

Encore quelques problèmes

FA267 Et encore dix équations de plus

Résous ces équations.

a) $4x = 55 - x$

b) $x + (x - 1) + (x - 2) = x - 2$

c) $6,7 - 2x = -0,5x + 3,7$

d) $6x + 42 = 7x + 56$

e) $8x + 9 - 3x = 7 + 5x + 2$

f) $1,4x + 8,4 = 3,6 + 3x$

g) $10x + 30 = -2x + 2 + 8x$

h) $x = x + 37$

i) $\frac{x}{4} - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$

j) $\frac{3}{2}x + 35 = 35$

FA268 Minimaison

Cette maisonnette est formée d'un cube de 5 m d'arête surmonté d'un prisme droit à base triangulaire. Son volume est de 155 m^3 .

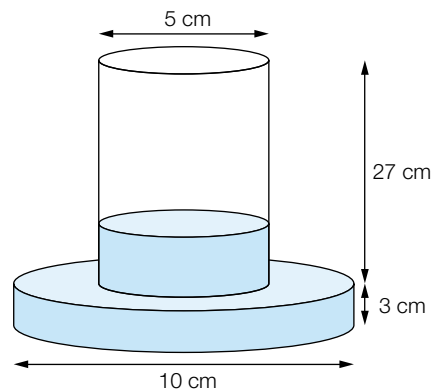
Calcule sa hauteur totale.



FA269 Vase cylindrique

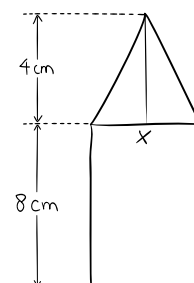
Ce vase est rempli d'eau à la moitié de sa capacité totale.

Quelle hauteur (en cm) atteint le liquide ?



FA270 Le clocher

Quelle doit être la valeur de x pour que l'aire du triangle isocèle soit égale à l'aire du rectangle diminuée de 9 cm^2 ?



FA271 La gymnastique

Après une épreuve de gymnastique, on distribue 120 barres de céréales aux dix participants.

Le premier en reçoit le plus ; le deuxième en reçoit deux de moins que le premier, le troisième deux de moins que le deuxième, et ainsi de suite jusqu'au dernier.

Combien de barres de céréales donne-t-on au septième ?

Fichier: **Que sais-je ? p. 108**

Pour réactiver certaines connaissances

Fichier: **FA272 et FA273**

FA274 Mentalement ?

Résous, si possible, ces équations mentalement.

a) $u + 7 = 2u$

e) $y + y + 1 = 8$

i) $(y - 3)(y + 2) = 0$

b) $3(v + 1) = 3v + 3$

f) $v - 3 = 12$

j) $\frac{x}{3} = 12$

c) $5z + 5z = -30$

g) $t + 4 = 2t - 5$

k) $2x = x^2 + 1$

d) $x^2 + 1 = 0$

h) $m^2 = m$

l) $3z = 12$

FA275 À résoudre

Résous les équations suivantes.

a) $-84x + 84 = 0$

c) $3x - 1 = 19 - (4x - 9)$

b) $51 - 68x = -63x + 47$

d) $\frac{2x + 2}{5} - 1 = 10$

Fichier: **FA276**

FA277 Identifications

Traduis chacune de ces situations par une équation, puis détermine sa ou ses solutions.

a) Si l'on ajoute 5 à mon quadruple, on obtient la moitié de mon triple.

b) Si l'on ajoute 15 à ma valeur, je deviens inférieur de 5 à mon carré.

c) Si l'on m'enlève 6, je deviens égal à ma moitié.

d) Si l'on multiplie par 2 la moitié du quart d'un nombre, on obtient le quintuple du quart de ce nombre.

Pour consolider et aller plus loin

FA278 Graphiques et Cie

Associe chaque équation à la représentation graphique qui convient, puis à son ensemble de solutions.

Équations

a) $3x + 3 = 24 - x$

d) $\frac{x}{4} = 2x + 7$

b) $x^2 = x + 2$

e) $x + 3 = x - 1$

c) $\frac{1}{x} = 4x$

f) $\frac{x^3}{2} = 2x$

Ensembles de solutions

$S_1 = \{-0,5 ; 0,5\}$

$S_4 = \{-2 ; 0 ; 2\}$

$S_2 = \emptyset$

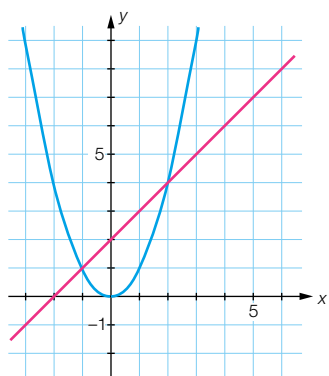
$S_5 = \{-1 ; 2\}$

$S_3 = \{5,25\}$

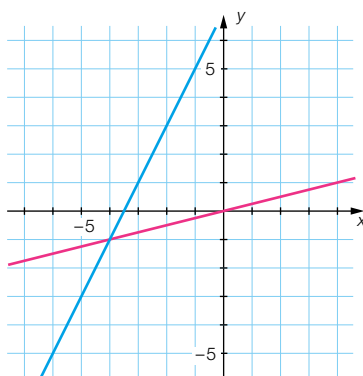
$S_6 = \{-4\}$

Représentations graphiques

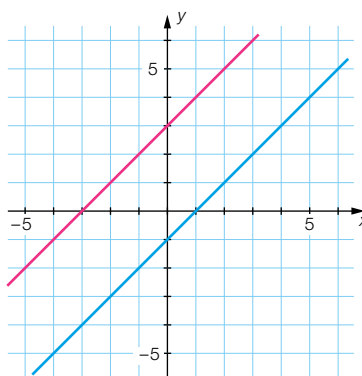
A



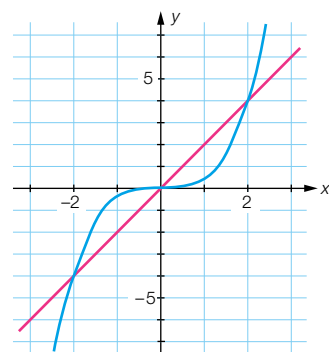
B



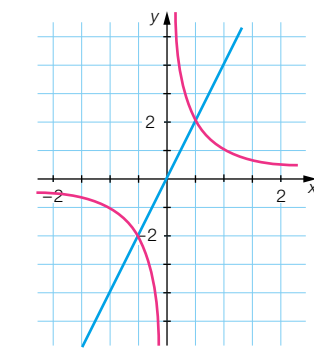
C



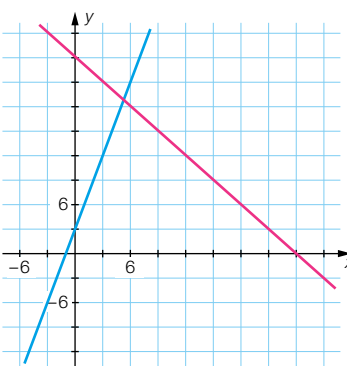
D



E



F



FA279 Un et un seul nombre

Si l'on élève un nombre au carré et qu'on additionne 8 au résultat, on trouve la même valeur que si l'on soustrait 4 à ce nombre et qu'on élève cette différence au carré.

Détermine ce nombre.

Fichier: FA280

FA281 Avec attention

Résous ces équations.

a) $7(3 + x) - 2(4x + 5) = 28 - 2x$

d) $3x - 5 = 4(x - 2) - (x - 7)$

b) $(12 - 15x) + (14x + 12) = 23$

e) $5 + (4x - 10) = -5 - 2x$

c) $-2(5x - 1) = 3(x + 1)$

f) $3(x - 1) - (4x + 2) = (6x + 3) - 4(3x - 7)$

FA282 Avec des fractions

Résous ces équations.

a) $\frac{3}{4}x - \frac{1}{5} = \frac{2}{5}x + \frac{3}{4}$

e) $\frac{1}{2}x + \frac{2}{3} = -\frac{5}{4}x + 3$

b) $\frac{y - 3}{3} = \frac{y + 3}{5}$

f) $\frac{x + 3}{4} - \frac{x - 3}{2} = 3$

c) $\frac{z - 2}{3} = \frac{1 - z}{2} + \frac{z}{4}$

g) $\frac{x}{3} + \frac{13}{6} = \frac{5x + 1}{6}$

d) $\frac{1}{3} - \frac{x + 1}{2} = 2x - \frac{3x + 1}{4}$

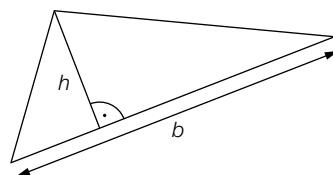
h) $\frac{5 - y}{4} - \frac{y}{2} = y - \frac{2y - 1}{3}$

Fichier: FA283

FA284 D'une formule à l'autre

- a) La formule $A = \frac{b \cdot h}{2}$ permet de calculer l'aire d'un triangle dont on connaît une base b et la hauteur correspondante h .

Parmi les formules ci-dessous, laquelle permet de calculer la base b d'un triangle dont on connaît la hauteur correspondante (h) et l'aire (A)?



$b \stackrel{?}{=} \frac{A}{2 \cdot h}$

$b \stackrel{?}{=} 2 \cdot A \cdot h$

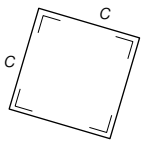
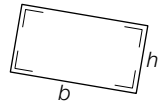
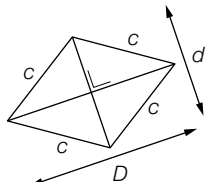
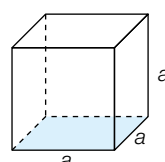
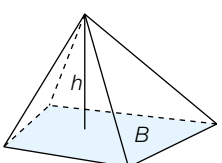
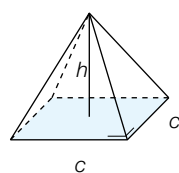
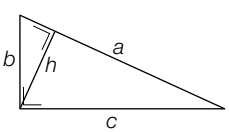
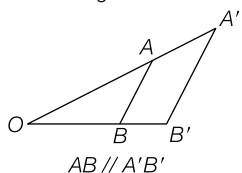
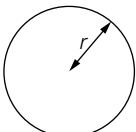
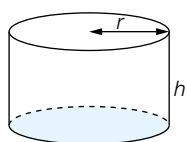
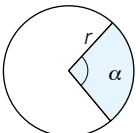
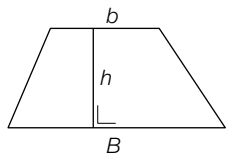
$b \stackrel{?}{=} \frac{A \cdot h}{2}$

$b \stackrel{?}{=} \frac{2 \cdot A}{h}$

$b \stackrel{?}{=} A \cdot h$

$b \stackrel{?}{=} 2 \cdot A - h$

b) Pour les formules ci-dessous, exprime chaque variable en fonction des autres (ou de l'autre).

 $p = 4c$ $A = c^2$	 $p = 2(b + h)$ $A = bh$
 $p = 4c$ $A = \frac{Dd}{2}$	 $A = 6a^2$ $V = a^3$
 $V = \frac{1}{3}Bh$	 $V = \frac{c^2 h}{3}$
 $a^2 = b^2 + c^2$ $ah = bc$	 $\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB}$
 $p = 2\pi r$ $A = \pi r^2$	 $V = \pi r^2 h$
 $A = \frac{\pi r^2 \cdot \alpha}{360}$	 $A = \frac{(B + b)}{2} \cdot h$
$d = v \cdot t$	$\rho = \frac{M}{V}$

Les formules permettant de déterminer l'aire d'une surface, le volume d'un solide ou toute autre mesure dans des domaines aussi divers que la physique, la chimie, la biologie ou les sciences humaines, ne sont rien d'autre que des fonctions dont les différents

paramètres peuvent être appelés variables. Ainsi, lorsqu'on écrit la formule de l'aire du carré ($A = c^2$), cela signifie que l'aire est fonction du côté du carré; on pourrait l'écrire $A(c) = c^2$ ou $A : c \mapsto c^2$.

FA285 Ne perds pas la boule !

Tu dois calculer le rayon d'une boule dont tu connais le volume.

Trouve la formule te permettant de le faire quel que soit le volume de la boule.

FA286 Quel prix !

- a) Des amis mangent ensemble au restaurant. Au moment de régler l'addition, ils constatent que, si chacun paie 20 francs, il manquera 22.50 francs. Mais si chacun payait 25 francs, il y aurait 7.50 francs de trop.

Combien sont-ils ?

- b) Une bibliothécaire achète 50 exemplaires d'un livre.

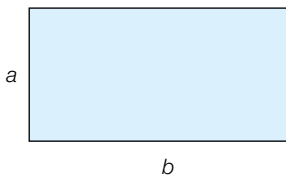
Pour le même montant, une autre bibliothécaire en achète 5 de plus, car elle obtient un rabais de 2 francs par livre.

