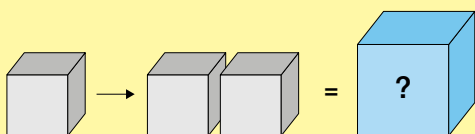
De 2000 à 2006, le nombre d'habitantes et d'habitants d'un village a augmenté de 14 %, avant de diminuer de 20 %, de 2006 à 2012. Fin 2012, ce village comptait 2280 habitantes et habitants. Combien de personnes vivaient dans ce village en l'an 2000 ?

FA97 Morceau de cube

L'arête d'un cube mesure 5 cm.

Tu l'augmentes de 20 %.

De quel pourcentage le volume de ce cube augmente-t-il ?



Dupliquer un cube : ce problème se posa la première fois en 600 av. J.-C. aux mathématiciens grecs lors d'une épidémie de peste à Athènes. L'oracle consulté promit de faire cesser l'épidémie à la condition suivante : il fallait doubler l'autel consacré à Apollon,

dans l'île de Délos, autel dont la forme était un cube parfait. Aucun mathématicien ne parvint à ses fins. Avec la quadrature du cercle et la trisection de l'angle, la duplication du cube fait partie des trois grands problèmes géométriques de l'Antiquité. Ce problème consiste donc à construire un cube de volume deux fois plus grand qu'un cube donné, uniquement à l'aide d'une règle et d'un compas. Ce n'est qu'en 1837 que Pierre-Laurent Wantzel démontra l'impossibilité de cette construction.

FA98 Isaline est surprise

Isaline dispose d'un capital initial de Fr. 10 000.–. Elle décide de le placer à un taux d'intérêt de 10 % par année. Lorsque, après trois ans, Isaline décide de retirer son capital, elle est surprise de constater qu'elle dispose désormais de Fr. 13 310.– au lieu des Fr. 13 000.– qu'elle avait pensé recevoir !

Explique cette différence.

FA99 Publicité mensongère ?

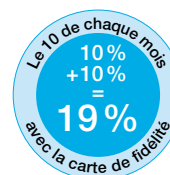
Dans sa publicité, un magasin offre une carte de fidélité à ses clients. Cette carte permet à ses détenteurs de bénéficier d'un rabais de 10 % sur l'ensemble des articles. En plus de ce rabais, le magasin offre un rabais supplémentaire de 10 % tous les dix de chaque mois. Voici ce qui est affiché sur la vitrine de ce commerce :

carte fidélité
10% de remise

Le 10 de chaque mois, c'est **10 %** de rabais* pour tous.

Et pour les détenteurs de la carte de fidélité, c'est **19 %** de rabais.*

*Maximum 2 avantages cumulables et selon nos conditions générales.



Qu'en penses-tu ?

FA100 Le self-service

Voici un ticket de caisse.

- a) Retrouve les nombres cachés par des rectangles rouges.
- b) Vérifie le montant indiqué pour la taxe à la valeur ajoutée (TVA) qui devrait être de 8,1 %.
- c) Quel était le cours de l'euro ce jour-là ?

La taxe sur la valeur ajoutée (TVA) est un impôt que perçoit un État sur les livraisons et les prestations de services faites sur son territoire.

En Suisse, depuis le 1^{er} janvier 2024, les taux officiels de TVA sont les suivants : 8,1 % (taux normal) ; 2,6 % (taux réduit notamment pour certains produits alimentaires, les livres, les journaux et les médicaments) ; 3,8 % (taux spécial pour l'hébergement).

HyperDiscount			
		CHF	
BALLON AUX NOIX	0.90	2	
BUFFET DE SALADE			
0.464 kg x 28.00 CHF/kg			2
BUFFET DE SALADE			
0.226 kg x CHF/kg	6.36	2	
BUFFET VIAN POIS LEG			
kg x 30.00 CHF/kg	18.06	2	
TARE 0.564 kg			
TOTAL (TTC)		38.00	
ESPÈCES			
RENDU		12.00	
TOTAL EN		EURO	39.60
CODE	TVA %	TOTAL (TTC)	TVA
2		38.00	2.86
MERCI DE VOTRE CONFIANCE			

FA101 Escompte

Une petite entreprise d'électricité générale accorde un escompte de 2 % sur ses factures si celles-ci sont payées dans un délai de 8 jours, au lieu du délai standard de 30 jours.

Quel montant est-il possible d'économiser, grâce à l'escompte, sur une facture de 2500 francs ?

Fichier: FA102 et FA103

FA104 Compte d'épargne

Adriana décide de placer une somme de 12 000 francs, sur un compte d'épargne, à un taux d'intérêt de 1,5 % par année.

- a) Calcule le montant des intérêts rapportés par ce capital placé pendant huit mois.
- b) Calcule la somme dont Adriana disposera au bout de deux ans et demi, si elle ne retire rien de son compte.

Unités composées

FA105 À l'aide d'un chronomètre

En expliquant ta démarche, détermine expérimentalement :

- a) la vitesse d'une personne qui court ;
- b) la vitesse d'une personne qui monte les escaliers ;
- c) la vitesse d'une voiture dans la rue ;
- d) la vitesse d'une gomme qui tombe d'un meuble ;
- e) la vitesse d'un ascenseur.

FA106 La marathonnienne

Une marathonnienne court les 42,195 km du parcours en 2 h 48 min.

Quelle est sa vitesse moyenne en kilomètres par heure ?

FA107 L'autoroute

Un enfant, assis à l'arrière de la voiture de ses parents, regarde les bornes kilométriques au bord de l'autoroute. Il constate ainsi que 14 km ont été parcourus en 7 min.

Quelle est la vitesse à laquelle la voiture se déplace ?

FA108 Plus ou moins de 60 km/h ?

Pour chacune des situations ci-dessous, indique si la vitesse est supérieure ou inférieure à 60 km/h.

- a) Un cycliste qui parcourt 200 m en 11 s.
- b) Un orage qui se déplace de 5 km en 15 min.
- c) Un criquet pèlerin qui parcourt 5 hm en 120 s.
- d) Un lièvre qui parcourt 6 m en 0,5 s.
- e) La montagne russe « Formula rossa » où les véhicules se déplacent de 1 km en 15 s.
- f) Un parachutiste qui descend de 50 m en 1 s.

FA109 InterCity

Un train InterCity roule pendant 1 h à la vitesse de 160 km/h, puis, à cause de travaux sur les voies, il doit ralentir et roule à 70 km/h pendant encore 30 min avant d'atteindre sa destination.

Quelle a été la vitesse moyenne du train sur ce trajet ?



InterCity pendulaire ICN, double traction

FA110 Qui va le plus vite ?

Qui va le plus vite ?

Alfred, qui parcourt 100 m en 16 s, Benoît qui se promène à vélo à 20 km/h ou Chantal qui fait du skateboard à 6 m/s ?

FA111 Randonnée à bicyclette

Eddy : « Nous voilà déjà à mi-parcours, notre vitesse moyenne est de 10 km/h. »

Felice : « Quelle lenteur ! Un bon coup de pédale et, sur l'ensemble du trajet, nous aurons roulé à une vitesse moyenne de 20 km/h. »

À quelle vitesse doivent-ils rouler sur la deuxième moitié du parcours ?

Fichier: **FA112 et FA113**

FA114 Tonnerre de Zeus !

Un soir d'orage, on entend le tonnerre 14 s après avoir vu l'éclair.

- Sachant que la foudre est tombée à 4,76 km, calcule en mètres par seconde la vitesse de propagation du son dans l'air.
- Quelques instants plus tard, la foudre tombe de nouveau. On entend le son 8 s après avoir vu l'éclair. À quelle distance se trouve l'impact de la foudre ?

Il est courant de diviser par trois le nombre de secondes séparant l'éclair du coup de tonnerre pour évaluer la distance, en kilomètres, nous séparant d'un orage.

Cela s'explique facilement : la vitesse de la lumière est d'environ 300 000 km/s, celle du son dans l'air d'environ 340 m/s. Si un phénomène orageux se produit à une distance de 3 km, l'éclair sera visible quasiment instantanément, alors que le son mettra 9 s environ ($3000 : 340$) pour nous parvenir.

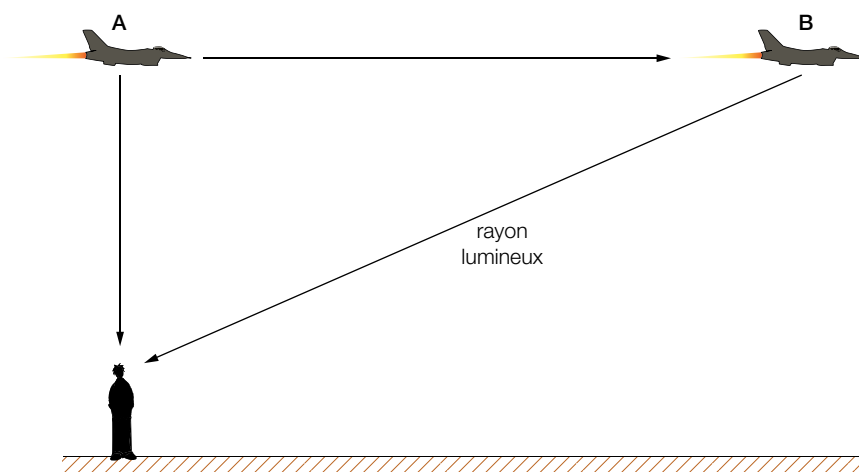
FA115 Mach 2

Un avion vole à une altitude de 5000 m au-dessus du sol. Sa vitesse est de Mach 2, c'est-à-dire de deux fois la vitesse du son dans l'air.

La vitesse du son dans l'air : 340 m/s
La vitesse de la lumière : 300 000 km/s

Lorsque l'observateur entend le son émis par l'avion au point A et lève la tête, l'avion se trouve déjà au point B.

Quelle est la pente du rayon lumineux ?



FA116 Les tours de piste

Lors de la dernière édition des « 24 heures sur piste », Yves a parcouru la distance de 204 km.

L'année dernière, sur cette même piste de 400 m, Michel avait accompli 480 tours.

- Combien de tours Yves a-t-il effectués ?
- Quelle est la vitesse moyenne de chaque coureur ?

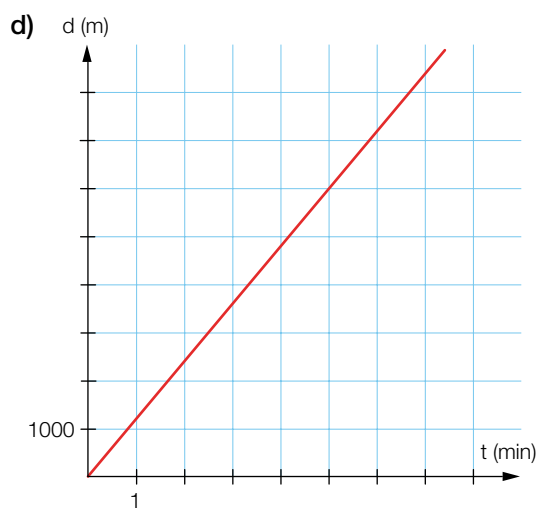
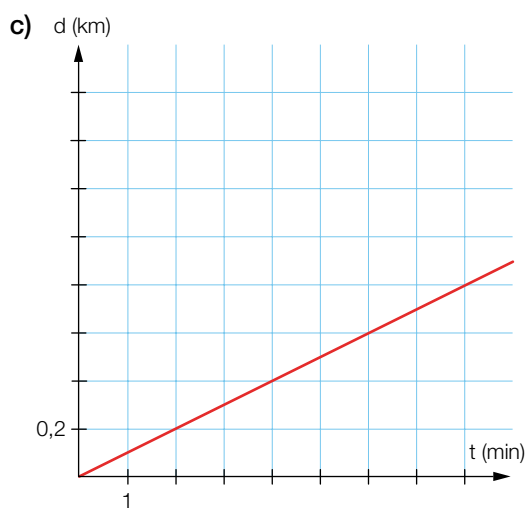
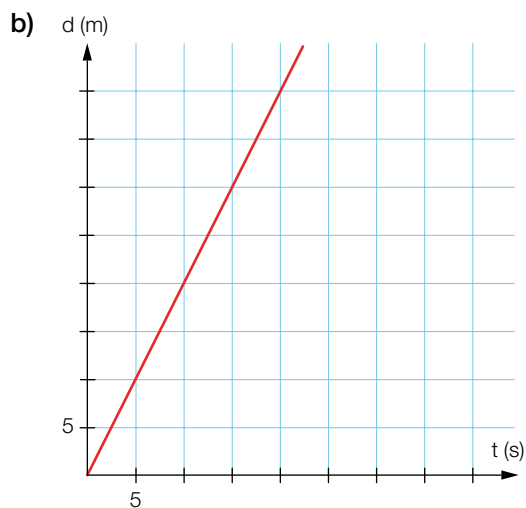
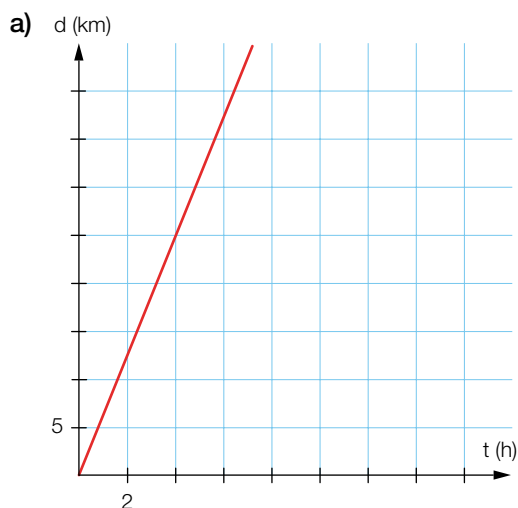
FA117 La vitesse du son

La vitesse du son dans l'air est de 340 m/s, alors que dans l'eau elle est de 5346 km/h.

