

Livre

Mathématiques 9^e

Recherche et stratégies

Nombres et opérations

Fonctions et algèbre

Espace

Grandeurs et mesures



CONFÉRENCE INTERCANTONALE
DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE DE
LA SUISSE ROMANDE ET DU TESSIN

Impressum : *Mathématiques 9^e* Livre de l'élève

Édition 2024

Pour la partie Recherche et stratégies (RS) de cette nouvelle édition, nous remercions pour leur engagement :

Rédaction Ivan Corminboeuf

Appui didactique et scientifique Michel Mante, Sylvie Coppé

Coordination Yolande Berga

Administration et relecture Karin Seiler, Myriam Hulmann

Iconographie Debora Orlando, Laura Pierini

Sous-groupe COPED Viridiana Marc, Alain Ramelet, David Rey, Samuel Rohrbach, François Sulliger

Pour les activités présentes dans les axes thématiques et dont la majorité des contenus a été reprise pour cette nouvelle édition, nous remercions :

Rédaction Ivan Corminboeuf, président ; Thierry Hostettler, Claude Lecoultre, Denis Odiet.

Réalisation Hervé Schild, président ; Christian Bazzoni, Pascal Carron, Philippe Dubath, François Günter, Denis Odiet, Sandrine Rudaz.

Expertise Nicolas Dreyer, président ; Jean-Paul Dumas, Ninon Guignard, Viridiana Marc, Isabelle Nicolazzi, Luc-Olivier Pochon, Elisabeth Stierli.

Validation Annemarie Merkelbach, présidente ; Yolande Berga, Pierre-Marie Gabioud, Pascal Knubel, Rachel Meyer-Bovet, Jérôme Pelisson.

Nous remercions également les commissions et conférences intercantionales impliquées, ainsi que les cantons de Berne, Fribourg, Genève, Jura, Neuchâtel, Valais et Vaud.

Pour faciliter la lecture du document, le masculin générique est utilisé pour désigner les personnes des deux sexes. Lorsqu'une distinction est faite, il s'agit d'une nuance entre les hommes et les femmes qui se doit d'être mise en évidence.

Les moyens d'enseignement de la CIIP sont imprimés pour l'ensemble des élèves de la scolarité obligatoire des cantons romands. Pour des raisons économiques les différents ouvrages, et en particulier les livres de l'élève, sont imprimés pour plusieurs années. Ainsi, il est possible qu'un temps de latence plus ou moins important existe entre le moment où une décision est prise (par exemple, reconnaissance d'un État), où une erreur est constatée, et celui où la modification qui en découle est prise en considération dans les moyens d'enseignement romands.

Illustrations Louiza Becquelin, Lausanne : 50, 52, 68 ; Yuri Coles, Genève : 29, 84m, 85m, 178m

Conception graphique Design NG Tornay

Impression Atar Roto Presse SA, Vernier

Réalisation UMER-SO – Unité des moyens d'enseignement romands pour la scolarité obligatoire

ISBN 978-2-88500-470-0

CATARO 023052

Édition 1 (2024)

Copyright

Neuchâtel, 2024, © CIIP, Conférence intercantonale de l'instruction publique de la Suisse romande et du Tessin
Faubourg de l'Hôpital 68, case postale 556
2002 Neuchâtel
www.ciip.ch

Tous droits réservés pour tous les pays

Préambule

Ton *Livre 9^e* est le support principal de ton travail en mathématiques pour cette année ; il est accompagné du *Fichier 9^e* et d'un *Aide-mémoire* ; tous font partie de la collection *Mathématiques 9-10-11*.

Les grands axes de cet ouvrage sont reconnaissables grâce aux différentes couleurs. Tu vas ainsi rencontrer un ensemble d'activités regroupées sous

Recherche et stratégies

Nombres et opérations

Fonctions et algèbre

Espace

Grandeurs et mesures

Dans tous ces chapitres, tu pourras utiliser ta curiosité, ta patience et, seul ou en groupe, user de différentes stratégies ainsi que développer et consolider tes connaissances et outils de base.

Tous les élèves de 9^e année de la Suisse romande travaillent sur ces « axes thématiques », définis par le Plan d'études romand (PER) – voir p. 6. Des éléments de ce PER figurent sur les pages de titre des différents chapitres, pour que tu puisses, aidé de ton enseignant ou de ton enseignante et de tes parents, mieux connaître les objectifs et les buts de ton travail.

Au début de l'année scolaire suivante, ton livre sera transmis à un nouvel élève de 9^e, ce qui veut dire que rien ne doit y être écrit ; en revanche, le *Fichier* et l'*Aide-mémoire* t'appartiennent et tu peux y noter ce qui est nécessaire.