Quel est le prix d'un livre acheté par la première bibliothécaire ?

FA287 Dans une autre langue

Traduis chacune de ces situations par une équation et détermine quelques-unes de ses solutions.

- a) La moyenne arithmétique de deux nombres est 0,7.
- b) Une somme de 60 CHF est constituée de pièces de 2 CHF et de pièces de 5 CHF.
- c) La différence de deux nombres est -3 .
- d) Le prix d'un article est 90 % du prix d'un autre article.
- e) Le périmètre de ce rectangle est 60 mm.



- f) Une pyramide régulière à base carrée a un volume de 72 cm^3 .
La longueur d'un côté de sa base est x (en cm) et sa hauteur est y (en cm).

FA288 Triathlon

D'un triathlon, on sait que :

- sa longueur totale est 22 km ;
- à la nage, les concurrents parcourent 5 km de moins qu'à la course à pied ;
- le parcours à vélo est le triple de celui à effectuer en course à pied.

Le triathlon est une compétition qui enchaîne trois épreuves : la natation, la course cycliste et la course à pied.

a) Lesquelles de ces équations traduisent cette situation ?

(x désigne la distance en kilomètres à parcourir à la nage, y la distance en kilomètres à parcourir à vélo et z la distance en kilomètres à parcourir à pied.)

1. $(z + 5) + 3z + z = 22$
2. $x + 3(x + 5) + (5 + x) = 22$
3. $(3y - 5) + y + 3y = 22$
4. $x + 3x + (x + 5) = 22$
5. $(z - 5) + 3z + z = 22$
6. $\left(\frac{y}{3} - 5\right) + y + \frac{y}{3} = 22$

b) Détermine la longueur de chacun des parcours.

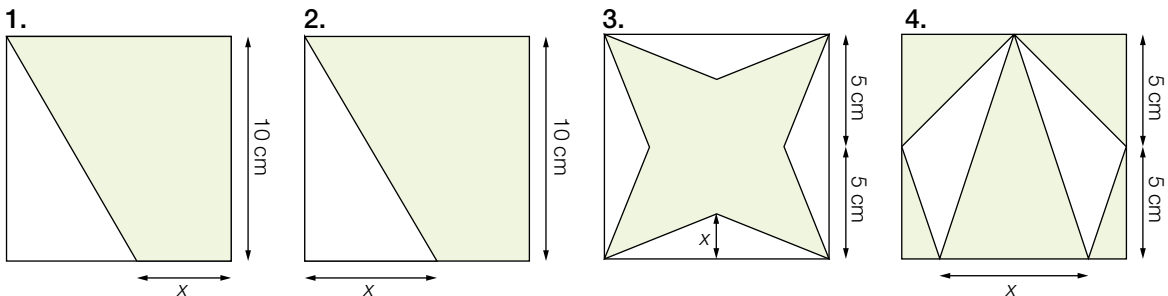
FA289 Comment procéder ?

À l'entraînement, Julie parcourt 1 km en 5 min et Léonie 1 km en 6 min. Cette dernière constate : « Aujourd'hui, nous avons couru durant le même intervalle de temps, mais tu as parcouru exactement 1,5 km de plus que moi. »

Quelle a été la durée de leur entraînement ?

FA290 80 cm²

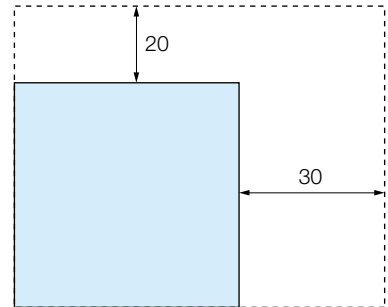
Pour chacun des carrés suivants, calcule la valeur de x pour que l'aire de la surface colorée soit égale à 80 cm².



FA291 D'un carré à un rectangle

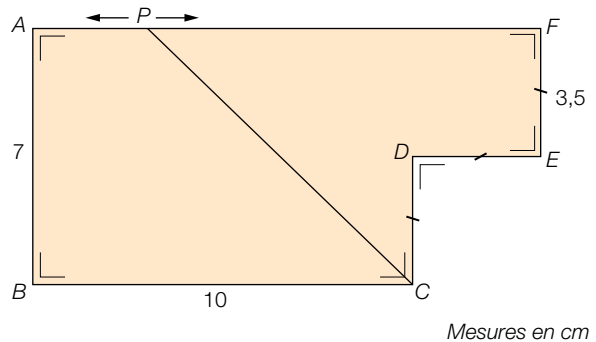
Marc a un verger de forme carrée. Il décide de l'agrandir de 20 m dans un sens et de 30 m dans l'autre, de façon à obtenir un terrain rectangulaire. Il augmente ainsi la surface de son verger de 2100 m².

Quelle était la mesure du côté du terrain initial ?



FA292 Au bon endroit

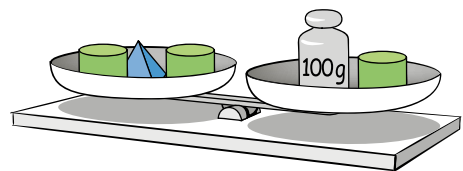
- Où faut-il placer le point P , le long du côté AF , pour que les polygones $PABC$ et $PCDEF$ aient la même aire ?
- Et pour que ces polygones aient le même périmètre ?



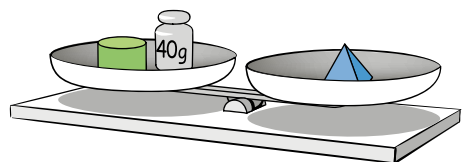
Systèmes d'équations

FA293 Balances

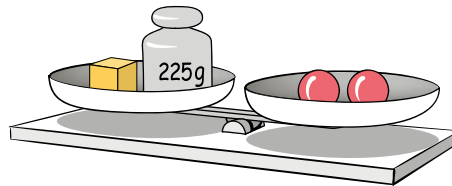
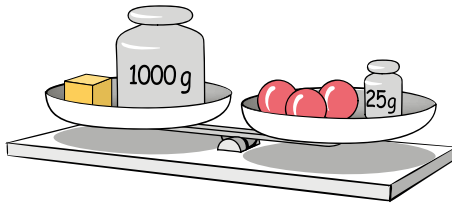
- Cette balance est en équilibre. À l'aide de cette information, peux-tu trouver les masses d'un cylindre et d'une pyramide ? Justifie et donne des exemples.



Et en rajoutant cette deuxième information ?



- b) Ces deux balances sont en équilibre. À l'aide de ces deux informations, détermine la masse d'une boule et celle d'un cube.



FA294 Le paquet

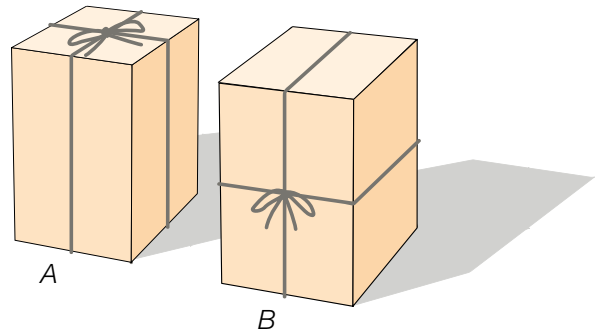
Ce paquet a la forme d'un prisme droit à base carrée.

Pour le ficeler, selon la manière A, il faut une ficelle de 220 cm.

180 cm suffisent pour le ficeler selon la manière B.

À chaque fois, on compte 20 cm pour le nœud.

Trouve les dimensions de ce paquet.



FA295 À ta manière

Dans chaque cas, peux-tu trouver un couple de nombres qui satisfait ces égalités ?

a)
$$\begin{cases} y = x \\ 4y + x = 18,2 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + y = 11 \\ x = 3y \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x + y = 0 \\ 9x + y = 5 + 2y \end{cases}$$

FA296 Deux et deux

Traduis chacune de ces situations par un système de deux équations et détermine-en les solutions.

- a) La somme de deux nombres est 100. La différence de ces deux nombres est 68.

Quels sont ces nombres ?

- b) Entendu de bon matin à la terrasse d'un café :

« Deux chocolats et trois croissants : Fr. 8.90. »

« Trois chocolats et cinq croissants : Fr. 13.90. »

Quel est le prix d'un chocolat ? Et celui d'un croissant ?

- c) 350 spectateurs ont assisté à un spectacle.

Au parterre, la place revient à Fr. 20.- ; à la galerie, elle revient à Fr. 30.-.

Le montant de la recette des entrées est de Fr. 7850.-.

Combien y avait-il de spectateurs au parterre ? Et à la galerie ?

FA298 À l'aide d'un graphique

Résous graphiquement ces trois systèmes d'équations.

a)
$$\begin{cases} y = 6x - 1 \\ y = 3x + 2 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} y - 2x = 2 \\ 5x - y = 7 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 4y - 8x - 16 = 0 \\ y - 2x = -16 \end{cases}$$

FA299 Substituez!

1. Décris et explique chacune des étapes ci-dessous.

$$\begin{cases} x + 1 = 2y - 5 \\ 3x + 4y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y - 6 \\ 3x + 4y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y - 6 \\ 3(2y - 6) + 4y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y - 6 \\ 6y - 18 + 4y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y - 6 \\ 10y - 18 = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y - 6 \\ 10y = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y - 6 \\ y = 2,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \cdot 2,5 - 6 \\ y = 2,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 2,5 \end{cases}$$

Vérification :

$$\begin{array}{rcl} -1 & + & 1 \stackrel{?}{=} 2 \cdot 2,5 - 5 \\ 3 \cdot (-1) & + & 4 \cdot 2,5 \stackrel{?}{=} 7 \end{array}$$

La solution du système est : $S = \{(-1 ; 2,5)\}$

2. Résous ces systèmes d'équations à l'aide de la même méthode.

a)
$$\begin{cases} x + 2y = 8 \\ y = 12 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x = \frac{y}{2} - 3 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x - y = 2 \\ 5x - 5y = 20 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} x + y = 100 \\ 0,15x = 40 - 0,2y \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} 4x - 3 = y \\ 5y + 3x = 8 \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} \frac{12x + 4}{3} = 2y \\ 3y - 7x = 0 \end{cases}$$

FA300 On substitue encore

Résous ces systèmes d'équations par substitution.

a)
$$\begin{cases} 2y = 14 - 6x \\ 6x - 9y = 3 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} 2(x - 5y) - (x + 1) = -2 \\ 5 - x + 2y = x + 3 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 1,5x + 0,5y = 3,5 \\ x - 1,5y = 0,5 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} 3x - 9 = \frac{y}{2} \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 4 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 6x = 8 - (2y + 2x) \\ 3x - 3y + 3 = -6 \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} \frac{y}{10} - \frac{x-3}{5} = 0 \\ 8y + 3(5+x) = 5 \end{cases}$$

FA301 Combinez!

1. Décris et explique chacune des étapes ci-dessous.

$$\begin{array}{ccc} \begin{cases} 3x + 4y = 30 \\ 5x - y = 4 \end{cases} \begin{array}{l} \cdot 5 \\ \cdot (-3) \end{array} & & \begin{cases} 3x + 4y = 30 \\ 5x - y = 4 \end{cases} \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \cdot 4 \end{array} \\ \downarrow & & \downarrow \\ \begin{cases} 15x + 20y = 150 \\ -15x + 3y = -12 \end{cases} & & \begin{cases} 3x + 4y = 30 \\ 20x - 4y = 16 \end{cases} \\ \downarrow & & \downarrow \\ 23y = 138 & & 23x = 46 \\ \downarrow & & \downarrow \\ y = 6 & \longrightarrow & x = 2 \\ & & \longleftarrow & \\ & & \begin{cases} x = 2 \\ y = 6 \end{cases} \end{array}$$

Vérification:
$$\begin{array}{l} 3 \cdot 2 + 4 \cdot 6 \stackrel{?}{=} 30 \\ 5 \cdot 2 - 6 \stackrel{?}{=} 4 \end{array}$$

La solution du système est: $S = \{(2 ; 6)\}$

2. Résous ces systèmes selon la même méthode.

$$\text{a) } \begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ -2x + 5y = 8 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 3x - y = 5 \\ 6x - 2y = 10 \end{cases}$$

$$\text{g) } \begin{cases} 2x - y = 4 \\ 4x - 2y = 10 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 6x + 2y = -18 \\ 5x - 6y = -15 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} 6x - 11y = -4 \\ 8x - 2y = 20 \end{cases}$$

$$\text{h) } \begin{cases} 0,5x + 2y = 5,4 \\ 5x - 5y = 49 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} 2y = 7x + 2 \\ 3y = 12 - 5x \end{cases}$$

$$\text{i) } \begin{cases} 4x - 9y = 12 \\ 13x - 15y = 1 \end{cases}$$

FA302 On combine encore

Résous ces systèmes d'équations par combinaison linéaire.

$$\text{a) } \begin{cases} 7x - 3y = 21,5 \\ 5y + 10 = 14x \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2(x - 1) - 5y = -x + 6 \\ 6x - 2(y - 1) = -4y + 6 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 5x + 10y = -32,7 \\ 2,5x - 12,8y = 45,06 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} \frac{2x}{5} + \frac{2y}{3} = 2 \\ 1,8x - y = 9 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 6(0,5x - 0,5y) = -1 \\ 3y - \left(2x - \frac{2}{3}\right) = 2 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} \frac{x+y}{8} + \frac{x-y}{6} = 5 \\ \frac{x+y}{4} - \frac{x-y}{3} = 10 \end{cases}$$

FA303 Comme bon te semble!