Dans quel milieu les ondes sonores se déplacent-elles le plus rapidement ?

FA118 Classement de vitesses

Voici les vitesses moyennes de course de quatre animaux différents, représentées chacune à l'aide d'un graphique :



Classe ces animaux en fonction de leur vitesse.

Quelques vitesses d'animaux :

Limace	0,002 km/h	Dauphin	60 km/h
Tortue	0,25 km/h	Libellule	80 km/h
Araignée	2 km/h	Antilope	98 km/h
Chameau	25 km/h	Guépard	115 km/h
Chien	33 km/h	Aigle	160 km/h
Sanglier	48 km/h		

FA119 Auto-rhino

- a) Un automobiliste roule à la vitesse moyenne de 50 km/h.
Quelle distance, en mètres, parcourt-il en 1,5 s ?
- b) Un rhinocéros peut se déplacer à une vitesse de 15 m/s
et un chat à une vitesse de 48 km/h.
Quel est le plus rapide des deux ?

Temps de réaction

Il faut environ une seconde à une ou un automobiliste pour réagir après la perception d'un danger ou d'un signal, et c'est seulement après cette durée que le freinage effectif débute.

FA120 La citerne

Une citerne de 500 l de capacité est remplie de 80 l de mazout.
On sait que 1 l de mazout a une masse de 840 g.

- a) Quelle est la masse du mazout qui se trouve dans la citerne ?
- b) Si on ajoute 126 kg de mazout, combien de litres contiendra la citerne ?

FA121 Le cube d'acier

Un cube d'acier a une arête de 10 cm et une masse de 7,7 kg.

- a) Calcule la masse volumique (ρ) de ce cube en grammes par centimètre cube.
- b) On partage ce cube en deux parties égales. Quelle est la masse volumique de ces demi-cubes ?

FA122 Masse, volume et masse volumique

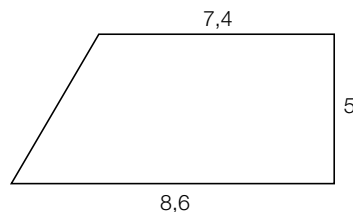
- a) L'ébène est l'un des bois les plus denses qu'on puisse trouver. C'est un bois noir et très dur, qui est notamment utilisé pour réaliser des sculptures.
Tu sais qu'une statue en ébène de 15 dm³ a une masse de 17 kg.
Détermine la masse de 1 m³ d'ébène.
- b) 30 dm³ de sable pèsent 45 kg.
Quelle est la masse volumique du sable ?
- c) La masse volumique d'un morceau de chêne est 0,8 g/cm³.
Quel est son volume si sa masse est de 4,5 kg ?

FA123 La neige

La terrasse d'une maison a la forme d'un trapèze rectangle dont les dimensions, en mètres, figurent sur le dessin ci-contre.

Il y tombe 25 cm de neige dont la masse volumique est égale à $0,130 \text{ kg/dm}^3$.

Calcule la masse de la neige accumulée sur cette terrasse.



Fichier: **FA124**

FA125 La rivière

Une rivière a un débit de $18\,000 \text{ m}^3/\text{h}$.

- a) Quel est son débit en mètres cubes par minute ?
- b) Quel est son débit en litres par seconde ?

FA126 La fontaine

Pour remplir un seau d'eau de 12 l à une fontaine, il a fallu 2 min.

- a) Quel est le débit de la fontaine en litres par secondes ?
- b) Quelle quantité d'eau s'écoule en 1 h ?
- c) Combien de temps met-on pour remplir une vache à eau de 22,5 l ?

FA127 L'Amazone et le lac Léman

Le débit moyen du fleuve Amazone est de $200\,000 \text{ m}^3/\text{s}$ à son embouchure.

- a) Calcule la quantité d'eau qui s'écoule chaque jour à cet endroit.
- b) Sachant que le volume d'eau du lac Léman est de 89 km^3 , calcule en combien de temps l'Amazone le remplirait s'il était vide.



Fichier: **Faire le point p. 66**

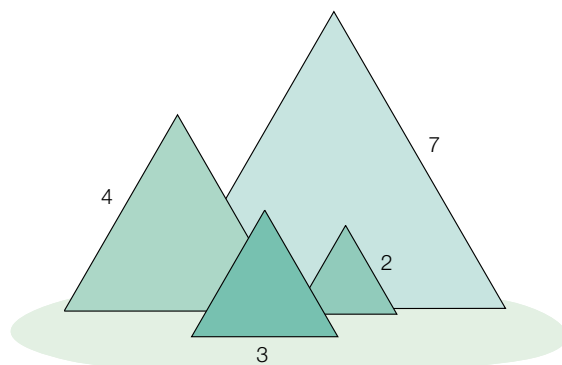
Encore quelques problèmes

Fichier: FA128

FA129 Forêt de triangles

Tous ces triangles sont équilatéraux.

- Comment peux-tu déterminer la hauteur de chacun d'entre eux ?
- Trouve une méthode pour répondre à la même question dans le cas d'un triangle équilatéral de n'importe quelle dimension.



Mesures en centimètres

FA130 Le quatre-quarts

Le quatre-quarts est un gâteau breton qu'on appelle ainsi parce que les quatre ingrédients principaux qui le composent (farine, sucre, beurre, œufs) sont utilisés en quantités égales.

Voici les ingrédients nécessaires à la confection d'un gâteau pour 5 personnes :

- 5 œufs
 - 200 g de sucre
 - 200 g de beurre
 - 200 g de farine
 - 1 pincée de sel
- Combien de beurre faut-il prévoir pour confectionner un quatre-quarts pour 12 personnes ?
 - Combien d'œufs faut-il prévoir pour confectionner un quatre-quarts pour 9 personnes ?
 - Combien de personnes peut-on régaler si l'on dispose de deux douzaines d'œufs, deux paquets de farine de 1 kg chacun, trois paquets de sucre de 0,5 kg chacun, une plaque de beurre de 500 g et 1 kg de sel ?

FA131 La Seine et le Rhin

À Paris, chaque quart d'heure, il s'écoule en moyenne 270 000 m³ d'eau sous les ponts enjambant la Seine. Le Rhin, à Bâle, débite en moyenne 54 000 000 de litres d'eau à la minute.

Quel fleuve a le débit le plus important ?

FA132 Directe ou inverse ?

Pour chaque ligne, indique si les grandeurs dans les deux colonnes de droite sont proportionnelles, inversement proportionnelles ou ni l'une, ni l'autre.

À propos...	Grandeurs en jeu	
a) d'un véhicule	distance parcourue	quantité d'essence consommée
b) d'un récipient à remplir	débit	temps
c) d'une carte topographique	distance sur la carte	distance sur le terrain
d) d'une distance à parcourir	vitesse	temps
e) d'un cube	mesure de l'arête	volume
f) d'un carré	mesure du côté	périmètre
g) d'une fouille à creuser	nombre d'ouvriers	temps
h) d'un livre	nombre de pages lues	nombre de pages restant à lire
i) d'un capital	taux	intérêt annuel
j) d'une longueur donnée sur un plan	échelle	longueur réelle

Diagrammes

FA134 La population mondiale

En 2022, une estimation de la population mondiale donnait les résultats ci-contre.

Calcule le pourcentage de population dans chaque continent et dessine un diagramme circulaire qui représente cette situation.

Monde – Estimations 2022

Continents	Population totale
Afrique	1 419 000 000
Amérique Centrale et du Sud	656 000 000
Amérique du Nord	372 000 000
Asie	4 730 000 000
Europe	742 000 000
Océanie	55 000 000
Monde	7 974 000 000

Source : World Population Prospects, Nations Unies, 2022

FA135 Les langues

Dans une école, les options pour l'apprentissage d'une troisième langue sont au nombre de quatre.

126 élèves ont choisi l'anglais, 72 ont choisi l'italien, 51 ont choisi l'espagnol, tandis que 21 ont choisi le russe.

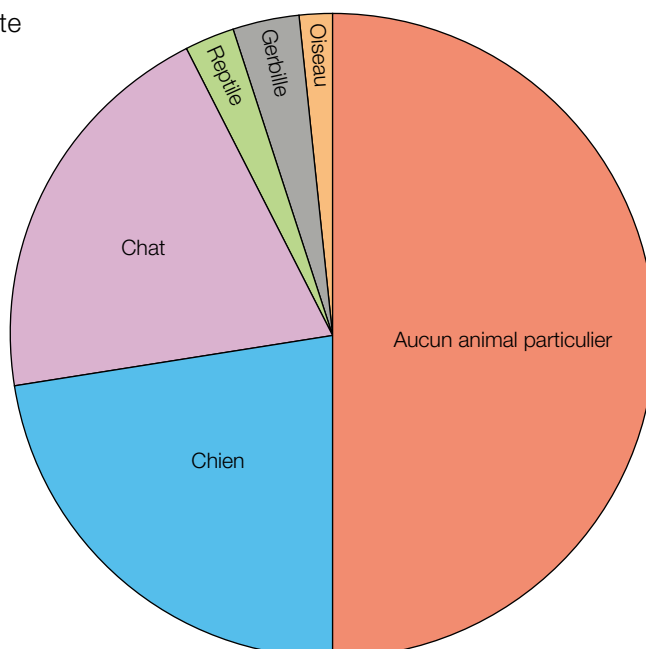
Représente cette situation par un diagramme en barre.

FA136 Les animaux domestiques favoris

Le diagramme circulaire ci-contre représente la répartition des élèves d'un collège en fonction de leur animal domestique favori. 600 élèves ont répondu au questionnaire.

Estime le nombre d'élèves qui préfèrent :

- un chien
- un chat
- un reptile
- une gerbille
- un oiseau



FA137 Les moyens de transport

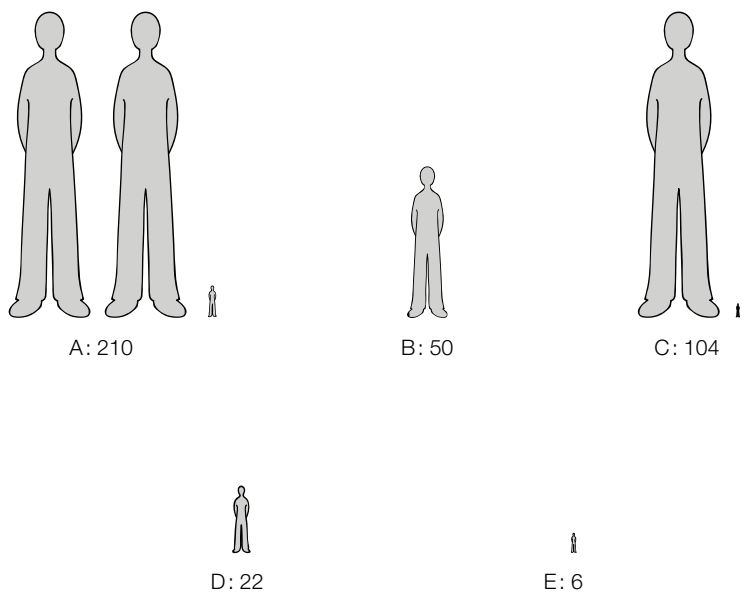
Dans une grande ville de Suisse romande, un institut de sondage a demandé à 600 personnes, choisies au hasard, quel était leur moyen de déplacement habituel. Voici leurs réponses :

Représente cette situation par un diagramme circulaire.

Moyen de transport habituel	
Voiture	178
Vélo	90
Transports en commun	215
Marche	98
Taxi	19

FA138 C'est figuratif

Voici une représentation du nombre d'habitantes et d'habitants d'un village abonnés aux journaux A à E :



En quoi cette représentation est-elle ambiguë ?