On dit parfois que les mathématiques sont un domaine d'études difficile, nécessitant un entraînement régulier. Elles peuvent être aussi, et d'abord, un plaisir et un enrichissement, à l'image d'un jeu de construction complexe, jamais totalement achevé, mais si passionnant à créer.

Que ce livre puisse t'accompagner, en couleurs, en sourire et en confiance, dans tes nouveaux apprentissages !

Les rédacteurs

« Une réponse à un problème est un peu comme le but convenu d'une promenade : il en faut bien un, mais le véritable intérêt réside dans la promenade elle-même. »

J.-Y. GIRARD
Mathématicien travaillant à Marseille

Repères graphiques

Les axes thématiques

Chaque domaine est défini par une couleur, facilement repérable grâce aux onglets en haut de page.

14 Des stratégies de résolution de problèmes | Recherche

RS9 Wanted 209

On cherche comment obtenir 209 en additionnant un unique. Trouve toutes les solutions.

RS10 Combinaison de coffre

Gripsou est devant son coffre soigneusement cadenassé.

26 Nombres naturels et décimaux | Nombres et opérations

no6 Égalités

Utilise, une seule fois, tous les nombres et tous les éventuellement en changeant leur ordre, pour établir

86 Fonctions et diagrammes | Fonctions et algèbre 9^e

FA33 En grandissant

Ana mesurait 1,37 m à 11 ans et 1,45 m une année plus tard. Quelle sera sa taille lorsqu'elle sera âgée de 16 ans ?

FA34 Planche à voile

120 Figures géométriques planes | Espace 9^e

ES54 L'un et l'autre

- Un triangle rectangle peut-il être équilatéral ?
- Un triangle isocèle peut-il être rectangle ?
- Un triangle rectangle peut-il être isocèle ?

158 Lignes et surfaces | Grandeurs et mesures 9^e

GM39 On va par trois

Construis trois parallélogrammes et trois triangles différents les uns des autres, mais dont l'aire est

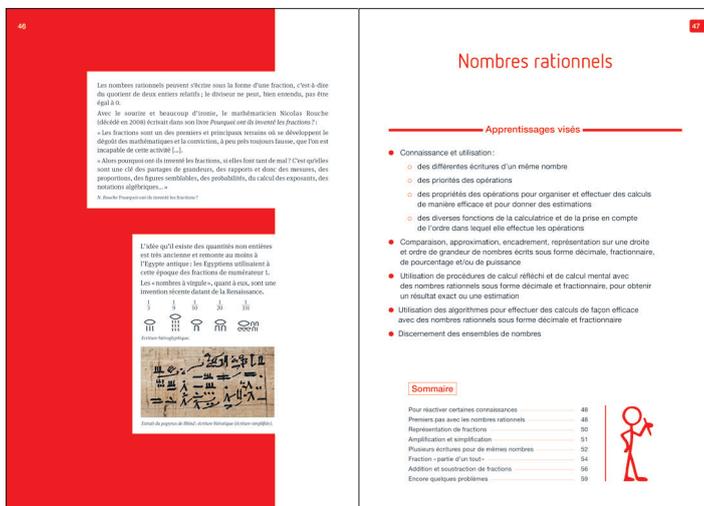
GM40 On va par quatre

Peux-tu construire quatre polygones différents de Et quatre rectangles différents de 18 cm² d'aire

Le livre

Les activités du livre sont prévues pour être effectuées, par exemple, dans un cahier. Ce livre est un objet transmissible que tu restitueras à la fin de ton année scolaire. Tu dois en prendre soin.

Au début de chaque chapitre, tu trouveras une double page comprenant une introduction, les objectifs et le sommaire.



Chaque activité précédée des initiales de l'axe thématique est numérotée.



26 Nombres naturels et décimaux | Nombres et opérations 9^e

NO41 Métro

Dans un grand aéroport, deux métros automatiques, les lignes A et B, suivent des parcours différents en forme de boucles. Ils se croisent devant le bâtiment principal de l'aéroport à 8 h précises.

Le métro A effectue son parcours en 5 min.

Le métro B effectue son parcours en 7 min.

Dans combien de temps les deux trains se retrouveront-ils ensemble devant le bâtiment principal ?

- 1) Si les deux trains partent en même temps depuis leur arrêt devant le bâtiment principal ?
- 2) Si le métro A est parti depuis 4 min et le métro B depuis 2 min ?

NO42 CGN

Lors d'une fête de la navigation, trois bateaux de la CGN (Compagnie générale de navigation sur le lac Léman) effectuent de petits circuits boucliers sur le lac Léman. Ils passent tous les trois par le même port. Chacun des bateaux parcourt toujours la même boucle, qui est différente de celles des autres bateaux. Le Rhône met 40 min pour effectuer son trajet, tandis que le Dimpion a besoin de 20 min et le Genève de 30 min. Vers les sept heures un matin à 9 heures dans le port, tous les trois sont en train de partir.