Résous ces systèmes selon la méthode de ton choix.

$$\text{a) } \begin{cases} 5u - 2v = 13 \\ 17 + 4v = 89 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} (z + t)^2 = 576 \\ 3z = t \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} a + b = 5 \\ 3a + 3b = 10 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ x - 5y = 14 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} \frac{x}{3} + y = 20 \\ x + \frac{y}{4} = 16 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} 1,5m + 5n = 45 \\ m = n - 22 \end{cases}$$

FA304 Comme il te plaît

Résous ces systèmes selon la méthode de ton choix.

a) $\begin{cases} 4x = 5 \\ x + y = 5 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x - y = 4 \\ 2x + y = 14 \end{cases}$

i) $\begin{cases} 4x - 7y = 13 \\ 3x + 2y = -12 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + y = 12 \\ x - y = 0 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x + 3y = 1 \\ 2x + 6y = 2 \end{cases}$

j) $\begin{cases} 4x + 5y = 13,8 \\ x - y = -0,6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x = y + 1 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$

g) $\begin{cases} x + y = 12 \\ y = \frac{x}{2} \end{cases}$

k) $\begin{cases} x = 2y \\ x + y = 72 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ x + 4y = 2 \end{cases}$

h) $\begin{cases} 17x + 15y = 2 \\ 23x + 20y = 3 \end{cases}$

l) $\begin{cases} \frac{100x + 95y}{2} = -755 \\ 10x + \frac{y}{2} = 11 \end{cases}$

FA305 Ces quelques problèmes...

- a) Trouve deux nombres dont la somme est 654 et la différence 456.
- b) Trouve deux nombres dont la somme est 123 et la différence 321.
- c) Trouve deux nombres dont la somme est 276, l'un étant le triple de l'autre.
- d) La somme de deux nombres est 140. La division du premier par le second donne un quotient de 7 et un reste de 4.
Quels sont ces nombres ?
- e) Un terrain rectangulaire a un périmètre de 110 m. On diminue sa longueur de 1 m et on augmente sa largeur de 1 m. Son aire augmente ainsi de 4 m².
Quelles étaient les dimensions initiales du terrain ?
- f) Une boîte contient des billes jaunes et des billes vertes.
Si l'on ajoutait une bille jaune, les billes jaunes représenteraient le quart du nouveau contenu de la boîte.
Si l'on en retirait une, elles n'en représenteraient plus que le cinquième.
Combien cette boîte contient-elle de billes vertes ?
- g) Une échelle est dressée verticalement contre un mur.
Le sommet de l'échelle dépasse de 10 cm le sommet du mur.
Si l'on écarte de 70 cm le pied de l'échelle du pied du mur, leurs sommets coïncident.
Quelle est la hauteur du mur ?

FA306 Question de bosses

Dans un troupeau composé de chameaux et de dromadaires, on compte 120 bosses et 75 têtes.

Combien y a-t-il de chameaux ?

Jacques Prévert, « Le dromadaire mécontent »
dans *Histoires et d'autres histoires*.

« Un jour, il y avait un jeune dromadaire qui n'était pas content du tout.

La veille, il avait dit à ses amis : 'Demain, je sors avec mon père et ma mère, nous allons entendre une conférence, voilà comme je suis, moi !'

[...]

Depuis une heure trois quarts un gros monsieur parlait. [...] Le jeune dromadaire souffrait de la chaleur, et puis sa bosse le gênait beaucoup ; elle frottait contre le dossier du fauteuil, il était très mal assis, il remuait.

Alors sa mère lui disait : 'Tiens-toi tranquille, laisse parler le monsieur', et elle lui pinçait la bosse ; le jeune dromadaire avait de plus en plus envie de pleurer, de s'en aller...

Toutes les cinq minutes, le conférencier répétait :

'Il ne faut surtout pas confondre les dromadaires avec les chameaux, j'attire, mesdames, messieurs et chers dromadaires, votre attention sur ce fait : le chameau a deux bosses mais le dromadaire n'en a qu'une !' [...]

Et puis le conférencier recommençait : 'Ce qui différencie les deux animaux c'est que le dromadaire n'a qu'une bosse, tandis que, chose étrange et utile à savoir, le chameau en a deux... '

À la fin le jeune dromadaire en eut assez et, se précipitant sur l'estrade, il mordit le conférencier :

'Chameau !' dit le conférencier furieux.

Et tout le monde dans la salle criait : 'Chameau, sale chameau, sale chameau !'

Pourtant c'était un dromadaire, et il était très propre. »

FA307 Et les bases ?

Un trapèze de 57 cm^2 a une hauteur de 8 cm.

La mesure de l'une de ses bases est le double de celle de l'autre.

Quelles sont les mesures des bases ?

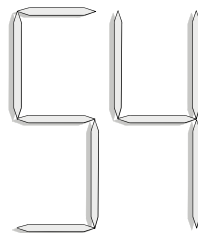
FA308 À la baguette

Ces deux chiffres sont formés avec des baguettes, des petites, horizontales, et des grandes, verticales.

La longueur totale des baguettes du chiffre 5 est de 1 m.

Celle du chiffre 4 est de 87 cm.

Quelle est la longueur de chaque baguette ?



FA309 L'âne et le mulet

Au temps où les animaux parlaient, un âne se plaignant à un mulet lui disait : « Il ne me manque que de prendre un quintal de ta charge pour avoir un fardeau le double du tien. »

« De quoi te plains-tu ? » répondit le mulet. « Si tu me donnais un quintal de ta charge, je porterais le triple de celle qui serait alors la tienne. »

Quelles étaient les charges de l'âne et du mulet ?

FA310 Planche à voile ou catamaran

Un groupe de vingt-quatre adolescents fait un stage de deux jours dans une école de voile. Deux activités sont au programme : planche à voile ou catamaran. Le premier jour, dix jeunes choisissent la planche à voile et les autres le catamaran. La facture totale de ce premier jour s'élève à 560 francs. Le deuxième jour, ils sont douze à choisir la planche à voile et les autres font du catamaran. La facture du deuxième jour s'élève à 540 francs.

Quel est le prix par personne d'une journée de planche à voile et celui d'une journée de catamaran ?

FA311 À la confiserie

Un confiseur répartit des truffes dans des cornets de 200 g. S'il avait réparti ses truffes dans des cornets de 150 g, il y aurait eu 12 cornets de plus.

Quelle quantité de truffes a-t-il préparée ?

FA312 D'un terrain à l'autre

Un terrain rectangulaire a un périmètre de 150 m. Si l'on augmente sa largeur de 5 m et si l'on diminue sa longueur de 3 m, alors son aire augmente de 120 m².

Quelles sont les dimensions de ce rectangle ?

FA313 Baisse générale

Céline regarde avec envie un pull et une robe présentés dans la vitrine d'une boutique. Malheureusement, le prix total de ces deux vêtements est de 137.50 francs et dépasse son budget. Quelque temps après, le prix du pull baisse de 20 % et celui de la robe de 30 %. Céline calcule rapidement la dépense totale et constate que le prix total a baissé de 35 francs, ce qui lui permet d'acheter ces deux vêtements.

Quels étaient les prix du pull et de la robe avant la baisse ?

FA314 Deux catégories

Pour un concert, les places debout sont à 37.50 francs et les places assises à 57.50 francs. Il y a 2500 places debout de plus que de places assises. L'organisateur du concert calcule que, si les places sont toutes vendues, la recette sera de 568 750 francs.

Combien y a-t-il de places de chaque sorte ?

FA315 Voyage en car

Pour organiser une sortie de fin d'année, un collège loue des cars. Il y a des grands cars de 56 places et des petits cars de 44 places. Il y a quatre grands cars de plus que de petits. 624 élèves participent à la sortie et tous les cars sont remplis.

Combien le collège a-t-il loué de cars de chaque catégorie ?

Équations du deuxième degré

FA316 Un peu de deuxième degré

- Je choisis un nombre, je l'élève au carré et j'obtiens 4. Pour quel(s) nombre(s) cette affirmation est-elle correcte ?
- Soit l'équation $x^2 = 4$.
 - Représente graphiquement les fonctions f et g définies par : $f(x) = x^2$ et $g(x) = 4$.
 - Comment, à l'aide du graphique, retrouver les solutions de l'équation $x^2 = 4$?
- Trouve l'ensemble de solutions de chacune des équations suivantes.

a) $x^2 = 100$	b) $x^2 - 64 = 0$	c) $x^2 + 64 = 0$	d) $x^2 = 0$
----------------	-------------------	-------------------	--------------

FA317 Toujours plus difficile

- Françoise choisit un nombre. Elle l'élève au carré et trouve 81.
Quel(s) nombre(s) peut-elle avoir choisi(s) ?
- Claude choisit un nombre et le multiplie par 4. Il soustrait ensuite le double du carré du nombre de départ du résultat qu'il vient d'obtenir et trouve zéro.
Quel(s) nombre(s) peut-il avoir choisi(s) ?
- Michel doit résoudre les trois équations suivantes :
 - $x^2 - 14x + 49 = 0$
 - $x^2 - 36 = 0$
 - $12x^2 + 5x - 3 = 0$Aide-le, si possible, à effectuer cet exercice.

FA318 Le retour du facteur

1. Pour quelle(s) valeur(s) de x , les égalités suivantes sont-elles vraies ?

a) $(x - 6)(x + 1) = 0$

c) $(x + 8)^2 = 0$

e) $(x + 8)(x - 8) = 0$

b) $(x - 8)^2 = 0$

d) $3x(x + 7) = 0$

f) $x(3x + 1) = 0$

2. Trouve chaque fois une équation du deuxième degré dont les solutions sont :

a) $x = 2$ et $x = -4$

e) $x = 10$ uniquement

b) $x = -5$ et $x = 5$

f) $x = 0$ uniquement

c) $x = \sqrt{5}$ et $x = -\sqrt{5}$

g) aucun nombre réel

d) $x = \frac{2}{7}$ et $x = -\frac{2}{7}$

FA319 Équations produits

1. Résous les équations suivantes et décris la méthode que tu utilises.

a) $-2y(y - 5) = 0$

c) $(y - 4)^2 = 0$

b) $(x + 9)(x - 9) = 0$

d) $y(2y - 1) = 0$

2. Résous ces équations.

a) $y^2 - 8y = 0$

e) $y^2 = -4y$

i) $2 = 2z^2$

b) $4y^2 - 1 = 0$

f) $9 + x^2 = 6x$

j) $x^2 - 81 = 0$

c) $x^2 - 10x + 25 = 0$

g) $16x + 16 + 4x^2 = 0$

k) $10y = 2y^2$

d) $y^2 + 20y + 100 = 0$

h) $-8u - 16 = u^2$

l) $9x^2 - 4 = 0$

FA320 À différents degrés

Résous ces équations.

a) $(x - 1)(x + 1) = (x - 2)^2$

g) $0 = 3(y - 7)^2 - 147$

b) $(y - 3)(y + 4) = 0$

h) $2x^2 = 2(x + 4)^2$

c) $2m^2 + 2 = 2(m^2 + 2)$

i) $(z + 1)^2 = z^2 + 2z + 1$

d) $x^2 - 9 = 0$

j) $5x^2 - 10x + 5 = 0$

e) $10x^2 + 10 + 40x = 60 + 10x^2$

k) $13u + 25 = 3u - u^2$

f) $m^2 + 5m = m^2$

l) $\frac{x^2}{2} + 3x = \frac{x^2}{2} + 1$

FA321 Benoît et son nombre

Benoît pense à un nombre.

Il l'élève au carré, puis multiplie par 2 le résultat obtenu.

Il obtient alors le nombre auquel il avait pensé.

Quel est ce nombre ?

FA322 Avec la formule de Viète

Résous les équations suivantes.