FA139 Le CO₂

Il est possible de classer différents moyens de transport en fonction de la quantité de CO₂ qui est émise par personne et pour chaque kilomètre parcouru.

Représente cette situation par un diagramme circulaire.

Charge climatique selon le moyen de transport	
Moyen de transport	Charge climatique par kilomètre
Voiture thermique	222 g CO ₂
Voiture hybride	171 g CO ₂
Voiture électrique	89 g CO ₂
Train	42 g CO ₂
Vélo électrique	14 g CO ₂
Vélo	8 g CO ₂

Source : WWF Suisse

FA140 Les quatre réseaux



En 2011, sur les 50,6 millions de mètres cubes d'eau potable consommés sur l'ensemble du canton de Genève, aucune analyse qualitative n'a dépassé les normes réglementaires pour les paramètres physico-chimiques reportés ci-dessous.

1 Réseau eaux mélangées (lac et nappe)

	Min.	Moy.	Max.
Nitrates (en mg/l)	2.0	5.5	9.7
Valeur de tolérance: 40mg/l			
Dureté de l'eau* (en degrés français)	12.8	18.6	25.4
Calcium (en mg/l)	42.3	63.9	89.6
Magnésium (en mg/l)	5.2	7.1	8.4

L'eau de ce réseau est d'excellente qualité, peu minéralisée avec une faible teneur en nitrates.

3 Réseau eau de la nappe du Genevois

	Min.	Moy.	Max.
Nitrates (en mg/l)	6.9	11.6	24.5
Valeur de tolérance: 40mg/l			
Dureté de l'eau* (en degrés français)	22.8	27.1	35.0
Calcium (en mg/l)	70.0	79.8	100.1
Magnésium (en mg/l)	12.9	17.5	24.1

L'eau de ce réseau est d'excellente qualité. Son contenu en sels minéraux est susceptible de varier en fonction du lieu de pompage alimentant le réseau.

2 Réseau eau du lac

	Min.	Moy.	Max.
Nitrates (en mg/l)	2.0	2.7	3.1
Valeur de tolérance: 40mg/l			
Dureté de l'eau* (en degrés français)	12.8	14.0	15.1
Calcium (en mg/l)	42.5	45.3	48.2
Magnésium (en mg/l)	5.2	6.4	7.5

L'eau de ce réseau est d'excellente qualité, faiblement minéralisée et a une très faible teneur en nitrates.

4 Réseau eau de la nappe de l'Arve

	Min.	Moy.	Max.
Nitrates (en mg/l)	3.3	5.7	6.5
Valeur de tolérance: 40mg/l			
Dureté de l'eau* (en degrés français)	20.5	23.0	24.9
Calcium (en mg/l)	61.2	69.4	78.1
Magnésium (en mg/l)	9.3	13.8	17.6

L'eau de ce réseau est d'excellente qualité, moyennement minéralisée et a une teneur en nitrates peu élevée.

Données microbiologiques pour les quatre réseaux d'eau potable

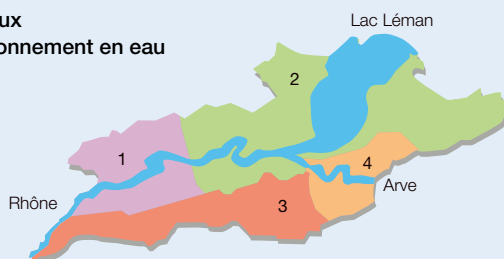
Prélèvements	6390
Anomalie confirmée sans gravité avec retour rapide à la normale	1
Analyses nécessitant l'arrêt d'une installation	0

La qualité de votre eau à la loupe

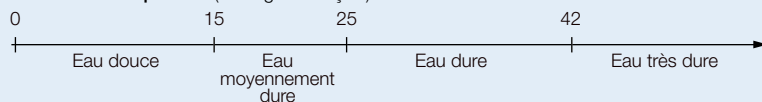
Les analyses microbiologiques permettent d'assurer que l'eau potable distribuée ne contient aucune trace de bactéries susceptibles de porter atteinte à la santé et qu'elle est traitée conformément à l'ordonnance fédérale sur les denrées alimentaires.

Pour assurer le contrôle continu de la qualité de l'eau potable, le laboratoire SIG (accrédité ISO 17025) a effectué **98 550 analyses** en 2011 et transmis régulièrement les résultats au service de la consommation et des affaires vétérinaires (SCAV), l'autorité cantonale de contrôle des denrées alimentaires.

Les 4 réseaux d'approvisionnement en eau



Dureté de l'eau potable (en degrés français)



- À fin 2011, le canton de Genève comptait 466 000 habitantes et habitants. Quel est le volume d'eau potable consommé, en moyenne, par chaque personne du canton ?
- Le réseau **eaux mélangées** distribue-t-il de l'eau plus riche en calcium que le réseau **eau de la nappe du Genevois** ?
- Quelle est la quantité de nitrates ingérée en 15 ans par un habitant qui boit en moyenne 300 l d'eau du robinet par année, si celle-ci provient de la **nappe de l'Arve** ?
- Quel est le réseau qui distribue de l'eau dont les caractéristiques varient le moins ?

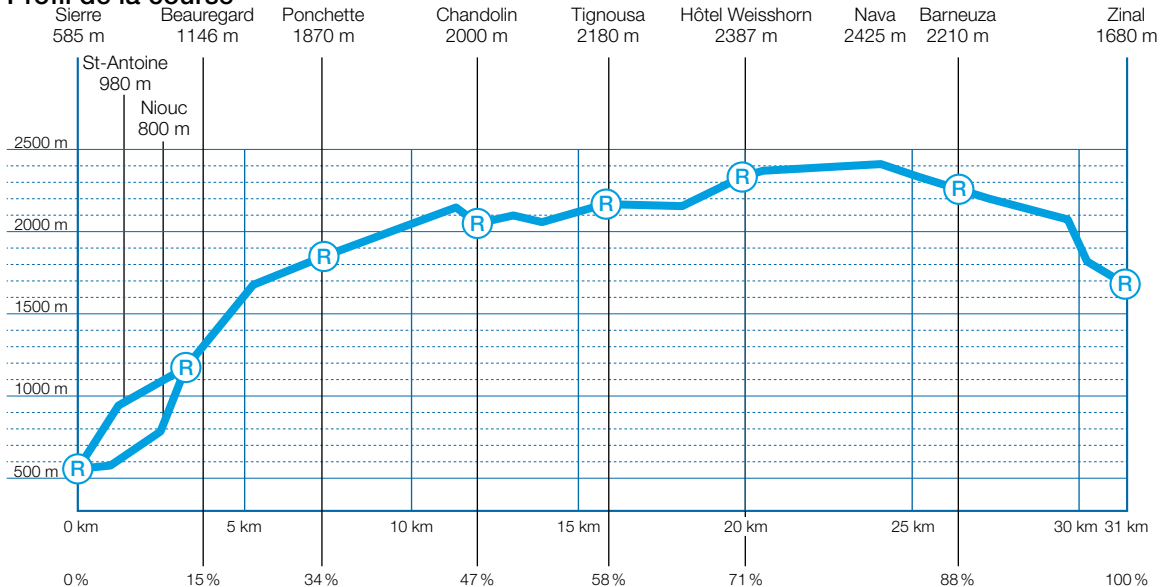
FA142 Sierre – Zinal

Sur un trajet plat, Kim court à une moyenne d'environ 12 km/h. En montagne, elle parvient à monter 500 m de dénivelé par heure et à descendre 800 m de dénivelé par heure. Bien entraînée, elle souhaite réaliser la course Sierre-Zinal, illustrée par son tracé sur la carte ci-contre et par son profil ci-dessous.

- Estime le dénivelé des montées et celui des descentes.
- Estime la durée probable du trajet Sierre – Zinal de Kim.
- Le record de la course est détenu par l'Espagnol Kilian Jornet, qui a mis 2h25'35" pour terminer la course.
Estime au bout de combien de temps environ il est passé devant l'hôtel Weissshorn.
- Estime la pente moyenne entre Sierre et Ponchette.



Profil de la course



Les pourcentages indiqués sur ce graphique permettent aux concurrents d'estimer leurs temps de course finaux. Par exemple, à Tignousa, les coureurs ont effectué les 58 % de leurs temps finaux.

La course Sierre – Zinal est un « trail » de 31 km, c'est-à-dire une course à pied se déroulant dans la nature et qui relie la ville valaisanne de Sierre au village de Zinal, au fond du val d'Anniviers. Elle est également appelée la « Course des cinq 4000 », puisque le tracé empruntant le versant est de la vallée permet de voir cinq montagnes culminant à plus de 4000 m d'altitude : le Cervin, l'Obergabelhorn, le Zinalrothorn, le Weissshorn et la Dent-Blanche.

FA143 Records de vitesse

Voici un tableau indiquant quelques records du monde féminins en athlétisme :

Sport	Résultats	Athlète	Année	Ville
100 m	10"49	F. Griffith-Joyner (USA)	1988	Indianapolis
200 m	21"34	F. Griffith-Joyner (USA)	1988	Séoul
400 m	47"60	M. Koch (RDA, aujourd'hui DE)	1985	Canberra
800 m	1'53"28	J. Kratochvilova (CS, aujourd'hui CZE)	1983	Munich
1500 m	3'49"11	F. Kipyegon (KEN)	2023	Monaco
3000 m	8'06"11	W. Junxia (CHN)	1993	Pékin
5000 m	14'05"20	F. Kipyegon (KEN)	2023	Paris
10 000 m	29'01"03	L. Gidey (ETH)	2021	Hengelo
Marathon	2 h 14'04"	B. Kosgei (KEN)	2019	Chicago
4 x 100 m	40"82	États-Unis	2000	Philadelphie

Date d'établissement du tableau : 17 janvier 2024

- Calcule le temps moyen mis par chaque athlète pour parcourir 100 m.
- Calcule la vitesse moyenne de chaque athlète en mètres par seconde.
- Si la championne qui détient le record du monde du 800 m avait pu courir le 1500 m au même rythme, aurait-elle battu le record du monde du 1500 m ?
- Si la championne qui détient le record du monde du 3000 m avait pu courir le 10 000 m au même rythme, aurait-elle battu le record du monde du 10 000 m ?
- Qu'y a-t-il d'étonnant si l'on compare les records du 100 m et du 4 × 100 m ?

FA144 Que de chambres !

La Suisse est un pays touristique et les infrastructures hôtelières accueillent de nombreux hôtes étrangers ou indigènes pour une ou plusieurs nuits.

Le tableau ci-contre indique l'offre d'hébergement de quatorze communes.

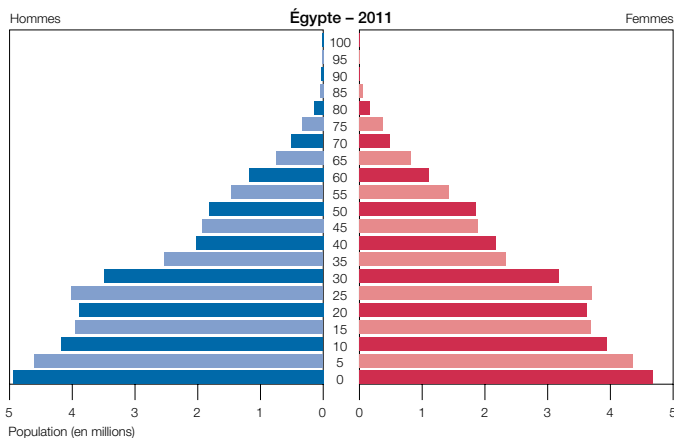
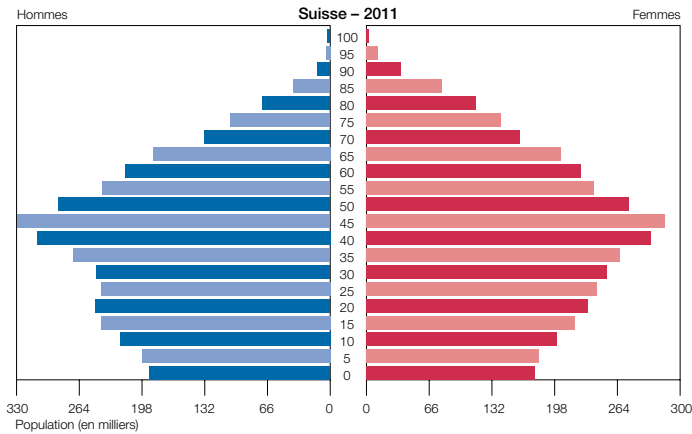
Représente l'ensemble de ces données par un diagramme de ton choix.