À quelles heures les trois bateaux se retrouveront-ils, simultanément, dans le port ?

NO43 Energie solaire

À Zermatt, cinq petits bus, à énergie solaire, effectuent des boucles différentes à partir de la place de la Gare. Les durées, variables, sont les suivantes :

- ligne A : 40 min ;
- ligne B : 20 min ;
- ligne C : 30 min ;
- ligne D : 10 min ;
- ligne E : 25 min.

À 10 h 30, un japonais de passage sur la place, après une excursion au pied du Cervin, reconnaît les cinq bus, qu'il a photographiés le matin, au même endroit.

Saurait-il dire quelle heure il était alors ?

Fichier : NO44

Le Petit Cerro à Zermatt, à 3 611 m d'altitude, est le site le plus élevé de Suisse. Pourquoi dit-on que c'est un lieu magique, non seulement pour la vue d'ensemble sur le lac Léman, mais aussi parce qu'il est possible d'y faire de la randonnée à pied, à vélo, à ski ou à raquettes ?

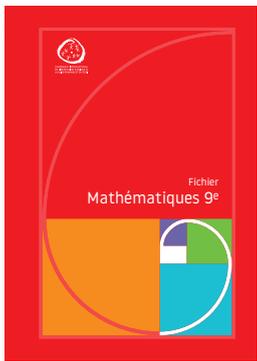
Mais le cerro n'est pas seulement un lieu magique, c'est aussi un lieu où l'on peut faire de la randonnée à pied, à vélo, à ski ou à raquettes. Pourquoi dit-on que c'est un lieu magique, non seulement pour la vue d'ensemble sur le lac Léman, mais aussi parce qu'il est possible d'y faire de la randonnée à pied, à vélo, à ski ou à raquettes ?



Des onglets renvoient à une activité qui se trouve dans le fichier.



Tu trouveras des encadrés culturels en rapport avec l'activité.



Le fichier

Le fichier t'appartient. Tu peux y faire directement tes exercices, le compléter de tes notes, le conserver et le ranger dans ton classeur.

Que sais-je ?

Calculer ou compléter.

b) $4 - 6 =$ f) $-3 + 27 =$ k) $3 - 12 =$
 c) $7 - 8 =$ g) $12 - = 184$ l) $-6 + 54 =$
 d) $-4 + 45 =$ h) $-5 + 35 =$ m) $10 - 9 =$
 e) $12 : 7 =$ j) $-9 + 43 =$ n) $-5 + 40 =$
 i) $9 - 8 =$ k) $4 - = 28$ o) $6 - 7 =$

Four chaque lettre, place sur la droite numérique, indique le plus précisément possible le nombre correspondant.

A = C = E =
 B = D =

Effectue par écrit les opérations suivantes :

a) $4712 + 2963 =$ b) $3717 - 2215 =$
 c) $56 - 332 =$ d) $4824 : 12 =$

Que sais-je ?
Au début d'un chapitre, ces activités servent à vérifier si tu maîtrises les prérequis nécessaires.

NO17. Un chiffre par case

Dans les opérations suivantes, complète chaque case vide par un chiffre, de manière à obtenir une opération juste.

a) $\begin{array}{r} 503 \\ 7757 \end{array}$ d) $\begin{array}{r} 3 \\ 99 \\ 454 \end{array}$ g) $\begin{array}{r} 4328 \\ 1 \\ 5885 \end{array}$

b) $\begin{array}{r} 3 \\ 9 \\ 454 \end{array}$ e) $\begin{array}{r} 38 \\ 92 \\ 3 \\ 92 \end{array}$ h) $\begin{array}{r} 21 \\ 9 \\ 00 \end{array}$

c) $\begin{array}{r} 38 \\ 92 \\ 3 \\ 92 \end{array}$ f) $\begin{array}{r} 28 \\ 3 \\ 4 \end{array}$ i) $\begin{array}{r} 00 \\ 308 \\ 5124 \end{array}$

Comme dans le livre, chaque activité est numérotée.

Faire le point.

1. Calcule mentalement.

a) $457 + 55 - 107 + 145 =$
 b) $25 - 17 - 4 =$
 c) $960 : 2 : 10 =$
 d) $70 - 6 - 120 =$
 e) $75 + 50 - 24 =$
 f) $49 - 10 : 7 =$

2. Voici une liste de nombres naturels.

237 535 336 432 972 1010

Lesquels sont divisibles par :

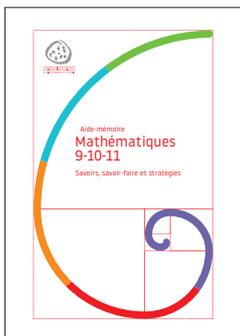
a) 27 d) 67
 b) 37 e) 97
 c) 57

3. Quel est le pgcm de : le pgcd de :

a) 12 : 18 et 241 a) 12 et 157
 b) 25 et 157 b) 75 et 1257
 c) 75 et 1257 c) 30 : 14 et 107
 d) 30 : 14 et 107

Faire le point
Au cours d'un chapitre, ces activités servent à vérifier si tu as assimilé toutes les notions abordées. Tu trouveras les solutions à la fin du fichier.