- | | |
|-------------------------|-----------------------------|
| a) $x^2 + 4x - 165 = 0$ | f) $4x^2 - 4x - 4 = 0$ |
| b) $3x^2 - x - 10 = 0$ | g) $\frac{x^2 - 12}{4} = 6$ |
| c) $3x^2 + 2x + 5 = 0$ | h) $-3x^2 + 6x - 3 = 0$ |
| d) $2x^2 + x - 10 = 0$ | i) $(x + 1)^2 = -3$ |
| e) $-2x^2 + 4x - 2 = 0$ | j) $5x^2 + 14x - 3 = 0$ |

François Viète, mathématicien français (1540-1603), étudia d'abord le droit à l'Université de Poitiers et fut un avocat renommé ; il s'intéressa également à l'astronomie et se passionna pour les mathématiques, en étudiant, entre autres, le problème de la trisection de l'angle. François Viète exprima, avec des symboles mathématiques, la formule de résolution de toute équation du deuxième degré, $ax^2 + bx + c = 0$, en se fondant en particulier sur les travaux de deux mathématiciens italiens, Niccolo Tartaglia (1500-1557) et Girolamo Cardano (1501-1576).

FA323 Forme non canonique

Résous les équations suivantes.

- | | |
|-----------------------|----------------------------------|
| a) $26x = 9 - 3x^2$ | f) $3,5x^2 + 1,5 = 6,8x$ |
| b) $4x^2 = x + 5$ | g) $-x^2 = 1,5(x + 1)$ |
| c) $4x - 10 = 6x^2$ | h) $(x + 1)(4x - 5) = 100$ |
| d) $4x^2 + 12x = -9$ | i) $67x^2 + 5 = 80x - 20 + 3x^2$ |
| e) $-17x + 70 = -x^2$ | j) $3x^2 = 9 + 26x$ |

FA324 Méthodes à choix

Résous ces équations en choisissant la méthode la plus efficace.

- | | |
|-------------------------|----------------------------|
| a) $5x^2 + 10x = 0$ | f) $2x^2 - 12x + 38 = x^2$ |
| b) $x^2 + 10x - 56 = 0$ | g) $x^2 = -36$ |
| c) $-9 = -4x^2$ | h) $4x^2 + 6x = 2x + 2x^2$ |
| d) $x^2 + x = 2$ | i) $12 - 12x = -3x^2$ |
| e) $x^2 + 25 = 10x$ | j) $3x^2 = 12x + 36$ |

FA325 La solution ?

- a) L'aire d'un carré double lorsqu'on augmente son côté de 1 m.

Quelle est la mesure du côté de ce carré ?

- b) La différence entre le carré d'un nombre et ce nombre est 1980. Quel est ce nombre ?

- c) Les fonctions $x \mapsto -x^2 + 9$ et $x \mapsto \frac{3x}{2} + 2$ sont représentées dans un même système d'axes.

Détermine les coordonnées des points d'intersection de leurs représentations graphiques.

- d) Deux palmiers poussent l'un en face de l'autre sur les berges opposées d'une rivière large de 45 aunes. La hauteur du premier palmier est de 33 aunes, celle du second de 42 aunes.

Au sommet de chacun de ces deux arbres est perché un héron.

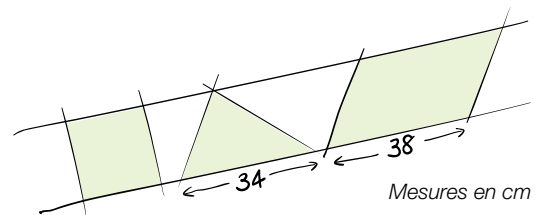
Un poisson apparaît à la surface de l'eau, entre les palmiers. Aussitôt, les deux oiseaux fondent sur lui, à la même vitesse, et l'atteignent en même temps.

À quelle distance du premier palmier le poisson est-il apparu ?

Problème arabe, XI^e siècle

- e) L'aire du parallélogramme est égale à celle du carré et du triangle réunis.

Quelle est la largeur de la bande dans laquelle ces trois polygones ont été dessinés ?



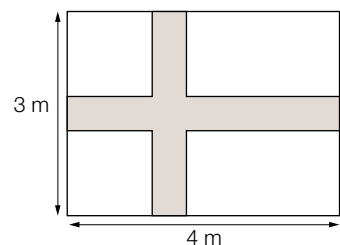
FA326 Carré aux côtés consécutifs

La somme des aires de trois carrés est de 15 125 cm².

Trouve les mesures de leurs côtés, sachant que ce sont des nombres entiers consécutifs.

FA327 Le drapeau

Quelle largeur doit-on donner à la croix pour que son aire soit égale à l'aire restante du drapeau ?



FA328 Dimensions à trouver

La largeur d'un rectangle vaut le quart de sa longueur.

Si tu triples sa largeur et que tu diminues sa longueur de 8 cm, tu obtiens un second rectangle dont l'aire mesure 320 cm² de plus que celle du premier.

Quelles sont les dimensions du premier rectangle ?

FA329 On augmente et on diminue

Trouve les dimensions d'un rectangle tel que, si l'on augmente chacun de ses côtés de 5 m, l'aire augmente de 125 m², tandis que, si l'on diminue chacun de ses côtés de 5 m, l'aire diminue de 75 m².

FA330 Longueur et largeur?

L'aire d'un rectangle est de 72 cm². Son périmètre est de 44 cm.

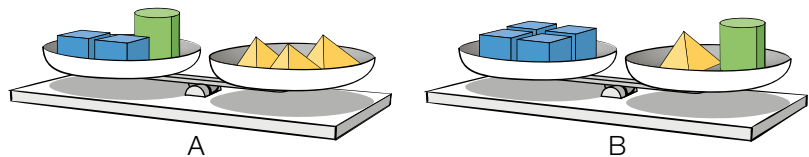
Quelles sont ses dimensions?

Fichier: **Faire le point p. 114**

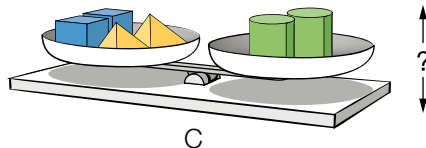
Encore quelques problèmes

FA331 En équilibre?

Les balances A et B sont en équilibre.



Et la balance C?



FA332 Encore quelques systèmes

Résous ces systèmes selon la méthode de ton choix.

a)
$$\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 5x - 2y = 23 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 = 100 \\ 9x^2 - y^2 = -40 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} y = 2x - 5 \\ y + x = -5 \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} \frac{x}{8} + 5y = \frac{1}{2} \\ x - 10y = -6 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 4x + 2y = 14 \\ 12x + 6y = 42 \end{cases}$$

g)
$$\begin{cases} 2x = 3y \\ \frac{2x}{3} - \frac{4}{5}y = \frac{2+y}{5} \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} (x + y)^2 = 36 \\ 4x = -7y \end{cases}$$

h)
$$\begin{cases} \frac{x - 3y}{9} = 5 + y \\ \frac{x}{3} = 15 + \frac{8}{3}y \end{cases}$$

FA333 Un peu de tout

Résous ces équations selon la méthode de ton choix.

a) $x^2 + x + 1 = 0$

h) $x^2 - 10x + 16 = 0$

o) $2x^2 - 50 = 0$

b) $9x^2 - 30x + 25 = 0$

i) $12x^2 + 6x = 0$

p) $5x^2 = 25x$

c) $x^2 + 2,5x = 6$

j) $x^2 + 12x = -20$

q) $9x^2 + 6x + 1 = 0$

d) $x^2 + 5x - 10 = 0$

k) $x^2 + 49 = 14x$

r) $9x^2 + 6x = 1$

e) $x^2 + 4x - 5 = 0$

l) $7x - 10 = -3x^2$

s) $x(x + 6) = 3(x + 6)$

f) $x^2 + 2 = 0$

m) $36x^2 - 100 = 0$

t) $4x^2 = 5x - 11$

g) $x^2 - 5 = 2x$

n) $2x^2 + 9x = -7$

FA334 Somme et différence

La somme de deux nombres positifs est 15. La différence de leurs carrés est 30.

Quels sont ces deux nombres ?

FA335 Promenade lacustre

Blerina et Aroz partent ensemble d'Estavayer-le-Lac pour une course de 24,5 km.

Blerina progresse à la vitesse moyenne de 5,5 km/h, alors que son frère Aroz se contente de 3,5 km/h.

Quand la distance séparant les deux randonneurs sera-t-elle de 1,6 km ?

FA336 Rencontre

Un cycliste parti de Berne roule à la vitesse moyenne de 15 km/h, alors qu'un scooteriste parti de Fribourg se déplace à la vitesse moyenne de 40 km/h.

Au bout de combien de temps vont-ils se croiser sachant qu'ils ont choisi la même route, qu'ils sont partis en même temps et que la distance séparant Berne de Fribourg est de 33 km ?

FA337 Permutations

La somme des trois chiffres d'un nombre est 13. On permute les centaines et les unités. On obtient alors un nombre inférieur au premier de 594.

Quels sont ces deux nombres si le chiffre des dizaines de chacun est 3 ?

FA338 À contre-courant

Une rivière a un débit de $50 \text{ m}^3/\text{s}$ en moyenne. Un batelier met 1 h 20 pour parcourir 4 km dans le sens du courant. S'il remonte le courant, il met 3 h 20.

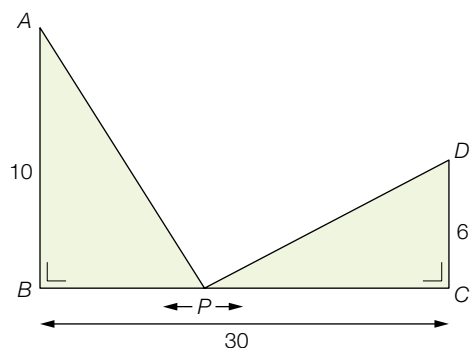
Quelle est la vitesse du courant ? Quelle est la vitesse propre du bateau ?

Fichier: FA339

FA340 Trouve P !

Où placer le point P le long du segment BC pour que :

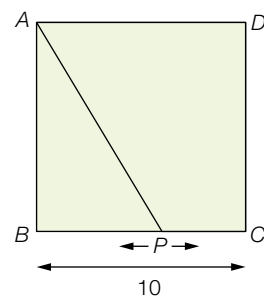
- les triangles ABP et CDP aient la même aire ?
- l'aire d'un triangle soit le double de celle de l'autre ?



Mesures en cm

FA341 Où est passé P ?

Sur le côté BC de ce carré, où faut-il placer un point P pour que l'aire du triangle ABP soit la moitié de celle du trapèze $APCD$?



Mesures en cm

FA342 Cercles tangents

La distance entre les centres de deux cercles tangents extérieurement est de 6,6 cm.

Si l'on déplace le petit cercle jusqu'à ce qu'il soit tangent intérieurement au grand, les centres se rapprochent de 5,8 cm.

Quelles sont les mesures des rayons de ces cercles ?

FA343 Caisse de classe

La caisse de la classe contient exactement Fr. 100.–, en pièces de Fr. 2.– et de Fr. 5.–.

Le caissier compte les pièces et en trouve 30.

Un autre élève les recompte et en trouve 29.

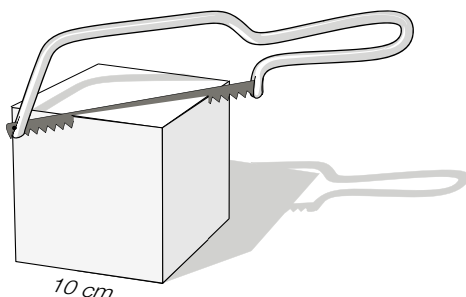
Qui s'est trompé ?

FA344 Différence de volumes

Cherche les dimensions de deux cubes, sachant que la différence de leurs volumes est $39\,500\text{ cm}^3$ et que l'arête de l'un mesure 20 cm de moins que celle de l'autre.

FA345 Découpage isocèle

Où faut-il scier ce cube de manière à obtenir un prisme dont la base est un triangle isocèle et dont le volume est le tiers de celui du reste du cube ?



FA346 Problème chinois

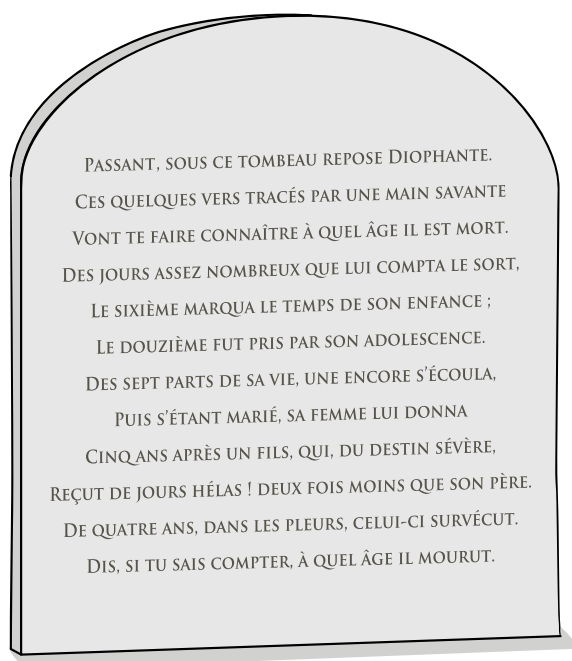
Au milieu d'un étang carré de dix pieds de côté croît un roseau qui s'élève, depuis le fond, à un pied au-dessus du niveau de l'eau. Lorsque l'on tire ce roseau vers le milieu d'un des côtés, il atteint juste le bord de l'étang.