Destination	Chambres	Lits
Zürich	7 538	12 875
Genève	6 195	10 067
Zermatt	3 205	6 235
Lucerne	2 925	5 521
Bâle	3 730	6 304
Davos	2 858	5 494
Lausanne	2 176	3 879
Saint-Moritz	2 250	4 255
Berne	2 080	3 591
Interlaken	1 615	3 112
Lugano	1 620	3 042
Opfikon	1 422	2 481
Grindelwald	1 434	3 028
Lauterbrunnen	1 350	2 703
Suisse	128 719	245 072

Source : OFS, 2011

FA145 La Suisse et l'Égypte

Voici les pyramides des âges de la Suisse et de l'Égypte.



« Une pyramide des âges est un diagramme qui indique la composition d'une population par classes d'âges et par sexe, à un moment donné.

La population concernée peut être celle d'un pays (c'est le cas le plus fréquent), mais aussi celle d'un groupe de pays, d'un continent, ou d'unités spatiales plus petites, par exemple une ville. Quelle qu'en soit la présentation au niveau des détails (effectifs des classes présentés en chiffres absolus, en pourcent de la population totale ou en pourcent de la population de chaque sexe), une pyramide des âges donne des renseignements très précieux sur l'histoire de la population concernée : elle montre en particulier la répartition entre jeunes, adultes et personnes âgées, répartition qui dépend en premier lieu de l'évolution de la natalité et de la mortalité ; elle peut aussi mettre en évidence d'éventuels déséquilibres entre femmes et hommes, et elle porte la trace des 'accidents' qui ont pu toucher la population étudiée. »

Source : Un monde, des mondes, LEP, 1998, Livre du maître, module 2 : « Démographie et géographie », p. 11

- Combien y avait-il de personnes entre 10 et 15 ans en Suisse ? Et en Égypte ?
- Pour les deux graphiques, indique quand sont nées les personnes faisant partie des tranches d'âge avec le plus grand effectif.
- Dans quelles tranches d'âge y avait-il plus d'hommes que de femmes ?
- Quelles étaient les différences entre ces deux populations ?
- Trouve les pyramides des âges de l'Égypte et de la Suisse les plus récentes et décris leur évolution par rapport à celles de 2011.

FA146 Entre Bienne et Moutier

226

Biel/Bienne–Sonceboz–Tavannes–Moutier

←	Bern 303		16 13	16 43	17 13	17 43	18 13	18 43	19 13	19 43	20 13	20 43	21 13	21 30	22 13
	Biel/Bienne 303	o	16 38	17 08	17 38	18 08	18 38	19 08	19 38	20 08	20 38	21 08	21 38	22 06	22 38
				RE		RE		RE		RE		RE			
			5081	2882	5084	2886	5086	2888	5090	2890	5292	2892	5294	5094	5296
	Biel/Bienne	Ⓢ	16 50	17 17	17 50	18 17	18 50	19 17	19 50	20 17	20 50	21 17	21 50	22 17	22 50
	Frinwiller-Taubenloch		16 54		17 54		18 54		19 54		20 54		21 54		22 54
	Reuchenette-Péry		17 00		18 00		19 00		20 00		21 00		22 00		23 00
	La Heutte		17 02		18 02		19 02		20 02		21 02		22 02		23 02
	Sonceboz-Sombeval	o	17 08	17 29	18 08	18 29	19 08	19 29	20 08	20 29	21 08	21 29	22 08	22 29	23 08
	Sonceboz-Sombeval		17 10	17 30	18 10	18 30	19 10	19 30	20 10	20 34		21 34		22 34	
	La Chaux-de-Fonds 225	o	17 46	17 57	18 46	18 57	19 46	19 57	20 46	21 09		22 09		23 09	
	La Chaux-de-Fonds		16 13	17 02	17 13	18 02	18 13	19 02	19 13		20 02		20 53		21 53
	Sonceboz-Sombeval 225	o	16 48	17 28	17 48	18 28	18 48	19 28	19 48		20 28		21 28		22 26
			5256	5260	5262	5266	5268	5274		5282					
	Sonceboz-Sombeval	Ⓢ	16 35	17 10	17 35	18 10	18 35	19 10	20 10		21 10		22 10		23 10
	Tavannes	o	16 42	17 17	17 42	18 17	18 42	19 17	20 17		21 17		22 17		23 17
	Tavannes		16 43	17 19	17 43	18 19	18 43	19 19	20 19		21 19		22 19		23 19
	Reconvilier		16 46	17 22	17 46	18 22	18 46	19 22	20 22		21 22		22 22		23 22
	Pontenet		16 48	17 24	17 48	18 24	18 48	19 24	20 24		21 24		22 24		23 24
	Malleray-Bévilard	Ⓢ	16 52	17 29	17 52	18 29	18 52	19 29	20 29		21 29		22 29		23 29
	Sorvilier			17 31		18 31		19 31	20 31		21 31		22 31		23 31
	Court			17 34		18 34		19 34	20 34		21 34		22 34		23 34
	Moutier	o		17 43		18 43		19 43	20 43		21 43		22 43		23 43
	Moutier			17 54		18 54		19 54	20 54		21 54		22 54		23 54
	Solothurn 411	o		18 25		19 25		20 25	21 25		22 25		23 25		0 25
	Moutier			18 08		19 08		20 08	21 08		22 08		23 08		0 08
	Délemont	o		18 18		19 18		20 18	21 18		22 18		23 18		0 18
	Basel SBB 230	o		18 53		19 53		20 53	21 53		22 53		23 53		

- Si je prends le train de 18 h 50 à Bienne, à quelle heure arriverai-je, au plus tôt, à Reconvilier ?
- Je prends le train de 17 h 10 à Sonceboz-Sombeval, à destination de Moutier. En chemin, je m'arrête à Malleray-Bévilard, pendant au moins trente minutes, pour y rencontrer une amie. À quelle heure arriverai-je, au plus tôt, à Moutier ?
- Pour les deux trajets ci-dessus, indique combien de temps je vais passer en train. Et sur le quai ?

FA147 Les smartphones

Ce tableau représente le nombre d'utilisateurs de smartphones dans six pays.

Représente cette situation par un diagramme en barre.

Nombre d'utilisateurs de smartphones

Pays	Utilisateurs (millions)
États-Unis	265,9
Grande-Bretagne	71,7
Allemagne	107,8
Italie	51,7
France	64,7
Espagne	54,4

Source : comScore MobiLens – décembre 2019



Dès l'Antiquité et jusqu'à la fin du Moyen-Âge, les scientifiques perses, égyptiens, grecs et arabes ont contribué au développement du calcul littéral ou calcul algébrique. Puis, les mathématiciennes et mathématiciens d'Europe, entre autres, ont poursuivi ces travaux d'algèbre. L'un d'entre eux s'appelait Jean Robert Argand (1768-1822).

Né à Genève, juge et comptable, il a pratiqué les mathématiques comme un amateur, pour son plaisir, mais cela n'empêche pas qu'on lui doit des découvertes importantes, par exemple dans le domaine des nombres appelés « complexes » et pour le calcul algébrique.

Argand a proposé des approches nouvelles et a complété les travaux de grands mathématiciens comme Gauss ou d'Alembert. On lui doit en particulier une démonstration du Théorème fondamental de l'algèbre, en 1814 : « Tout polynôme peut se factoriser en produit de facteurs du premier degré. »

Calcul littéral

Apprentissages visés

- Connaissance et utilisation des règles et conventions usuelles d’écriture algébrique
- Détermination de la valeur numérique d’une expression littérale
- Élaboration d’expressions littérales à partir d’énoncés de problèmes, de figures géométriques ou d’expressions verbales
- Interprétation d’expressions littérales et identification de celles qui sont équivalentes
- Connaissance de la terminologie
- Écriture réduite et ordonnée de polynômes
- Opérations avec des monômes et des polynômes
- Connaissance et utilisation d’identités remarquables du deuxième degré
- Décomposition de polynômes en produit de facteurs
- Utilisation du calcul littéral comme outil de preuve

Sommaire

Pour réactiver certaines connaissances	124
Écrire et réduire des expressions littérales	124
Additions et soustractions de polynômes	125
Pour aller plus loin	127
Pour réactiver certaines connaissances	128
Opérations avec des polynômes	130
Identities remarquables	131
Pour consolider et aller plus loin	133
Factorisation	134
L’algèbre comme outil de preuve	135
Encore quelques problèmes	137



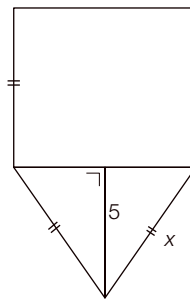
Fichier: Que sais-je? p. 70

Pour réactiver certaines connaissances

Fichier: FA148

FA149 Figure composée

Exprime le plus simplement possible l'aire et le périmètre de la figure composée de deux triangles rectangles et d'un carré.



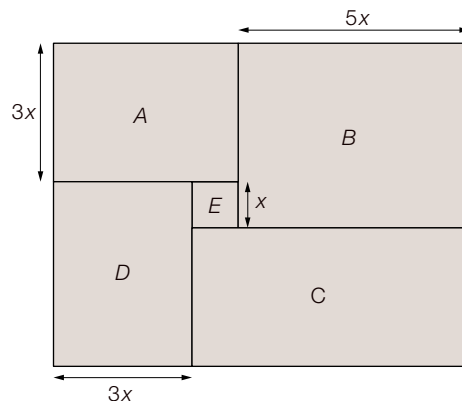
Fichier: FA150

Écrire et réduire des expressions littérales

FA151 Des rectangles et un carré

Les rectangles A et D ont la même aire et E est un carré.

- Exprime le périmètre de chacune des surfaces A , B , C , D , E .
- Exprime l'aire de chacune des surfaces A , B , C , D , E .
- Exprime l'aire totale du rectangle extérieur.



FA152 Associations

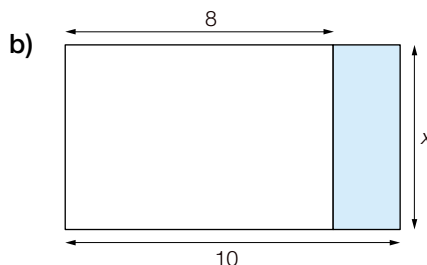
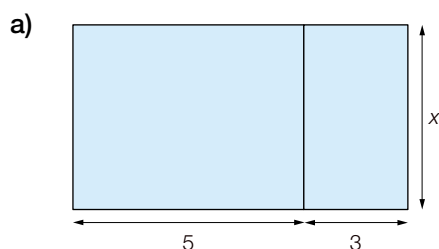
Écris ces expressions littérales sous une forme réduite.

- | | | |
|--------------------|----------------------------|---------------------------|
| a) $6y \cdot (-5)$ | e) $x \cdot x \cdot 7z$ | i) $4 \cdot 3c \cdot 2$ |
| b) $-7a \cdot 2a$ | f) $6b \cdot 2$ | j) $z \cdot 6y \cdot 0,5$ |
| c) $5y \cdot 5y$ | g) $9y \cdot 3x$ | k) $p \cdot 3p \cdot p$ |
| d) $x \cdot 4x$ | h) $2z \cdot 2,5 \cdot 3z$ | l) $-9 \cdot 9a$ |

Fichier: FA153 et FA154

FA155 De deux manières différentes

Exprime, en fonction de x et de deux manières différentes, l'aire des rectangles colorés.

**FA156 Égal ?**

1. Soit $A = 2x^2 - 3x + 1$ et $B = x^2 - 1$

a) Calcule A et B lorsque $x = 1$,
puis lorsque $x = 2$.

b) Les expressions A et B sont-elles égales ?

2. Soit $A = 3x^2 - 2x + 4$ et $B = 13x - 14$

a) Calcule A et B lorsque $x = 2$,
puis lorsque $x = 3$.

b) Les expressions A et B sont-elles égales ?

FA157 Expressions égales

Les expressions littérales suivantes sont-elles égales ?

a) $13y$ et $6 + 7y$

b) $6y + 4 - 2y - 2$ et $3y + 7 + y - 5$

Fichier : **FA158 et FA159**

Additions et soustractions de polynômes**FA160 On supprime les parenthèses**

Voici deux expressions littérales :

1. $(19x + 6) + (15x - 4)$

2. $(22x + 7) - (9x - 3)$

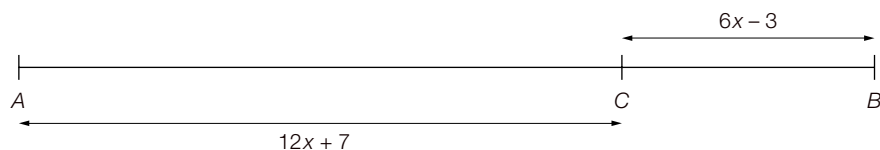
a) Calcule la valeur numérique des deux expressions littérales pour $x = 4$.

b) Réduis ces deux expressions littérales, puis calcule leur valeur numérique pour $x = 4$;
le résultat obtenu est-il égal à celui que tu as trouvé sous a) ?