Quelle est la profondeur de l'eau ?

Chine, il y a plus de 2000 ans

FA347 Diophante

Diophante était un remarquable mathématicien grec du III^e siècle.
On rapporte que sur sa tombe, il était écrit :



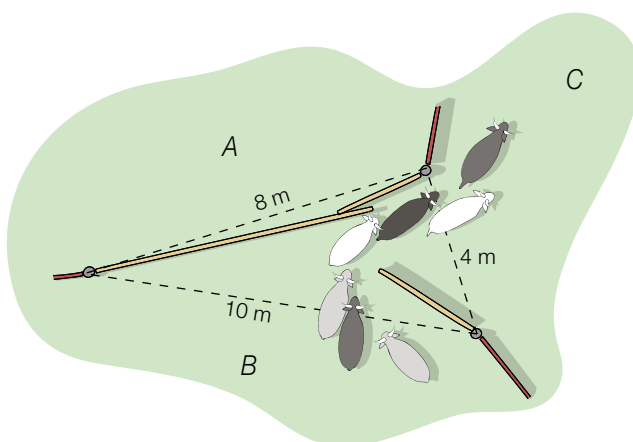
Diophante d'Alexandrie, que l'on appelle volontiers le père de l'algèbre, est un mathématicien grec qui vécut aux environs du III^e siècle apr. J.-C. On ne sait pas grand-chose de sa vie qui ne nous est connue que grâce à deux de ses ouvrages. Le premier traite des nombres polygonaux (voir FA374 Nombres figurés) ; le second, *Arithmétique*, influença les scientifiques arabes et ceux de la Renaissance. Il s'intéressa particulièrement aux équations dont les coefficients sont des nombres entiers et dont les solutions sont également entières. Ces équations portent son nom : les « équations diophantiennes ».

FA348 Parc au mètre

Pour orienter son troupeau de bovins d'un parc à bestiaux vers l'autre, Calamity Jack réalise un assemblage de portes à trois battants.

Celles-ci peuvent se rabattre tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre. Ainsi, elles ouvrent et ferment, en alternance, l'accès aux différents parcs A, B et C, dont les ouvertures mesurent, respectivement, 8, 10 et 4 m de large.

Quelles dimensions minimales Calamity Jack va-t-il donner à ses portes ?



FA349 Un problème difficile

Le tableau du peintre Bogdanov-Belsky *Un problème difficile* (1895) est très connu.

Peu de gens, par contre, se sont aperçus qu'il pose effectivement un problème difficile.

Il s'agit de trouver rapidement, par calcul réfléchi, le résultat de l'opération

$$\frac{10^2 + 11^2 + 12^2 + 13^2 + 14^2}{365}$$

La solution est basée sur l'égalité $10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2$.

- a) Quel est ce résultat ?
- b) La suite (10 ; 11 ; 12 ; 13 ; 14) est-elle la seule suite de cinq nombres entiers consécutifs pour laquelle la somme des carrés des trois premiers termes est égale à la somme des carrés des deux derniers ?



Un problème difficile, Nicolai Bogdanov-Belsky, 1895

Nikolai Petrovich Bogdanov-Belsky (1868-1945) est un peintre russe. Il fut membre actif de l'Académie des arts dès 1914 ; ses tableaux impressionnistes représentent souvent des scènes de la vie rurale.

FA350 Défi!

Philippe prétend avoir trouvé un nombre exactement supérieur de 1 à son inverse.

Philippe a-t-il raison ?



Traduction de l'inscription en latin sur le côté pile de la médaille : « Les mathématiciens rassemblés du monde entier ont remis cette récompense en raison de remarquables écrits. »

Dans l'arrière-plan, on peut reconnaître la tombe d'Archimède, avec la gravure de son théorème « De la sphère et du cylindre » derrière un rameau.



Sur la face de la médaille Fields se trouve un portrait d'Archimède et une citation en latin : « Transire suum pectus mundoque potiri » – franchir tes limites et te rendre maître de l'Univers (par la connaissance) –. Sur la tranche est gravé le nom du lauréat.

Les prix Nobel sont célèbres et mettent en évidence, chaque année, des représentantes et représentants de multiples domaines (physique, chimie, médecine, économie, littérature) ainsi qu'une personnalité remarquée pour sa contribution au développement et au maintien de la paix dans le monde (Prix Nobel de la paix).

Souvent désigné comme le « Prix Nobel » pour les mathématiques, la *médaille Fields* est la plus prestigieuse des distinctions en mathématiques, mais la désignation de son destinataire suit des règles bien différentes de celles du Nobel : limite d'âge ; gain en argent relativement modeste (CHF 12 000.– environ, soit 100 fois moins que le Nobel), récompensant un travail exceptionnel d'une jeune chercheuse ou d'un jeune chercheur et non toute une carrière.

Ce prix a été créé, en 1936, sur proposition du mathématicien John Charles Fields (1863-1932) ; ce dernier, à sa mort, a légué tous ses biens à la science pour le financement du prix. Attribué chaque quatre ans lors du Congrès international des mathématiciennes et mathématiciens, ce prix en récompense, chaque année, quatre de moins de 40 ans au 1^{er} janvier de l'année en cours.

Fields, quant à lui, a laissé son nom dans l'histoire des mathématiques en raison, principalement, de ses travaux sur les fonctions algébriques.

Fonctions, algèbre... et problèmes



Le *prix Abel* a été récemment mis en place ; il s'agit d'une récompense décernée annuellement à des mathématiciennes et des mathématiciens par l'Académie norvégienne des sciences et des lettres, par suite de la décision du gouvernement norvégien de célébrer la mémoire du grand mathématicien Niels Henrik Abel (1802-1829).

Ce prix se rapproche des prix Nobel dans la mesure où il récompense une chercheuse ou un chercheur en mathématiques pour l'ensemble de sa carrière, contrairement à la médaille Fields.

Abel est connu pour ses travaux en analyse mathématique, entre autres, sur les fonctions, les séries numériques, les suites et séries de fonctions, ainsi que, en algèbre, sur la résolution des équations.

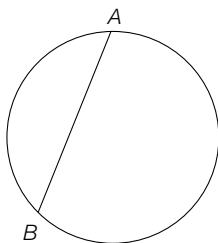
Malgré sa très courte vie, il a marqué de son empreinte l'histoire des mathématiques et la résolution de problèmes en lien avec les fonctions et l'algèbre.



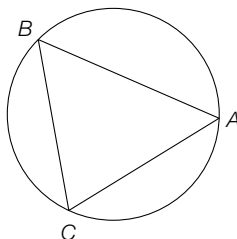
Maryam Mirzakhani (1977 – 2017) est une mathématicienne iranienne, professeure à l'université de Stanford, connue pour ses travaux en topologie et en géométrie. Elle est la première femme et la première personne iranienne à obtenir la médaille Fields (13 août 2014).

FA351 Un disque dans tous ses états

La corde AB partage ce disque en deux parties.



Les cordes AB , AC et BC le partagent en quatre parties.



En traçant toutes les cordes reliant deux à deux dix points du cercle, combien obtiendras-tu de parties au maximum ?

FA352 Bizarre

Choisis trois nombres entiers consécutifs d'une suite arithmétique.

Calcule la différence entre le carré du nombre du milieu et le produit des deux autres nombres.

Que constates-tu ?

Suite arithmétique

Une suite arithmétique est une suite de nombres également espacés.

Par exemple :

- 5 ; 9 ; 13 ; 17 ; 21 ; 25 ; 29 ; 33 ; ...
- -2,5 ; -1 ; 0,5 ; 2 ; 3,5 ; 5 ; 6,5 ; 8 ; ...

Le nombre constant qui permet de passer, par addition, d'un terme au suivant s'appelle la raison.

FA353 Se coupent-elles ?

Voici deux fonctions :

$$f: x \mapsto 5$$

$$g: x \mapsto 3x$$

- a) Représente-les graphiquement dans un même système d'axes.
- b) Quelles sont les valeurs de x qui conduisent aux mêmes images par f et par g ?
- c) Fais de même pour les couples de fonctions suivants :

1. $h: x \mapsto 5x$ et $i: x \mapsto -3x$

2. $j: x \mapsto 5x + 4$ et $k: x \mapsto -3x$

3. $l: x \mapsto 5x + 4$ et $m: x \mapsto -3x + 12$

4. $n: x \mapsto 2x$ et $o: x \mapsto -3x^2$

5. $p: x \mapsto 5x^2$ et $q: x \mapsto -3x^2 + 8$

FA355 2013^e terme

Prolonge cette suite de nombres et détermine la fonction qui te permet de calculer rapidement la valeur du 2013^e terme.

1 ; 3 ; 9 ; 27 ; 81 ; 243 ; ...

FA356 À chacun son aire!

On construit des boîtes ouvertes, de forme cubique, mais sans couvercle.

- Représente graphiquement l'aire totale de ces boîtes en fonction de leur arête.
- Trouve l'expression fonctionnelle de cette fonction.
- Quelle doit être la longueur de l'arête d'une boîte pour que son aire totale mesure 20 cm² ? 1,20 m² ?

FA357 La consommation moyenne

La consommation moyenne de ma voiture est de 5,5 l de diesel aux 100 km.

- Combien de kilomètres est-il possible de parcourir avec le plein, soit 50 l ?
- Combien de kilomètres est-il possible de parcourir avec 1 l de carburant ?
- Cet été, je pars en vacances du côté de Barcelone. Pour l'aller-retour, je prévois de faire environ 1800 km.

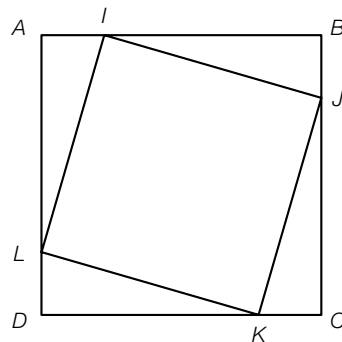
Combien de pleins d'essence cela va-t-il représenter ?

- Si le prix moyen du carburant est de 1.80 par litre, quelle somme cette escapade me coûtera-t-elle ?

FA358 Aire minimale

$ABCD$ est un carré de côté 5 cm. Soit I , J , K et L des points situés respectivement sur AB , BC , CD , DA tels que $AI = BJ = CK = DL = x$ cm.

Déterminer pour quelle valeur de x l'aire du quadrilatère $IJKL$ est minimale.



FA359 Aude, Damien et Noémie

Aude, Damien et Noémie tentent de résoudre ensemble quatre problèmes.

Voici les thèmes de ces problèmes et des extraits de leurs conversations.

Dans chaque cas, au moins un élève raisonne correctement.

À toi de retrouver les questions posées et l'élève (les élèves) qui a (ont) raison.

Aude

« Il faut multiplier l'arête par 6,
puis élever le résultat au carré. »

THÈME 1

*Un cube dont on connaît
la longueur de l'arête.*

Damien

« Mais non. Tu calcules tout
d'abord le carré de l'arête,
puis tu le multiplies par 6. »

Noémie

« À mon avis, ça revient au même. »

Aude

« Tu prends sa vitesse, tu la
multiplies par 3600, puis tu
divises le résultat par 1000. »

THÈME 2

*La vitesse moyenne,
en mètres par seconde,
d'un coureur de 100 m.*

Damien

« C'est plus facile de cher-
cher combien de kilomètres
il parcourt en 1 minute,
puis en 1 heure. »

Noémie

« On pourrait tout simplement
diviser sa vitesse par 3,6. »

Aude

« Le plus simple, c'est de
diviser le prix par cinq. »

THÈME 3

« Supersoldes ! »

Damien

« Ah non, il faut diviser
par vingt pour trouver
le rabais. »

Noémie

« Moi, je multiplierais tout
d'abord par vingt, puis je
diviserais ensuite par cent. »

Aude

« Tu additionnes tous les nombres
naturels qui sont plus petits que
le nombre de personnes. »

THÈME 4

*Des amis qui se
serrent la main.*

Damien

« Oui, mais il ne faut pas
oublier de diviser cette
somme par deux. »

Noémie

« Moi, je multiplierais simplement
le nombre d'amis par deux. »

FA360 Le télésiège

Dans les Préalpes bernoises, un nouveau télésiège présente les caractéristiques suivantes :

Capacité:	1600 personnes/h (extensible à 2000 pers./h)
Durée du trajet:	5 min 30 s
Vitesse:	5 m/s
Dénivellation:	418 m
Nombre de pylônes:	11
Nombre de sièges à 6 places:	47

En utilisant ces informations, réponds aux questions suivantes :

- a) Quelle est la longueur du trajet de ce télésiège ?
- b) Si l'installation est ouverte de 9 h à 16 h, combien de personnes peuvent être amenées au haut des pistes ?
- c) Sur une carte à l'échelle 1 : 25 000, quelle serait la longueur (en cm) du segment représentant ce télésiège ?
- d) À plat, et à la vitesse de l'homme au pas (4 km/h), combien de temps mettrais-tu pour parcourir l'équivalent du trajet réel ?
- e) Quelle est, approximativement, la distance entre deux sièges ?
- f) Si la station de départ du télésiège est située à 1823 m d'altitude, à quelle altitude se situe la station d'arrivée ?
- g) Ce télésiège a remplacé un téléski à arbalètes, qui prenait deux personnes toutes les 12 s. Combien de personnes étaient alors transportées de 9 h à 16 h ?
- h) Exprime, en pourcent, l'augmentation du débit, en nombre de personnes par heure, entre l'ancienne et la nouvelle installation.