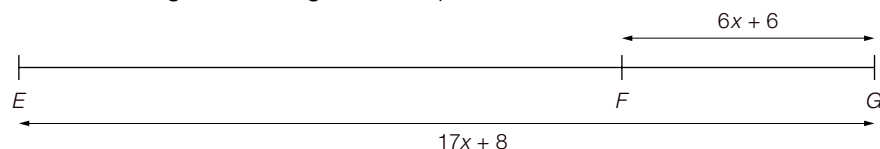
c) Sur la base de tes observations, établis une règle permettant d'additionner
et de soustraire des polynômes.

FA161 Avec des segments

- a) Calcule la longueur du segment AB pour $x = 5$.



- b) Exprime le plus simplement possible la longueur AB en fonction de x et calcule la valeur numérique de cette expression littérale pour $x = 5$.
- c) Calcule la longueur du segment EF pour $x = 5$.



- d) Exprime le plus simplement possible la longueur EF en fonction de x et calcule la valeur numérique de cette expression littérale pour $x = 5$.
- e) Sur la base de tes observations, établis une règle permettant d'additionner et de soustraire des polynômes.

Fichier: FA162

FA163 Opposés

Trouve les polynômes opposés de :

$$A = 9c - 3$$

$$B = -14a + 3$$

$$C = -10c - 7$$

$$D = 2 + y$$

$$E = x - 1$$

FA164 Magiques ?

Ces carrés sont-ils magiques pour l'addition ?

$5x + 2$	0	$4x + 1$
$2x$	$3x + 1$	$4x + 2$
$2x + 1$	$6x + 2$	x

$2x$	$3x + 10$	$4x + 2$
$5x + 6$	$3x + 3$	$x + 3$
$2x + 6$	$3x - 1$	$4x + 7$

Fichier: FA165 à FA167

FA168 Additionner et soustraire des polynômes

Voici six polynômes :

$$A = 4x + 8$$

$$C = -1 - 6x$$

$$E = 5x - 2,5$$

$$B = 9 - 3x$$

$$D = 2x - 1$$

$$F = -2x + 1$$

Effectue et réduis.

1. $A - D$

3. $B + E$

5. $F - D$

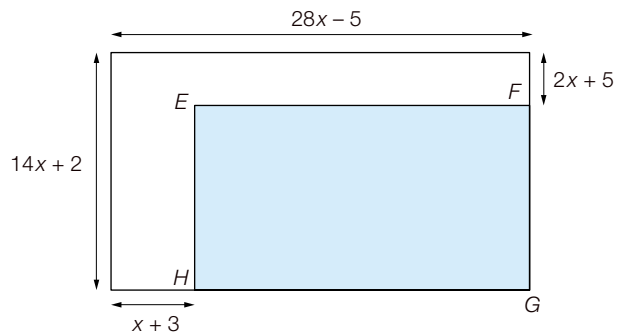
2. $A + F$

4. $C - B + F$

6. $C + F$

FA169 Périmètre littéral

- a) Exprime le plus simplement possible le périmètre du rectangle $EFGH$.



- b) Calcule ce périmètre si $x = 1$, puis si $x = 2,5$.

Fichier: **Faire le point p. 76**

Pour aller plus loin

Fichier: **FA170**

FA171 Encore l'opposé

Trouve les polynômes opposés de :

$$A = 6c^2 + 9c - 3$$

$$C = -10c^3 + 0,5c - 7$$

$$E = \frac{1}{3}x^2 - x$$

$$B = -14a + 2,4$$

$$D = 2 + \pi d$$

Fichier: **FA172 à FA174**

FA175 Encore des sommes et des différences

Voici six polynômes :

$$A = 4x + 8$$

$$C = -x^3 - 6x^2$$

$$E = 7x^2 - 5x^3 + x - 2,5$$

$$B = 9x^2 - 3x$$

$$D = x^3 - 2x^2 + 1$$

$$F = x^2 - 2x + 1$$

Effectue et réduis.

1. $A - C$

3. $B + E$

5. $F - D$

2. $A + F$

4. $C - B + F$

6. $C + F$

FA176 Louise et Josette

Louise et Josette écrivent un même nombre.

Louise le multiplie par 3, puis ajoute 5 au produit obtenu.

Josette lui ajoute 5, puis multiplie la somme obtenue par 3.

Elles recommencent avec d'autres nombres, sans changer d'opérations, et s'étonnent alors des résultats qu'elles obtiennent.

Et toi, partages-tu leur surprise ?

Fichier: **Que sais-je ? p. 79**

Pour réactiver certaines connaissances**FA177 Valeur numérique**

Calcule la valeur numérique des expressions suivantes :

$$A = 3x^2$$

$$B = -2x^2 + 5x$$

$$C = 0,5x^2 - x + 10$$

a) si $x = 10$

b) si $x = -1$

Fichier: **FA178 et FA179**

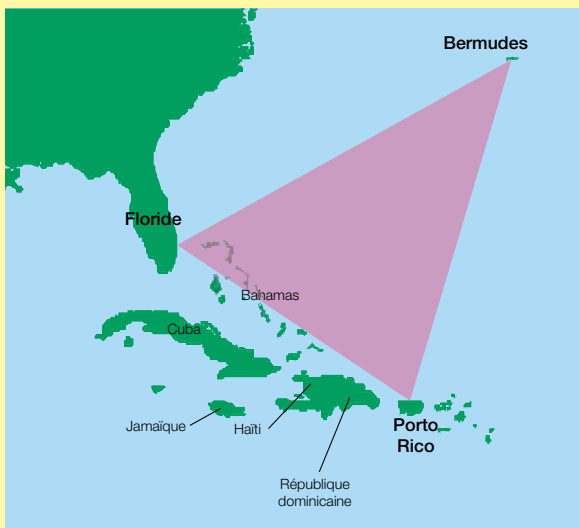
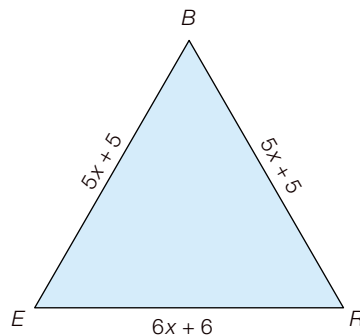
FA180 Choix de nombres

Une de tes camarades a choisi trois nombres. Elle ne te dit rien du premier, mais t'indique que le deuxième est inférieur de 36 au premier et que le troisième vaut le triple du deuxième.

- Exprime le plus simplement possible leur somme.
- Quels sont ces nombres si leur somme vaut 241 ?

FA181 Le triangle des BER

Exprime le plus simplement possible l'aire et le périmètre de ce triangle sachant que la hauteur issue de B mesure $4x + 4$.



Trois lieux (Porto Rico, l'île des Bermudes et Miami) forment les sommets d'un grand triangle dans l'océan Atlantique, connu sous le nom de triangle des Bermudes.

Bien que de nombreuses légendes soient associées à cette zone, notamment celles liées à la disparition mystérieuse de navires et d'avions, une grande compagnie d'assurances de Londres indiquait, en 1975, que le triangle des Bermudes n'était pas une zone plus dangereuse qu'une autre. Il semble bien que plusieurs disparitions citées aient eu lieu ailleurs, et que celles survenues à l'intérieur de la zone sont explicables par des défaillances techniques ou par des conditions météorologiques défavorables, celles-ci n'ayant pas de caractère mystérieux.

Opérations avec des polynômes

FA182 Sacrées formules!

Vérifie l'exactitude de ces formules pour $n = 1$, $n = 4$ et $n = 10$.

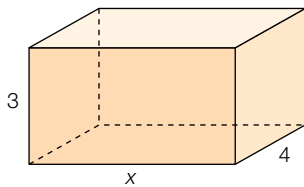
a) $S_1 = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

b) $S_2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

c) $S_3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

d) $S_4 = 1^4 + 2^4 + 3^4 + \dots + n^4 = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}$

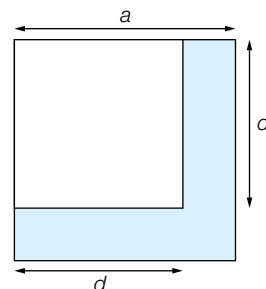
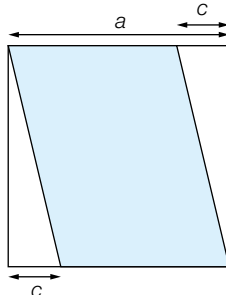
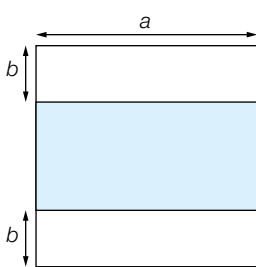
FA183 Xtrême



- a) Comment exprimer le plus simplement possible :
- la longueur totale des arêtes de cette boîte ?
 - l'aire totale de ses faces ?
 - son volume ?
 - la longueur de la plus grande tige qu'on peut ranger dans cette boîte ?
- b) Si le volume de cette boîte est 72, quelle est :
- la valeur de x ?
 - la longueur totale des arêtes ?
 - l'aire totale des faces ?

FA184 Littéralement

Exprime l'aire de chaque surface colorée inscrite dans ces carrés.

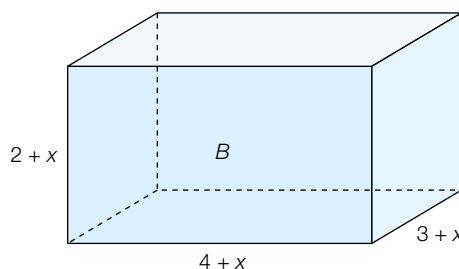
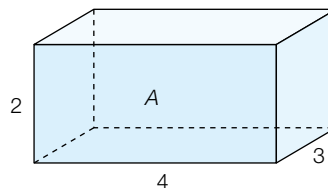


FA185 D'une boîte à l'autre

a) Exprime, à propos de ces deux parallélépipèdes rectangles, la différence :

1. des longueurs totales de leurs arêtes ;
2. des aires totales de leurs faces ;
3. de leurs volumes.

b) Quels résultats obtiens-tu lorsque $x = 3$?



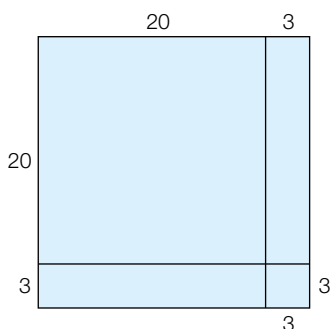
Fichier: FA186 à FA188

Identités remarquables

Fichier: FA189

FA190 Un carré pour les carrés

Pour élever facilement 23 au carré, Benjamin dessine la figure ci-contre, puis procède ainsi :



$$\begin{aligned}
 23^2 &= (20 + 3)^2 \\
 &= (20 \cdot 20) + 2 \cdot (20 \cdot 3) + (3 \cdot 3) \\
 &= 400 + 120 + 9 \\
 &= 529
 \end{aligned}$$

Fais de même pour déterminer :

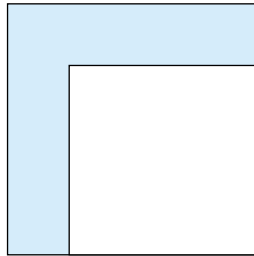
- a) le carré de 45, puis celui de 101 ;
- b) le carré de $(x + y)$.