FA361 À bicyclette

De Silvaplana au col du Julier, un cycliste roule à la vitesse moyenne de 10 km/h.

En sens inverse, il effectue le même trajet à la vitesse moyenne de 45 km/h.

Quelle est, en minutes, la durée des deux trajets ?

Et la vitesse moyenne du cycliste, exprimée en kilomètres par heure, sur l'ensemble des deux parcours ?



1 : 50000

FA362 Les aéroports suisses

Ce tableau représente les mouvements d'avions (décollages et atterrissages) pour l'ensemble des aéroports suisses, en 2021.

Aéroport	Mouvements	Passagers
Bâle-Mulhouse	36 150	3 610 270
Genève-Cointrin	57 711	5 830 770
Zurich-Kloten	96 253	10 189 371
Autres (Berne-Belp, Lugano-Agno, Sion, St-Gall-Altenrhein)	1 105	37 256
Total	191 219	19 667 667

Source : Office fédéral de l'aviation civile, Office fédéral de la statistique

Représente, par un diagramme de ton choix, le pourcentage des mouvements de chacun des trois grands aéroports suisses et du regroupement des plus petits par rapport au total de la Suisse.

FA363 Preuves à l'appui

Est-il vrai que :

- a) la somme de deux nombres naturels consécutifs est toujours impaire ?
- b) le produit de deux nombres naturels consécutifs est toujours pair ?
- c) le produit de trois nombres naturels consécutifs est toujours pair ?
- d) la somme de deux nombres impairs consécutifs est toujours un multiple de 4 ?

FA364 De la solution à l'équation

Dans chaque cas, invente une équation à une inconnue qui admet :

- a) le nombre -2 comme solution ;
- b) les nombres 3 et 5 comme solutions ;
- c) une infinité de solutions ;
- d) aucune solution.

Donne ces équations à résoudre à ton voisin.

Obtient-il les bonnes solutions ?

FA365 Cogito ergo sum

Justine : « Je pense à deux nombres. Leur somme est 12. »

Auguste : « Je manque d'informations pour trouver ces nombres. »

Justine : « Le carré du premier est égal au second. »

Auguste : « J'y suis presque. »

Justine : « Leur produit est négatif. »

Auguste : « J'ai trouvé ! »

Qu'a-t-il trouvé ?

FA366 Est-ce possible ?

Un système de deux équations du premier degré à deux inconnues peut-il avoir exactement deux solutions ?

Justifie.

FA367 Entrée au stade

Gaëlle a dépensé son argent en allant assister à deux matchs et en s'achetant chaque fois une limonade à 2 francs. Serge a dépensé la même somme en n'assistant qu'à un seul match et en déboursant 10 francs pour un livre.

Quel est le prix de l'entrée au stade ?

FA368 Poursuite

Deux coureurs automobiles s'entraînent sur un circuit de 20 km. Le premier roule à une vitesse moyenne de 180 km/h. Le second, parti 5 min après, roule à une vitesse moyenne de 200 km/h.

Combien de temps faudra-t-il au second coureur pour rattraper le premier ?

FA369 Solution médiévale

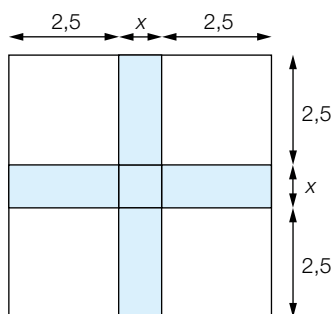
Al Huwarism, mathématicien arabe du IX^e siècle, résolvait l'équation $x^2 + 10x = 39$ de la manière suivante :

Autour d'un carré de côté x , il construisait quatre rectangles de côtés x et 2,5 (2,5 est le quart de 10).

Il complétait son dessin comme ci-dessous.

Il écrivait ensuite l'aire du grand carré de deux manières différentes et en déduisait la valeur positive de x .

Comment ?



En Europe, le développement des mathématiques prend son essor, du côté de l'Italie, au XV^e et XVI^e siècles. Les copies d'ouvrages de langue arabe parviennent dans ce pays grâce au besoin de manuels de calculs des métiers marchands.

Ainsi, l'Italien Léonard de Pise dit Fibonacci (1170-1250) expose des éléments d'algèbre du passé dans son ouvrage « Liber Abaci » ; il l'enrichit également de nouveaux problèmes et de nouvelles méthodes.

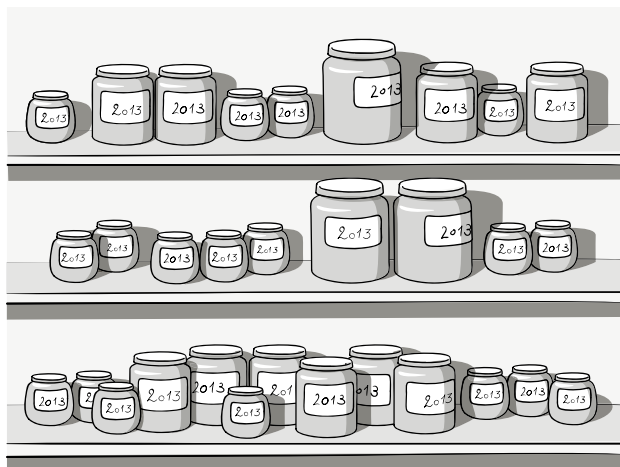
En 1494, Luca Pacioli (1445-1517) énonce une solution générale des équations du premier degré, avec de nombreuses abréviations : il utilise par exemple les lettres p et m pour désigner respectivement une addition et une soustraction.

FA370 Les pots de confiture

Maria a fait des confitures et a placé les pots, petits, moyens et grands, sur trois rayons.

Il y a exactement 5 kg de confiture sur chaque rayon.

Combien pèsent un grand, un moyen et un petit pot ?



FA371 Les deux frères

Deux frères ont hérité d'un terrain triangulaire ABC , rectangle en A . On sait que le côté $AB = 84$ m.

Ils décident de le partager équitablement, à l'aide d'une barrière MN , parallèlement au côté AC .

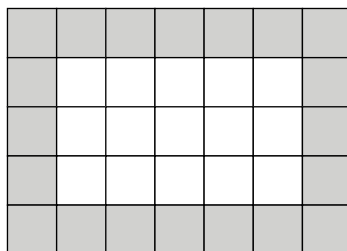
Où faut-il la placer exactement pour satisfaire leur souhait ?

FA372 Le marchand de tapis

Jean-Marie est marchand de tapis. Il aimerait créer un modèle rectangulaire qui ait autant de carrés gris touchant le bord que de carrés blancs à l'intérieur.

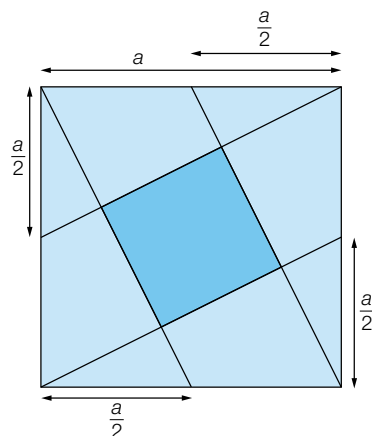
Son apprenti Maurice lui a proposé ce modèle qui, malheureusement, ne convient pas, car il a 15 carrés blancs intérieurs et 20 carrés gris sur la bordure.

Jean-Marie parviendra-t-il à créer des tapis à son idée ?



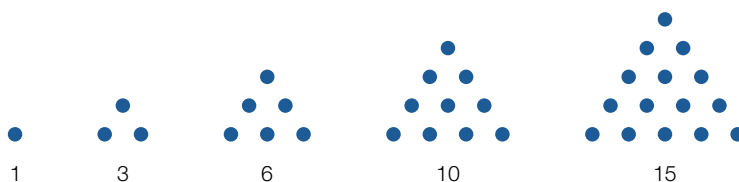
FA373 Carré bleu sur fond bleu

Exprime l'aire du carré bleu foncé en fonction de a .



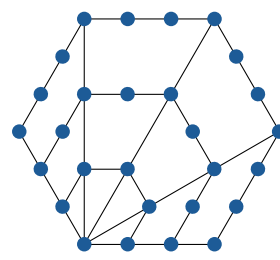
FA374 Nombres figurés

- a) Voici les cinq premiers nombres triangulaires :



Que dire de la somme de deux nombres triangulaires successifs ?

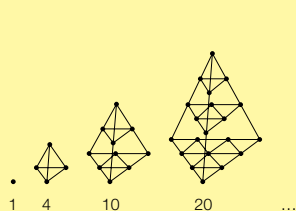
- b) Quelle relation existe-t-il entre les nombres triangulaires et les nombres hexagonaux ?



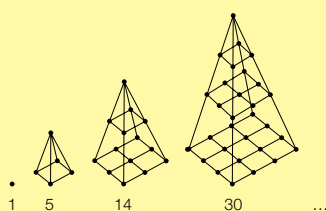
28 est le 4^e nombre hexagonal

Les nombres pyramidaux

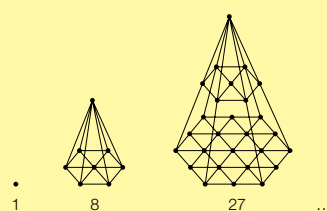
On peut aussi représenter certains nombres par des points disposés selon une pyramide :



Nombres formant un tétraèdre



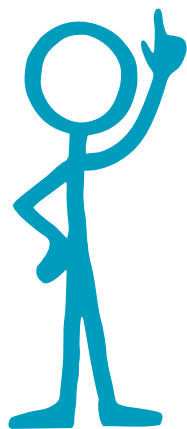
Nombres formant une pyramide à base carrée



Nombres formant une pyramide à base hexagonale

Espace

- Figures géométriques planes
- Représentations de solides
- Transformations géométriques
- Espace... et problèmes



Espace

**Poser et résoudre
des problèmes
pour modéliser
le plan et l'espace**

Résolution de problèmes
géométriques en lien
avec les figures et les
transformations étudiées.



Le Vitrail de la Paix à l'école du CO de Romont (canton de Fribourg) réalisé, avec la collaboration des élèves, par Jean-Pierre Demierre, artiste et enseignant de mathématiques à la retraite.

Des mots connus à glaner en un vitrail

Là-haut, figures géométriques planes
Entre les murs d'une école de la Glâne...

Segments de droites, sécants sinon parallèles
Perpendiculaires, tangents ; cercles et arcs
En ciel !

Triangles, quadrilatères, polygones,
Penta-, hexa-, hepta-, octo-, déca-, ennéa-
Gones ?
Convexes, réguliers, ou non.

Disques et secteurs...
Et puis...
D'autres formes encore, sans nom

Points, lignes, surfaces, en un plan, se répondent
Dessinant mers, terres, airs et êtres du monde

Transparence et lumière en sept couleurs
Esquissant une courbe toute de douceur

Du *Vitrail de la Paix*, ici, glane
En rigueur créative
Toutes ces figures planes !

Figures géométriques planes

Apprentissages visés

- Reconnaissance, dénomination, description et construction de figures planes selon leurs propriétés
- Reconnaissance, dénomination, description des propriétés et construction de :
 - tangente, angle au centre d'un cercle, angle inscrit dans un cercle, angles isométriques
 - cercle de Thalès
- Représentation de figures planes par un croquis et/ou un dessin à l'échelle
- Utilisation de systèmes de repérage

Sommaire

Pour réactiver certaines connaissances _____	190
Encore quelques problèmes _____	190
Angles isométriques _____	193
Tangente et cercle de Thalès _____	198
Encore quelques problèmes _____	200
Triangles semblables _____	202



Fichier: Que sais-je? p. 119

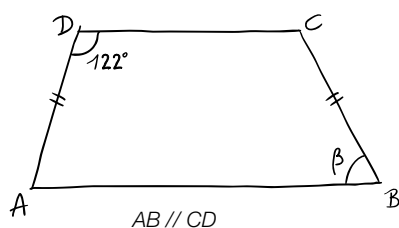
Pour réactiver certaines connaissances

Fichier: ES1

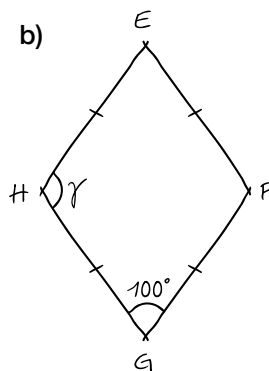
ES2 Chaînon logique

À l'aide des informations fournies, détermine la valeur des angles demandés des polygones ci-dessous.

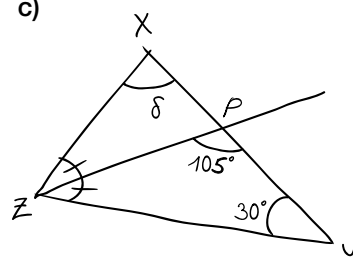
a)



b)



c)



Fichier: ES3

Encore quelques problèmes

Fichier: ES4

ES5 À louer

Amélie visite un appartement situé au rez-de-chaussée d'une maison campagnarde.

Pourrais-tu l'aider à dessiner un plan de cet appartement en utilisant les informations qui suivent ?

La porte d'entrée, située sur la façade nord de l'habitation, mesure 1 m de largeur.

Elle ouvre sur un couloir de 3 m de longueur, en direction du sud.

Le long de celui-ci, exactement au milieu de la paroi de gauche en entrant, se situe l'entrée dans une cuisine de forme carrée.

La cuisine est illuminée par deux fenêtres de 60 cm de largeur, l'une située dans le mur de la porte d'entrée et l'autre dans la paroi est.

À l'extrémité du couloir, Amélie débouche sur un salon rectangulaire, d'une longueur de 9 m dans la direction ouest-est et d'une largeur de 4 m.

Une grande baie vitrée de 5 m × 1,60 m laisse entrer le soleil du matin au soir.

SUITE ►

Le mur, situé au nord du séjour et à l'ouest du couloir, débute et se termine par deux portes de 90 cm :

- la première donne accès à une chambre à coucher occupant la longueur du couloir, large de 3 m et qui donne, par l'intermédiaire d'une fenêtre de 60 x 60 cm, en direction du nord ;
- la seconde permet d'entrer dans la salle de bain de même longueur que la chambre à coucher.

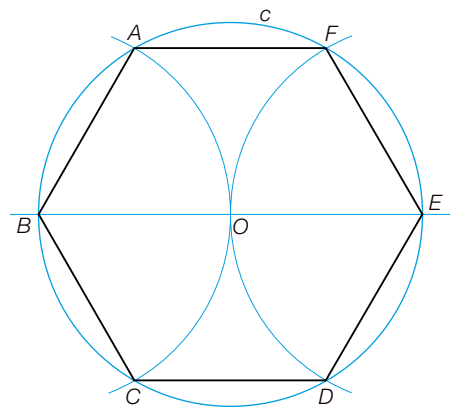
L'appartement forme un rectangle dont l'aire vaut 63 m^2 .

ES6 Étape par étape

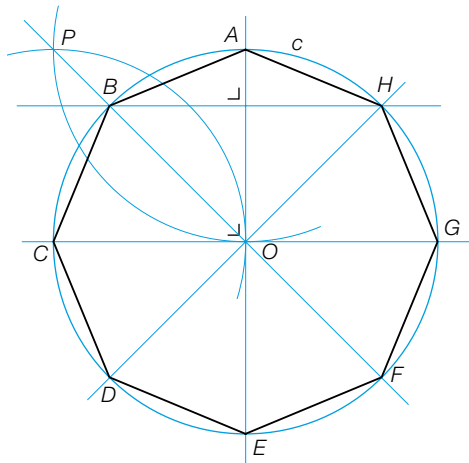
En observant les figures suivantes, cherche la façon dont on a procédé pour les construire.

Note, sur une feuille de papier, la marche à suivre qui décrit précisément cette construction.

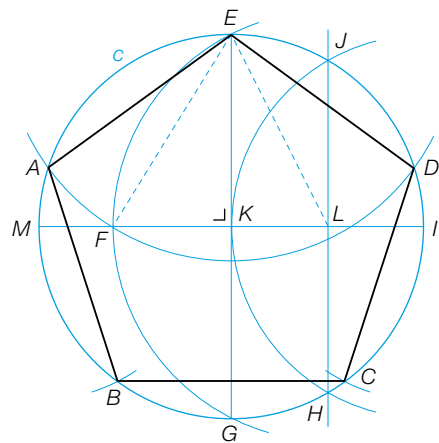
a) Hexagone régulier



b) Octogone régulier

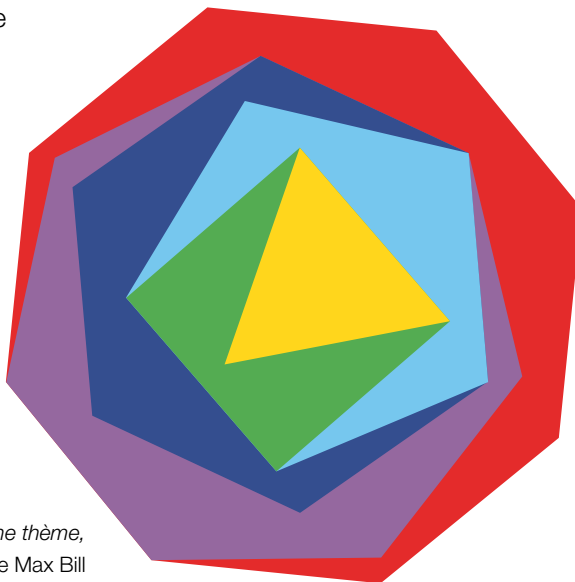


c) Pentagone régulier



ES7 Clin d'œil à un artiste : Max Bill

Construis la figure ci-contre ; le triangle jaune est équilatéral et son côté mesure 6 cm.



Quinze variations sur un même thème,
Variation 01 de Max Bill



Max Bill (1908-1994), peintre, sculpteur, architecte et dessinateur suisse, est l'un des grands représentants de l'art concret, mouvement fondé en 1930 par Theo Van Doesburg qui prône l'utilisation des mathématiques, en particulier de la géométrie, dans la conception et la réalisation des œuvres d'art.

Max Bill a également créé quelques pièces de mobilier dont l'esthétisme se caractérise par la simplicité et la pureté des lignes, à l'image d'une de ses pièces maîtresses, la *Dreibeinstuhl* (chaise à trois pieds).



ES8 Côtés isométriques

Dessine trois segments OA , OB et OC de même longueur tels que :

$$\widehat{AOB} = 80^\circ, \widehat{BOC} = 40^\circ \text{ et } \widehat{AOC} = 120^\circ.$$

Calcule la valeur des angles du triangle ABC .

Angles isométriques

ES9 Sécante

m et n sont deux droites parallèles coupées en A et B par la sécante o .

Les angles ainsi formés sont numérotés de 1 à 8.

Aline affirme que deux angles opposés l'un à l'autre par le sommet sont isométriques.

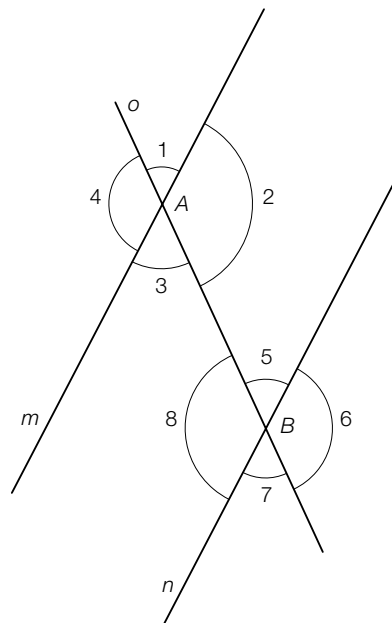
Marine prétend qu'il y a huit paires d'angles adjacents supplémentaires.

Seema pense qu'il y a plutôt quatre paires d'angles correspondants.

Barbara est certaine qu'il y a le même nombre de paires d'angles alternes-internes que de paires d'angles alternes-externes.

Sylvia dit que ses copines ont raison, mais que leurs affirmations ne sont plus valables si l'on modifie la direction de la droite o .

Qui a raison ?



ES10 Angles et droites

Trace une droite d .

Place un point P situé à 6 cm de d .

Construis une droite e , parallèle à d , qui passe par P .

Par P , trace une droite f qui fait un angle de 55° avec d .

Mesure les huit angles ainsi formés.

Obtiens-tu les mêmes résultats que ton voisin ?

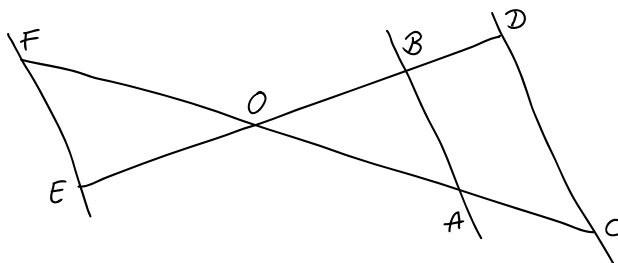
ES11 Isométrie d'angles

F , O , A et C sont alignés, tout comme E , O , B et D .

$EF \parallel AB \parallel CD$

$OE = OB$

Quels sont les angles isométriques ?



ES13 Discussion autour d'un angle

Sachant que la droite e est parallèle à BC , calcule la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$. Justifie chacune de tes déductions.

Voici le devoir de trois élèves sur le problème ci-dessus. Qui a raison ?

Alex :

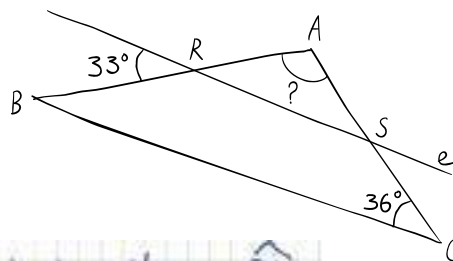
L'angle $\widehat{ABC}$ mesure 33° (alterne-interne), donc l'angle $\widehat{BAC}$ vaut $180 - 36 - 33 = 111^\circ$.

Bertrand :

L'angle $\widehat{ABC}$ mesure 36° parce que le triangle ABC est isocèle en A , donc l'angle en A mesure 108° , puisque $36 + 36 + 108 = 180$.

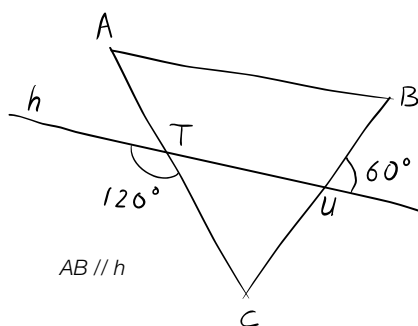
Carlos :

$\widehat{ARS} = 33^\circ$ (opposé par le sommet)
 $\widehat{RSA} = 36^\circ$ (correspondant)
 $\widehat{RAS} = 111^\circ$ ($180 - 36 - 33$)



ES14 De quel type ?

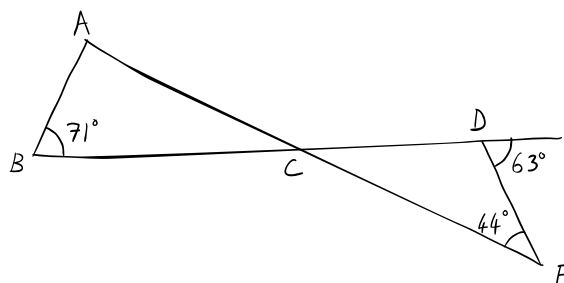
En utilisant les informations données sur le croquis, détermine le type du triangle ABC .



ES15 Perpendiculaire ou non ?

BD et AE se coupent en C .

AB est-il perpendiculaire à AE ?