Fichier: FA191 à FA195

FA196 D'un carré à l'autre

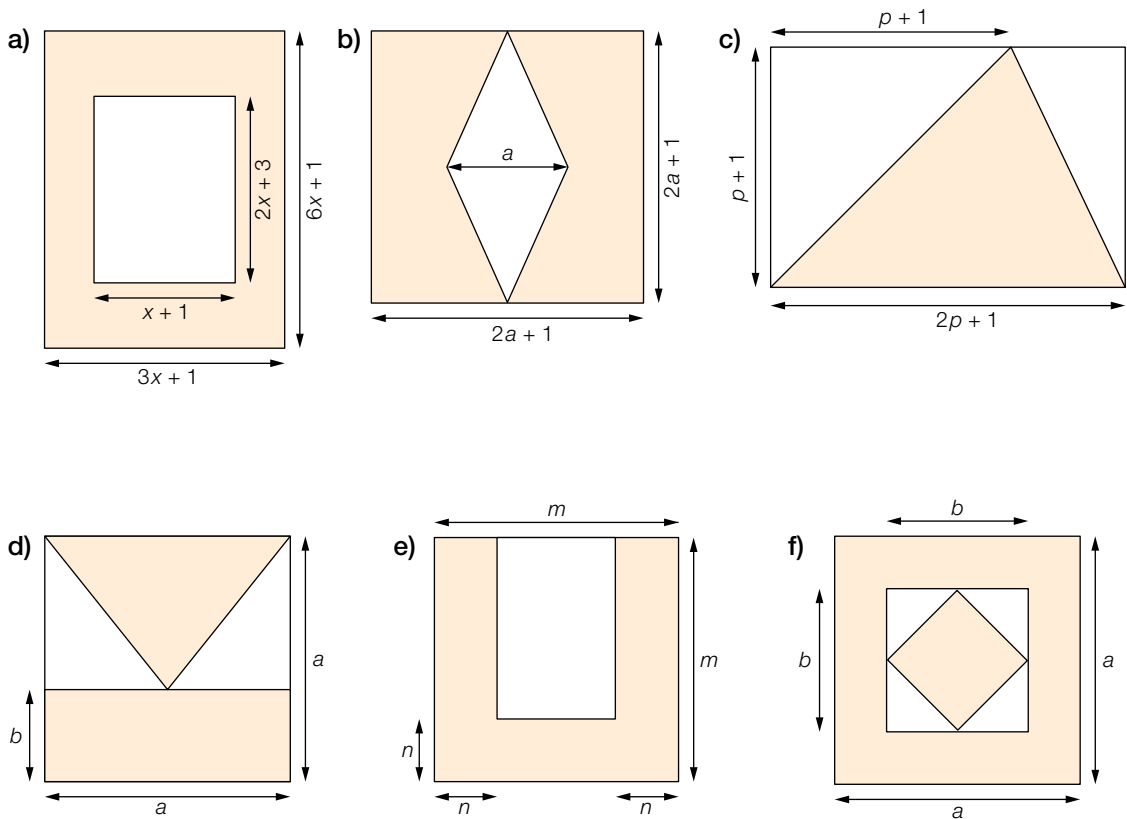
Cette figure est composée de deux carrés superposés dont les longueurs des côtés s'expriment par deux nombres entiers consécutifs.

Détermine une formule permettant de calculer l'aire de la partie colorée d'une figure construite sur ce modèle, quelle que soit sa taille.



FA197 Avec des lettres

Exprime le plus simplement possible l'aire de la partie colorée de chaque figure.



Pour consolider et aller plus loin

FA198 Sans calcul écrit

Avec les trois monômes :

$$A = 3x^2$$

$$B = 12$$

$$C = 12x^3$$

Calcule.

a) AC

e) $(A + B) \cdot C$

i) $(A + B)(A - B)$

b) $AC + B^2$

f) $(A + B)^2$

j) $A^2 - B^2$

c) $AB + C$

g) $A^2 + 2AB + B^2$

d) $2A + C^2$

h) $A^2 + B^2$

FA199 Encore des binômes

Avec les quatre binômes suivants :

$$A = x + 2$$

$$B = x + 7$$

$$C = x^2 - 3$$

$$D = 3x + 1$$

Calcule.

a) $A + B$

e) $(A + B)^2$

i) $A^2 + 2AB + B^2$

m) $D(A + B + C)$

b) $B + D$

f) $A + C$

j) $A + D$

n) $B + C$

c) AD

g) $C + D$

k) AB

o) AC

d) $A(B + C)$

h) $AB + AC$

l) BD

p) CD

FA200 Polynômes

Avec les quatre polynômes suivants :

$$A = 3x^2 - 5x + 18$$

$$B = 4x + 1$$

$$C = 3x^3 - x + \frac{3}{4}$$

$$D = x^3 - x^2 + 5x - 1$$

Calcule.

a) $3A$

e) $A + B$

i) $3A + 3B$

m) $B + B + B$

b) $-2C$

f) $-(2C + 2D)$

j) $D - C$

n) $2C - 2D$

c) $3B$

g) $3(A + B)$

k) $A + A + A$

d) $-2D$

h) $C - D$

l) $2(C + D)$

FA202 Remarquables produits

Calcule.

a) $(\sqrt{50} + \sqrt{2})^2$

b) $(\sqrt{17} + \sqrt{8})(\sqrt{17} - \sqrt{8})$

c) $(\sqrt{32} \cdot \sqrt{2})^2$

d) $(\sqrt{25} - \sqrt{5})^2$

e) $(40 + 1)^2$

f) 99^2

g) $(\sqrt{353} + \sqrt{287})(\sqrt{353} - \sqrt{287})$

Factorisation

FA203 Somme ou produit ?

Les expressions suivantes sont-elles des sommes ou des produits de polynômes ?

a) $5x + 6$

d) $68x - (5 \cdot x \cdot 4)$

g) $(5y - 8)(5y + 8)$

b) $3y \cdot 5x$

e) $58x^2 + 41x - 9$

h) $(5a - 8)(4a + 12) + (5a - 8)(1 - a)$

c) $-2x \cdot (5 + 6x)$

f) $(19b - 24)^2$

i) $25 \cdot xy^2 \cdot 2 - 7 \cdot xy \cdot 6$

FA204 D'une somme à un produit

Transforme chaque fois que c'est possible les sommes en produits.

a) $4y - 8$

d) $6x^2 - 18x^3$

g) $36x - 48y$

b) $5x + 2x^2$

e) $5x + 3y$

h) $5(x + 1) + 2(x + 1)$

c) $7y - 14y^2$

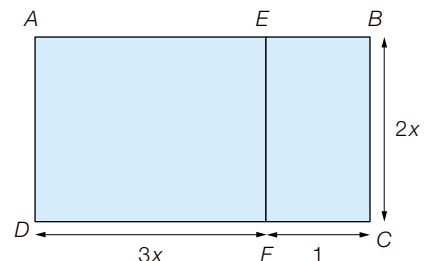
f) $5y^2 + 25y - 10y^3$

FA205 Avec un rectangle

L'aire du rectangle $ABCD$ ci-contre peut s'écrire sous la forme de la somme des aires des rectangles $AEFD$ et $EBCF$.

a) Écris cette même aire sous la forme d'un produit.

b) Un autre rectangle a une aire de $20x^2 + 8x$. Représente ce rectangle à l'aide d'un croquis semblable à celui du rectangle $ABCD$.



Aire_{ABCD}: $A = 6x^2 + 2x$

FA209 Tiens, v'là l'facteur!

Factorise les polynômes suivants en te référant aux identités remarquables.

a) $9y^2 - 6y + 1$

c) $25a^2 + 20ab + 4b^2$

e) $x^2 + 2x + 1$

b) $4p^2 + 4p + 1$

d) $4x^2 - 9y^2$

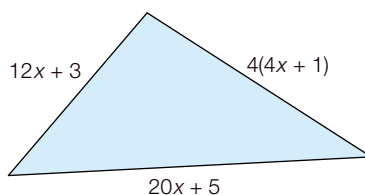
f) $16x^4 - 1$

Fichier: FA210 à FA213

L'algèbre comme outil de preuve

FA214 Rectangle ?

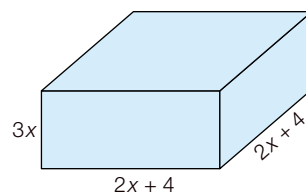
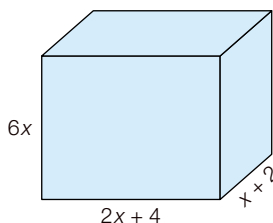
Ce triangle est-il toujours rectangle ?



FA215 Pavés droits

Les volumes de ces deux parallélépipèdes rectangles sont-ils égaux quelle que soit la valeur de x ?

Et leurs aires totales ?



FA216 Choix sans conséquence

Les affirmations au bas de chacune des cartes sont-elles vraies quel que soit le nombre choisi au départ ? Justifie tes réponses.

a)

Choisis un nombre

- ➔ Ajoute 4
- ➔ Multiplie par 2
- ➔ Retranche 8

Le résultat est le double du nombre choisi.

b)

Choisis un nombre

- ➔ Ajoute 1
- ➔ Multiplie par 5

Le résultat est supérieur de 1 au quintuple du nombre choisi.

c)

Choisis un nombre différent de zéro

- ➔ Élève-le au carré
- ➔ Ajoute le triple du nombre que tu as choisi
- ➔ Divise par le nombre que tu as choisi

Le résultat est toujours supérieur de 3 unités au nombre choisi au départ.

FA217 Égalités toujours vraies ?

1. Voici une série d'égalités correctes :

$$3 \cdot 4 \cdot 5 + 4 = 4^3$$

$$8 \cdot 9 \cdot 10 + 9 = 9^3$$

$$19 \cdot 20 \cdot 21 + 20 = 20^3$$

a) Écris trois égalités analogues à celles-ci et vérifie-les.

b) Prouve que ce type d'égalités est toujours vrai.

2. Fais de même pour ce type d'égalités :

$$5^2 - 4^2 = 5 + 4$$

$$12^2 - 11^2 = 12 + 11$$

$$38^2 - 37^2 = 38 + 37$$

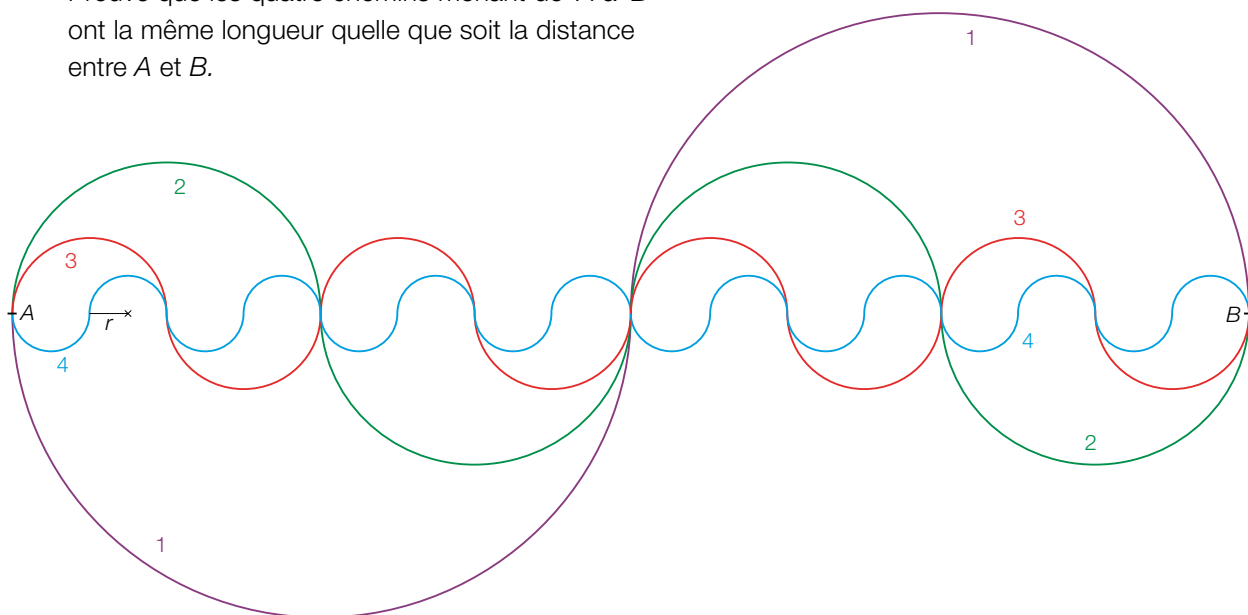
FA218 Preuves

Prouve que les énoncés suivants sont vrais quels que soient les nombres choisis.

- La somme de deux multiples d'un nombre est encore un multiple de ce nombre.
- La somme de trois nombres naturels consécutifs est un multiple de 3.
- Le carré d'un nombre pair est pair.
- Le carré d'un nombre impair est impair.
- Quand on multiplie les dimensions d'un rectangle par 3, son aire est multipliée par 9.

FA219 Tous égaux

Prouve que les quatre chemins menant de A à B ont la même longueur quelle que soit la distance entre A et B .



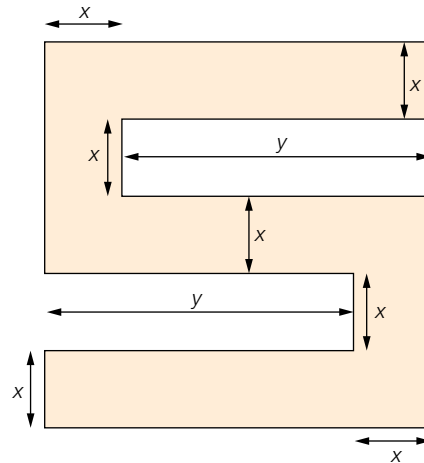
Encore quelques problèmes

Fichier: FA220 et FA221

FA222 Est-ce général ?

La lettre « S » est inscrite dans un carré.