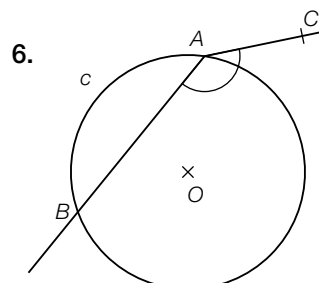
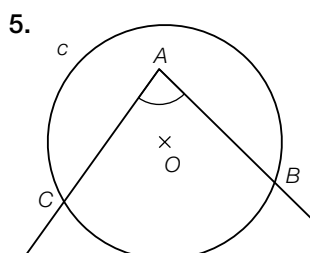
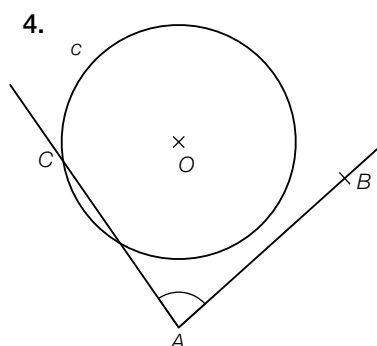
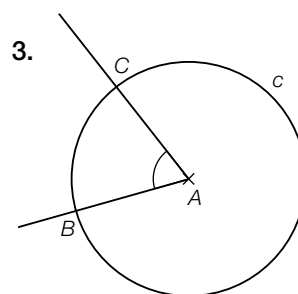
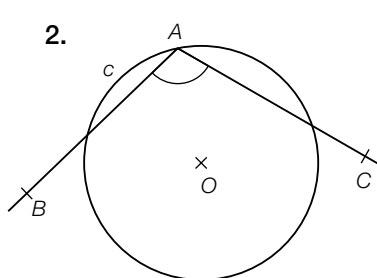
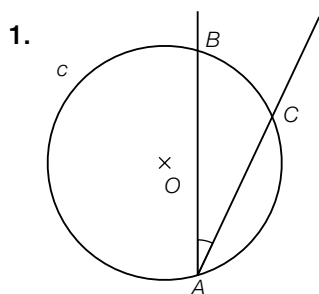
ES18 Angles inscrits et angles au centre

- a) Dans les figures **1** et **2**, l'angle $\widehat{BAC}$ est un angle inscrit dans le cercle c .
Dans les autres figures, ce n'est pas le cas.

Quelles sont les caractéristiques d'un angle inscrit ?

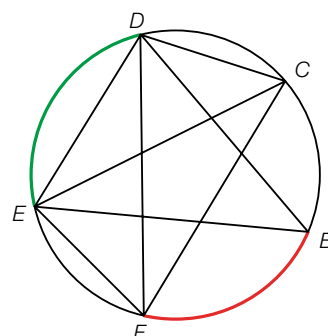
- b) Dans la figure **3**, l'angle $\widehat{BAC}$ est un angle au centre, ce qui n'est pas le cas dans les autres figures.

Quelles sont les caractéristiques d'un angle au centre ?



- c) Dans les figures **1**, **3** et **5**, l'angle $\widehat{BAC}$ intercepte l'arc $\widehat{BC}$.
Et dans la figure ci-contre, quels sont les angles inscrits qui interceptent :

- l'arc $\widehat{ED}$?
- l'arc $\widehat{BF}$?



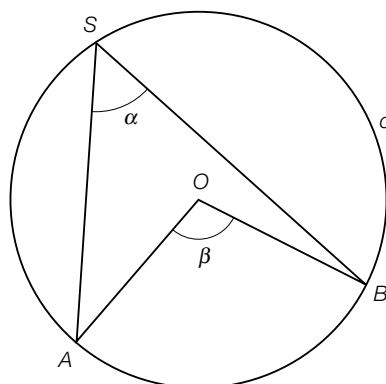
ES19 Quel angle de vue ?

A , B et S sont trois points d'un cercle c de centre O .

Construis une telle figure dans ton cahier en modifiant plusieurs fois la position du sommet S .

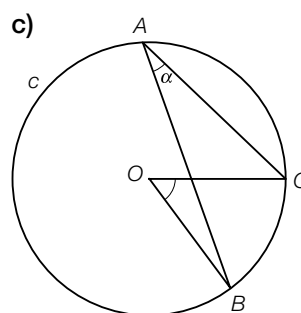
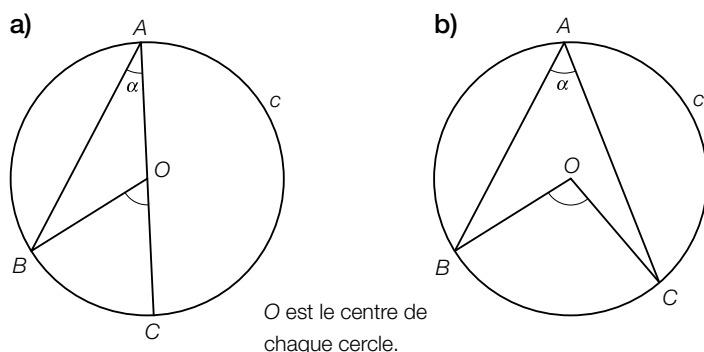
Pour chaque nouvel emplacement de S , compare les mesures de l'angle inscrit α et de son angle au centre β .

- Que constates-tu ?
- Quelle conjecture peux-tu faire sur la base de tes constatations ?



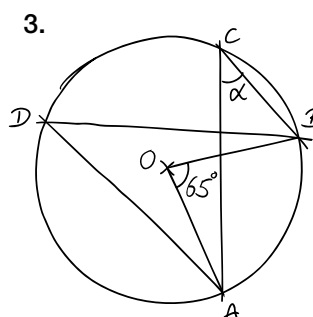
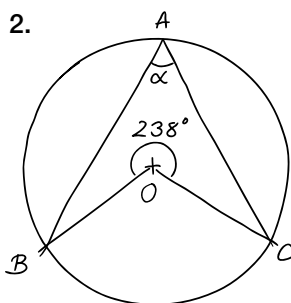
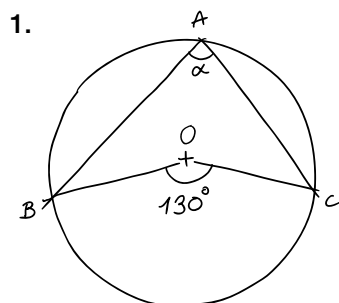
ES20 Théorème de l'angle inscrit

En observant ces figures, justifie pour chacune d'elles la propriété suivante : $\widehat{BOC} = 2\alpha$.



ES21 Cercles et angles

- Pour chaque figure, les points A , B , C , et D pour la dernière, appartiennent au cercle de centre O . Calcule, dans chaque cas, la valeur de l'angle α .



- Cite tous les angles inscrits isométriques de la figure de l'exercice ES18 c).

ES23 Isométriques ?

Dessine un quadrilatère $TUVW$ inscrit dans un cercle c .

Trace ses deux diagonales TV et UW .

Dans la figure ainsi formée, quelles sont les paires d'angles isométriques ?

ES24 Quadrilatère inscrit

Dessine un quadrilatère $ABCD$, inscrit dans un cercle c de centre O , tel que :

$$\widehat{AOB} = 110^\circ, \widehat{BOC} = 70^\circ \text{ et } \widehat{COD} = 100^\circ.$$

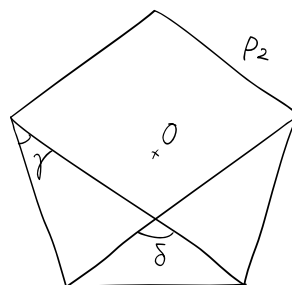
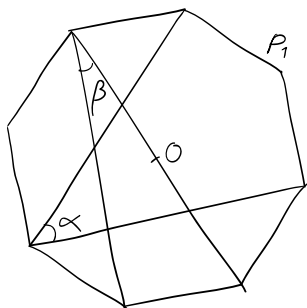
Calcule la valeur des angles du quadrilatère $ABCD$.

Fichier: ES25

ES26 Angles et polygones

Les deux polygones ci-dessous sont réguliers.

Calcule la mesure des quatre angles indiqués.



ES27 Où est-il ?

Trace un triangle isocèle OAB , tel que $OA = OB$.

Où placer un point S tel que l'angle $\widehat{ASB}$ mesure la moitié de l'angle $\widehat{AOB}$?

Tangente et cercle de Thalès

Fichier: ES28

ES29 Point de tangence

Trace un cercle c de 3,5 cm de rayon et de centre O .

Place un point T sur le cercle.

Construis la tangente au cercle c qui passe par T .

Fichier: ES30

ES31 Pas n'importe quel cercle

Trace un cercle c de centre O et de diamètre AB .

Place trois points P , Q et R sur ce cercle.

Mesure les angles $\widehat{APB}$, $\widehat{AQB}$ et $\widehat{ARB}$.

Quelle conjecture peux-tu faire ? Prouve-la.

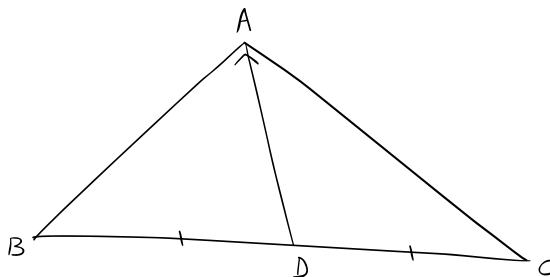
ES32 J'affirme!

Que dire des affirmations suivantes ?

- a) Le centre du cercle circonscrit d'un triangle rectangle se trouve toujours au milieu de l'hypoténuse.
- b) Dans un triangle rectangle, la médiane issue du sommet de l'angle droit mesure la moitié de l'hypoténuse.

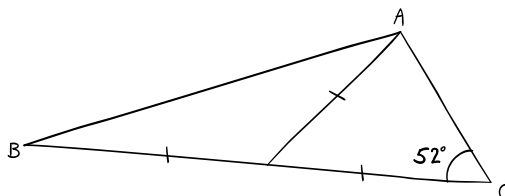
ES33 Le type d' ABD

De quel type est le triangle ABD ?



ES34 Le type d' ABC

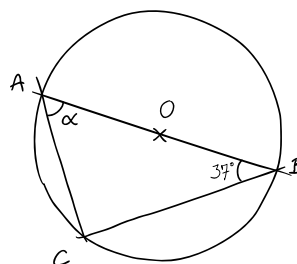
De quel type est le triangle ABC ?



ES35 Dans un cercle

A , B et C appartiennent au cercle de centre O .

Calcule la valeur de l'angle $\widehat{BAC}$.

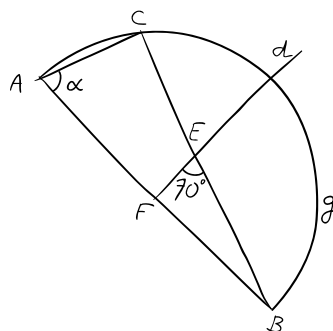


ES36 Dans un demi-cercle

g est un demi-cercle de diamètre AB ,
 C est un point de ce demi-cercle.

La droite d est la médiatrice du segment AB .

Détermine la valeur de l'angle α .



Fichier : ES37 et ES38

ES39 Quoi ?

On donne un triangle QRS , rectangle en Q , ainsi que sa hauteur QO .

Le cercle de Thalès du segment QO coupe QR en U et QS en I .

Que dire du quadrilatère $QUOI$?

ES40 Surprise

Dessine deux cercles, de rayons différents, qui se coupent en A et B .

Trace leurs diamètres d'extrémité A dont les deux autres extrémités sont, respectivement, P et Q .

Observe les points P , B et Q .

Que constates-tu ?

ES41 Des tangentes

Trace un cercle c de 3,5 cm de rayon et de centre O .

Place un point P , tel que $PO = 7,5$ cm.

Construis les tangentes au cercle c qui passent par P .

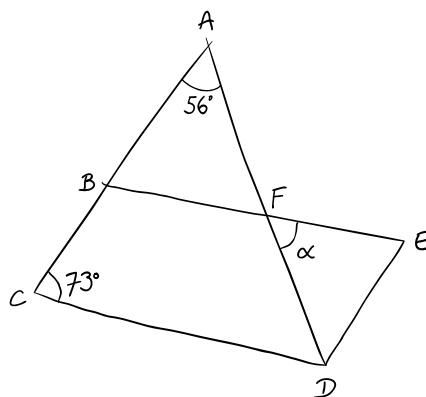
Encore quelques problèmes

Fichier: ES42

ES43 La preuve !

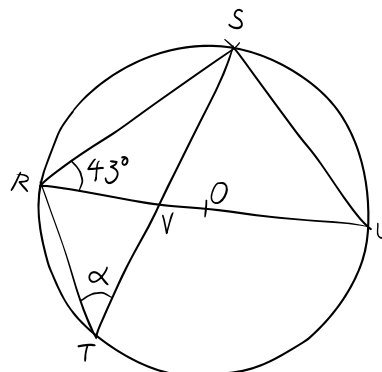
$BCDE$ est un parallélogramme et ACD est un triangle.

Détermine la valeur de l'angle α .



ES44 Que vaut α ?

À l'aide des informations fournies, détermine la valeur de l'angle α .



O est le centre du cercle