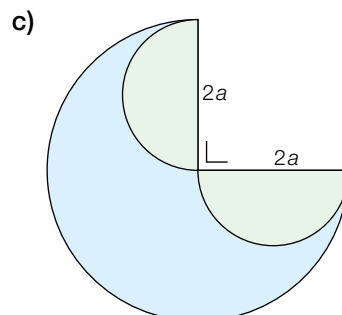
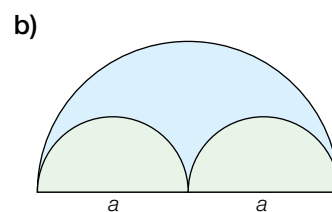
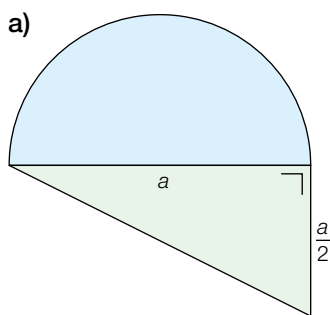
- Exprime son périmètre et son aire.
- Si $x = 2$ cm, que vaut y ?
- Si l'aire colorée est égale à 3825 cm^2 , combien mesurent x et y ?



Fichier: FA223

FA224 π ... le retour

Dans chaque cas, l'aire de la surface bleue et celle de la surface verte sont-elles égales ?



FA225 Curiosités polynomiales !

a) Développe et réduis les expressions suivantes :

$$(x + 1)$$

$$(x + 1)^2$$

$$(x + 1)^3$$

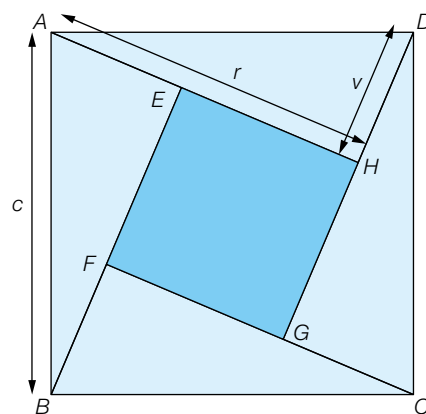
$$(x + 1)^4$$

b) Trouve le développement de $(x + 1)^{10}$.

FA226 Histoire de carrés

$ABCD$ est un carré pavé par quatre triangles et un carré $EFGH$.

Exprime algébriquement l'aire du carré $EFGH$.



FA227 Carré d'un nombre

Dominique affirme :

« Je peux calculer rapidement le carré d'un nombre qui se termine par 5.
Par exemple, pour 75^2 , je prends 7, je calcule $7 \cdot 8$, puis à côté j'écris 25.
Donc : $75^2 = 5625$ »

Prouve que cette manière de calculer un carré est correcte pour n'importe quel nombre à deux chiffres se terminant par 5.

Fichier: FA228

FA229 Polynômes en évidence

1. Observe ces deux factorisations :

a) $5(x + y) - (x + y)a = (x + y)(5 - a)$

b) $4ax + 3ay + 4bx + 3by = 4x(a + b) + 3y(a + b) = (4x + 3y)(a + b)$

Décris et explique les procédures appliquées pour passer de l'expression de gauche à celle de droite.

2. Factorise.

a) $7(2p + t) - r(2p + t)$

e) $-28(12x - 1) + (12x - 1)9x$

b) $ax + ay + bx + by$

f) $5cd + 5ef - 5de - 5cf$

c) $(3y - 4)2x + (3y - 4)5y$

g) $6a(10 - 5y) - 5b(10 - 5y)$

d) $10xy + 7ay + 10xz + 7az$

h) $11bx - 11by - ax + ay$

Fichier: FA230

FA231 Ah, ces facteurs!

1. Observe ces deux factorisations :

a) $(x - 5)(x^2 + 2) + (28 - 2x)(x^2 + 2) = (x^2 + 2)(-x + 23)$

b) $(x - 5)(x^2 + 2) - (27 - 2x)(x^2 + 2) = (x^2 + 2)(3x - 32)$

Décris et explique les procédures appliquées pour passer de l'expression de gauche à celle de droite.

2. Factorise les expressions suivantes :

a) $(4 - x)(3y - 1) + (4 - x)(16 - 2y)$

b) $(4 - x)(3y - 1) - (4 - x)(16 - 2y)$

c) $(2y - 1)(5x^2 - 1) + (3y - 2)(5x^2 - 1)$

d) $(5x - 2)^2 - (5x - 2)(7x^2 - 25y)$

e) $(x + 2)(y - 5) - (y - 5)$

FA232 Y a l'facteur qui sonne!

On peut factoriser certains des trinômes dont le coefficient de x^2 est 1, selon la procédure suivante :

$$x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4)$$

Fais de même, pour factoriser les trinômes suivants :

a) $x^2 + 3x + 2$

e) $x^2 + x - 72$

b) $x^2 - 5x + 6$

f) $x^2 + x - 12$

c) $z^2 + 15z + 56$

g) $x^2 + 17x + 72$

d) $y^2 - 14y + 49$

h) $x^2 - 9x + 20$

Fichier: FA233 à FA235

À la suite du Perse Al Kwarzami, les mathématiciennes et les mathématiciens arabes ont marqué de leur empreinte la résolution des équations.

Deux voies différentes de résolution des équations se présentent : d'une part, on trouve les géomètres algébristes – comme Al Huwarism (vers 820) – cherchant à utiliser des constructions géométriques pour illustrer les équations et leurs résolutions et, d'autre part, les algébristes arithméticiens qui utilisent l'arithmétique au service de l'algèbre pour résoudre les équations, rendant ainsi hommage aux techniques d'« Arithmétique » de Diophante, mathématicien grec, considéré comme le père de l'algèbre (vers le III^e siècle apr. J.-C.).

Al Harrani (836-901), astrologue et mathématicien, est le premier à distinguer clairement ces deux méthodes de résolution : une par l'algèbre et l'autre grâce à la géométrie. Il démontre que toutes deux permettent d'atteindre les mêmes solutions.

Shuja Abu Kamil (850-930) développe les travaux sur les équations du deuxième degré et son livre *Kita bat-tara'if l-hisab* (*Livre des choses rares en calcul*) est entièrement consacré aux systèmes d'équations.



À défaut de représenter Diophante dans sa célèbre fresque L'école d'Athènes, le peintre italien de la Renaissance, Raphaël (1483-1520), a laissé une place à la mathématicienne et philosophe grecque Hypatie d'Alexandrie (vers 370-415) – debout en blanc – qui, en particulier, a apporté de nombreux commentaires à l'œuvre de Diophante.

Équations

Apprentissages visés

- Résolution de problèmes nécessitant le recours à l’algèbre
- Traduction d’une situation par une ou des équations
- Résolution :
 - d’équations du premier degré à une inconnue à l’aide des règles d’équivalence
 - de systèmes d’équations du premier degré à deux inconnues à l’aide des méthodes de combinaison linéaire et de substitution
 - d’une équation du deuxième degré à une inconnue par factorisation ou à l’aide de la formule de Viète
- Expression de chacune des variables d’une formule en fonction des autres

Sommaire

Pour réactiver certaines connaissances	142
Pour approcher les équations	142
Résoudre des équations	146
Résoudre des problèmes à l’aide d’équations	149
Encore quelques problèmes	151
Pour réactiver certaines connaissances	152
Pour consolider et aller plus loin	153
Systèmes d’équations	158
Équations du deuxième degré	166
Encore quelques problèmes	170



Fichier: **Que sais-je ? p. 100**

Pour réactiver certaines connaissances

Fichier: **FA236 et FA237**

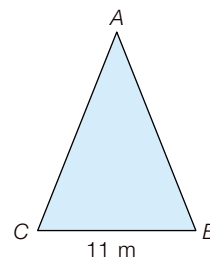
FA238 Expressions littérales

Traduis par une écriture littérale, en précisant ce que désigne la lettre que tu as choisie.

- a) Je prends le quart d'un nombre, puis j'enlève 16 au résultat.
- b) J'enlève 16 à un nombre, puis je prends le quart du résultat.
- c) Le triple du carré d'un nombre.
- d) Le carré du triple d'un nombre.
- e) Un nombre de deux chiffres dont le chiffre des unités est 6.
- f) Une somme d'argent formée de billets de 10 francs.
- g) L'aire d'un triangle dont la mesure d'une des hauteurs est 10 cm.
- h) L'âge d'une fille dont la mère a 25 ans de plus qu'elle.

FA239 Isocèle en A

Quelle est la mesure des deux côtés isométriques AB et AC du triangle isocèle ABC si son périmètre mesure 42 m ?

Fichier: **FA240**

Pour approcher les équations

FA241 Avec des essais ?

- a) La somme de trois nombres naturels consécutifs est 174.
Quels sont ces nombres ?
- b) Ricardo pense à un nombre. Il le multiplie par 6, puis ajoute 3 au produit.
Il obtient alors le même résultat que s'il avait ajouté 27 au nombre de départ.
À quel nombre a-t-il pensé ?
- c) Morgane et Sven affichent le même nombre sur l'écran de leur calculatrice.
Morgane multiplie ce nombre par 8, puis soustrait 2,5 du résultat obtenu.
Sven, lui, ajoute 21,5 au nombre affiché.
Ils obtiennent alors exactement le même résultat.
Quel nombre ont-ils affiché au départ ?

Fichier: **FA242 et FA243**

FA244 Grâce à des x

- a) Alice a dépensé x francs. Sa cousine a dépensé 35 francs de moins qu'elle.
Écris en fonction de x ce qu'a dépensé sa cousine.
- b) Dans un champ, il y a 46 animaux : x vaches et des moutons.
Écris en fonction de x le nombre de moutons qu'il y a dans ce champ.
- c) Adriana, qui est âgée aujourd'hui de x années, est née quand son papa avait 35 ans.
Écris, en fonction de x , l'âge de son papa aujourd'hui.
- d) Maxime a parcouru x kilomètres de moins que Malika avec la même quantité d'essence dans le réservoir de sa voiture.
Exprime, en fonction de x , le nombre de kilomètres effectué par Malika si Maxime a parcouru 362 km.
- e) Doris possède x pièces de deux francs. Elle a aussi quelques pièces de 1 franc.
En tout, cela fait 33 pièces.
Écris en fonction de x le nombre de pièces de 1 franc que possède Doris.
- f) Je possède x francs, mon frère le triple de ce qui est en ma possession et ma sœur 40 francs de plus que mon frère.
Exprime en fonction de x la somme totale en notre possession.
- g) Sur le premier rayon d'une bibliothèque, il y a x livres. Sur le deuxième, il y en a 12 de moins ; sur le troisième, il y en a trois fois plus que sur le deuxième.
Écris en fonction de x le nombre total de livres.
- h) Dans un triangle, le plus petit côté mesure x centimètres et le plus grand vaut le double de celui-ci. Le dernier côté mesure les trois quarts du plus grand.
Écris la longueur de chaque côté en fonction de x .
- i) Besim possède x pièces de 20 centimes ; exprime, en fonction de x , la somme d'argent qu'il possède.
- j) Dans un magasin, on accorde un rabais de 30 % sur tous les articles de sport.
J'achète une raquette de tennis qui coûte initialement x francs.
Écris en fonction de x le rabais accordé et le prix à payer.

FA245 Le même résultat

Dans chaque cas, trouve un nombre qui, selon les consignes de l'étiquette de gauche et selon celles de l'étiquette de droite, conduit au même résultat.

- | | | |
|----|---|--|
| a) | enlever 7 de ce nombre,
puis ajouter 12 à ce résultat | ajouter 12 à ce nombre,
puis enlever 7 de ce résultat |
| b) | diviser ce nombre par 2,
puis ajouter 16 à ce résultat | ajouter 16 à ce nombre,
puis diviser ce résultat par 2 |
| c) | multiplier ce nombre par 5,
puis ajouter 5 à ce résultat | ajouter 3 à ce nombre,
puis soustraire 2 de ce résultat |
| d) | ajouter 20 à ce nombre,
puis soustraire 7 de ce résultat | multiplier ce nombre par 3,
puis ajouter 5 à ce résultat |
| e) | enlever 6 de ce nombre,
puis ajouter 27 à ce résultat | multiplier ce nombre par 9,
puis enlever 3 de ce résultat |

FA246 Étranges égalités

Jonathan a écrit sur une feuille les égalités suivantes :

a) $2x + 7x = 9x$
 b) $y - 6 = -12$
 c) $3z + 3 = 5z + 2 - 2z + 1$
 d) $x + y = x + z$

e) $3g - 5 = 13$
 f) $a + b = b + c$
 g) $11 + 3z = -8z$
 h) $x \cdot 2 = x + x$

Sont-elles toujours vraies ?

FA247 Quand est-elle égale à ?

- a) Pour quelle valeur de x , l'expression $8x - 5x + 3x$ est-elle égale à 9 ?
- b) Pour quelle valeur de c , l'expression $11c - 3c + 2c - 4c$ est-elle égale à 27 ?
- c) Pour quelle valeur de y , l'expression $2,5y + 7y - y$ est-elle égale à 17 ?
- d) Pour quelle valeur de p , l'expression $p + 3p + 9 - 2p - 6$ est-elle égale à 83 ?
- e) Pour quelle valeur de x , l'expression $17 - 16x - 14 + 8x - 3x - 1$ est-elle égale à 24 ?

FA248 Des x et des x

Dans chacun des exemples suivants, par quel(s) nombre(s) peut-on remplacer x pour que l'égalité soit vérifiée ?

- | | | |
|------------------------|-------------------------|---------------------------|
| a) $13 + x = 35$ | e) $0x = 131$ | i) $x = -x$ |
| b) $36x + 4 = 36 + 4x$ | f) $5x = 22,5$ | j) $30 = 3x + 21$ |
| c) $6 + x = x + 8$ | g) $63 - 21x = 25 - 2x$ | k) $\frac{x}{8} = 2,5$ |
| d) $x - 21 = 4x$ | h) $6x - 7 = x + 8$ | l) $42 + 8,5x = 1,5x - 7$ |

FA249 Associe

1. Associe chaque équation à son ensemble de solutions.

Équations

- | | | |
|----------------------|---------------------|--------------------|
| a) $x = 5$ | e) $x + 5 = 0$ | i) $4 = x + 9$ |
| b) $-19 + x = -24$ | f) $x + 5 = 5$ | j) $x - 5 = x + 5$ |
| c) $\frac{x}{5} = 1$ | g) $2x - 6 = x - 1$ | k) $5x = 0$ |
| d) $0,5x = 10x$ | h) $x + 5 = x$ | l) $x = -x$ |

Solutions

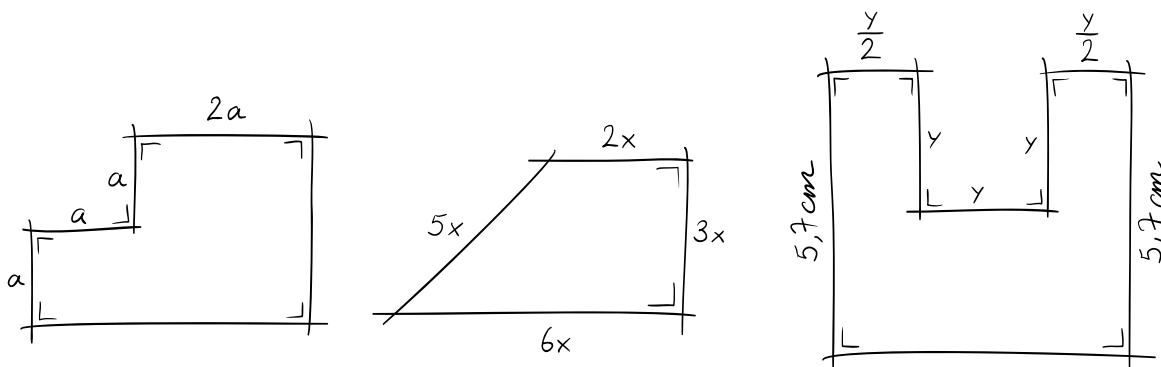
$$S_1 = \{0\} \quad S_2 = \{5\} \quad S_3 = \{-5\} \quad S_4 = \emptyset$$

2. Parmi les équations précédentes, détermine celles qui sont équivalentes.

Résoudre des équations

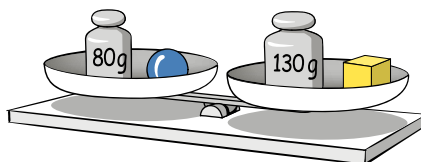
FA250 Toujours 36

Le périmètre de chaque figure est 36 cm. Construis-les en vraie grandeur.



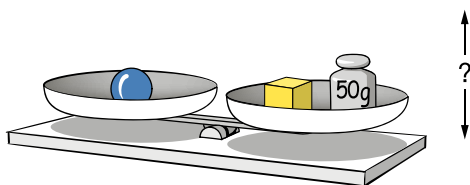
FA251 Toujours en équilibre ?

Cette balance est en équilibre.

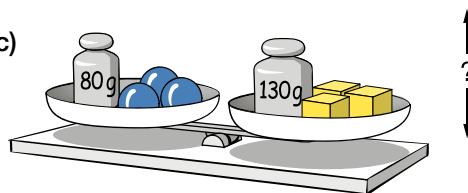


Et celles-ci ?

a)



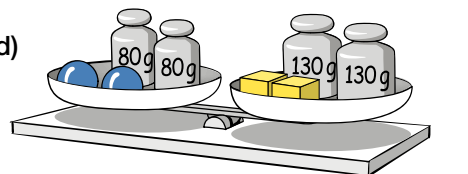
c)



b)



d)



FA253 Dix équations

Résous ces équations.

a) $17x = 153$

b) $5x - 35 = 120$

c) $16x + 11 = 9x + 67$

d) $7,5x - 4 = -28 + 1,5x$

e) $71,1x = 389,2 + 1,6x$

f) $4x - 48 = 64$

g) $19x = 23x$

h) $x = 31x + 75$

i) $2,5x = 250$

j) $72 + 4x = 0$

FA254 Dix équations supplémentaires

Résous ces équations.

a) $4x = 32$

b) $45 = 9,5x - 12$

c) $29 - 7,8x = 29$

d) $12x + 5 = 29x + 5 - 17x$

e) $6x + 32 - 8x = 58$

f) $10x - 15 = 15$

g) $x - 6 = 4x + 5 - 3x$

h) $30000 = 600 + 100x$

i) $2x + x = x - 11$

j) $7x - 15 = (18x + 12) + (2x + 12)$

FA255 De tête!

Résous ces équations mentalement.

a) $12x = 60$

b) $18 = 5x$

c) $4x - 7 = 3x$

d) $19 - 8,2x = 19$

e) $3x - 3 = x$

f) $x - 2x = -8$

g) $6x + 22 = 6x + 22$

h) $32x + 7x = 42x - 12$

i) $140 = 8 + x$

j) $19 - 2x = 9$

k) $200 = 360 - 2x$

l) $3x + 4 = 28$

m) $10x + 60 = 88$

n) $7x + 8 = 9x + 5 - 2x$

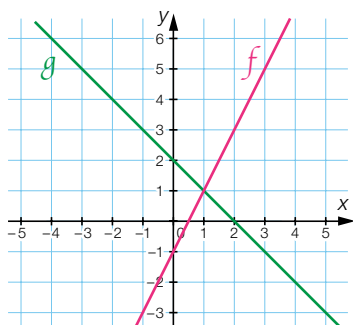
o) $5x + 19 = -6$

p) $8 - x = 10$

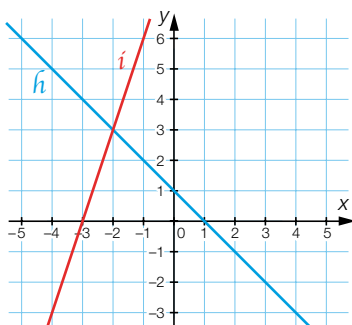
FA257 C'est plus visuel!

Ces trois graphiques représentent chacun les deux fonctions associées aux deux membres d'une équation.

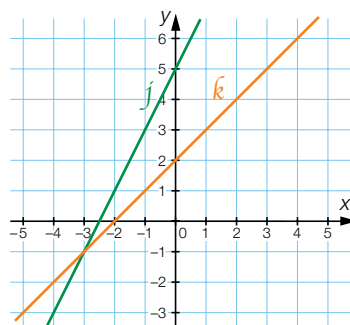
$$\begin{aligned} f: x &\longmapsto 2x - 1 \\ g: x &\longmapsto -x + 2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} h: x &\longmapsto -x + 1 \\ i: x &\longmapsto 3x + 9 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} j: x &\longmapsto 2x + 5 \\ k: x &\longmapsto x + 2 \end{aligned}$$



Ils permettent de trouver la solution de chacune des trois équations suivantes :

$$\begin{aligned} 2x - 1 &= -x + 2 \\ S &= \{1\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -x + 1 &= 3x + 9 \\ S &= \{-2\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x + 5 &= x + 2 \\ S &= \{-3\} \end{aligned}$$

1. Comment ces solutions peuvent-elles être lues sur le graphique ?

2. Détermine l'ensemble de solutions des équations ci-dessous en te fondant sur cette représentation graphique.

$$f: x \longmapsto -x + 4$$

$$g: x \longmapsto 2$$

$$h: x \longmapsto -3x + 2$$

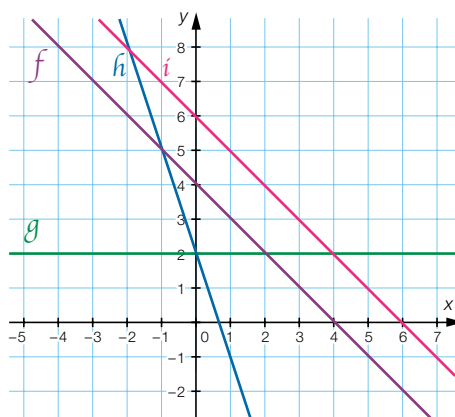
$$i: x \longmapsto -x + 6$$

a) $-x + 4 = 2$

b) $-x + 6 = -3x + 2$

c) $-3x + 2 = -x + 4$

d) $2 = -x + 6$



3. Résous ces équations par voie graphique.

a) $2x + 2 = -3 + x$

c) $x + 3 = x + 2$

b) $x = 5 - 2x$

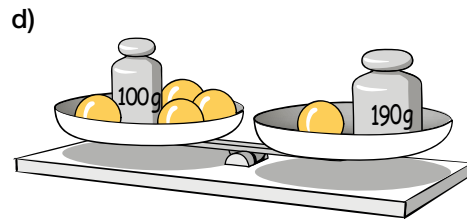
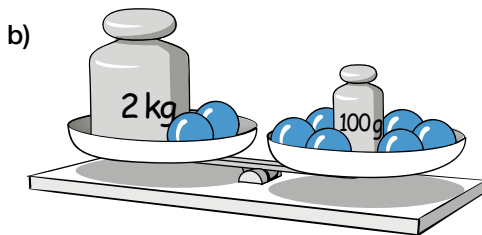
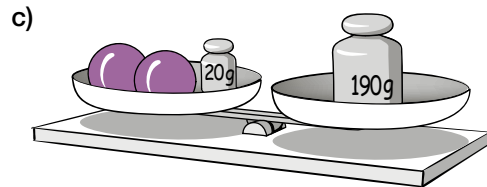
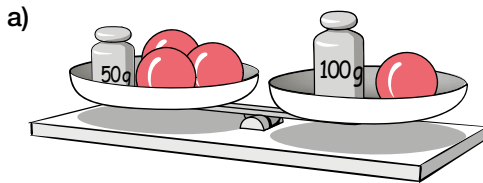
d) $-3 = 4x - 3$

Résoudre des problèmes à l'aide d'équations

FA258 Les masses

Dans chaque situation, les balances sont équilibrées.

Détermine la masse de chaque boule.



FA259 Le concert de hip-hop

Léa et Ayrton s'envoient des messages au concert de hip-hop.

Sachant que Léa et Ayrton avaient la même somme d'argent dans leur porte-monnaie, calcule le prix d'un billet.

Léa:
J'ai acheté quatre billets
et il me reste 20 francs.

Ayrton:
Moi, j'en ai acheté trois
et il me reste 75 francs.

FA260 La somme vaut 790

La somme de cinq nombres naturels consécutifs est 790.

Quel est le plus petit de ces nombres ?

FA261 Trois angles à déterminer

D'un triangle rectangle, on sait qu'un angle aigu est égal au quadruple de l'autre angle aigu.

Quelle est la mesure de chacun des trois angles ?

FA262 La mesure du petit côté

Le périmètre d'un triangle mesure 25 cm. Le grand côté de ce triangle est trois fois plus long que le petit côté et le moyen côté mesure 3 cm de moins que le grand.

Quelle est la mesure du petit côté de ce triangle ?

FA263 Le nombre de départ

Clémence et Max affichent le même nombre sur leur calculatrice.

Clémence multiplie ce nombre par 5, puis soustrait 7 au produit obtenu.

Max multiplie ce nombre par 3, puis ajoute 19 au produit obtenu.

Ils s'aperçoivent alors que le même résultat apparaît sur l'écran de leur calculatrice.

Quel nombre ont-ils affiché au départ ?

FA264 Ajouter et soustraire vingt-trois

Lorsqu'on ajoute 23 au quadruple d'un nombre, on obtient le même résultat qu'en retranchant 23 du sextuple du même nombre.

Quel est ce nombre ?

FA265 Nombres entiers consécutifs

Peux-tu trouver trois nombres entiers consécutifs tels que la somme du deuxième et du troisième soit égale au double du premier ?

FA266 120 à partager

Partage 120 en deux parties telles que la première augmentée de 6 soit égale à la deuxième partie.