Les notes signalent des liens utiles avec l'aide-mémoire.



L'aide-mémoire

L'aide-mémoire est un ouvrage de référence auquel tu peux accéder, lorsque tu en éprouves le besoin.

C'est par exemple le cas :

- pour te remémorer une définition ou un savoir-faire ;
- lorsqu'un travail à effectuer nécessite de revenir sur un aspect théorique que tu n'as pas encore parfaitement assimilé ou un savoir-faire que tu ne maîtrises pas complètement.

Extraits du Plan d'études romand

Visées prioritaires MSN

Se représenter, problématiser et modéliser des situations et résoudre des problèmes en construisant et en mobilisant des notions, des concepts, des démarches et des raisonnements propres aux *Mathématiques* et aux *Sciences de la nature* dans les champs des phénomènes naturels et techniques, du vivant et de l'environnement, ainsi que des nombres et de l'espace.

Mathématiques et Sciences de la nature (MSN)

Nombres et opérations

Poser et résoudre des problèmes pour construire et structurer des représentations des nombres réels

Résoudre des problèmes numériques

Résolution de problèmes numériques en lien avec les ensembles de nombres travaillés, l'écriture de ces nombres et les opérations étudiées.

Fonctions et algèbre

Résoudre des problèmes numériques et algébriques

Résolution de problèmes en lien avec les notions étudiées (fonctions, diagrammes, expressions algébriques et équations).

Résolution de problèmes de proportionnalité.



Espace

Poser et résoudre des problèmes pour modéliser le plan et l'espace

Résolution de problèmes géométriques en lien avec les figures et les transformations étudiées.

Grandeurs et mesures

Mobiliser la mesure pour comparer des grandeurs

Résolution de problèmes de mesurage en lien avec les grandeurs et les théorèmes étudiés.

Sommaire

Recherche et stratégies – RS 9

Des stratégies de résolution de problèmes	12
Des outils pour chercher	16
Des problèmes pour modéliser et investiguer	18

Nombres et opérations – NO 21

Nombres naturels et décimaux	23
Nombres relatifs	45
Nombres rationnels	59

Fonctions et algèbre – FA 75

Fonctions et diagrammes	77
Calcul littéral	99

Espace – ES 105

Figures géométriques planes	107
Représentations de solides	129
Transformations géométriques	139

Grandeurs et mesures – GM 147

Lignes et surfaces	149
Solides	165
Diverses mesures	171

«Faire des mathématiques, c'est se poser et résoudre des problèmes.

La résolution de problèmes nécessite – condition nécessaire mais pas suffisante – l'acquisition d'automatismes. Ainsi, apprendre les mathématiques, ce n'est pas seulement résoudre des problèmes, mais c'est également passer par des exercices réguliers d'entraînement et de consolidation afin d'automatiser certains savoirs et savoir-faire».

MICHEL MANTE

Agrégé de mathématiques et formateur.

Recherche et stratégies

Nombres et opérations

Poser et résoudre des problèmes pour construire et structurer des représentations des nombres réels

Résoudre des problèmes numériques

Résolution de problèmes numériques en lien avec les ensembles de nombres travaillés, l'écriture de ces nombres et les opérations étudiées.

Fonctions et algèbre

Résoudre des problèmes numériques et algébriques

Résolution de problèmes en lien avec les notions étudiées (fonctions, diagrammes, expressions algébriques et équations).

Résolution de problèmes de proportionnalité.



Espace

Poser et résoudre des problèmes pour modéliser le plan et l'espace

Résolution de problèmes géométriques en lien avec les figures et les transformations étudiées.

Grandeurs et mesures

Mobiliser la mesure pour comparer des grandeurs

Résolution de problèmes de mesurage en lien avec les grandeurs et les théorèmes étudiés.

**« Sur un bateau il y a 14 poules et 27 canards.
Quel est l'âge du capitaine ? »**



Cet énoncé n'a bien entendu pas de solution. Cependant, lorsqu'il est proposé à des élèves de 4^e année, une majorité d'entre eux additionne le nombre de poules et de canards, certains estimant que pour trouver la réponse à n'importe quel problème mathématique, il faut faire des opérations, d'autres pensant que même si cette procédure est fautive, il faut trouver une solution d'une manière ou d'une autre.

L'âge du capitaine est le titre d'un des ouvrages de Stella Baruk (1932), chercheuse française en pédagogie. Partant de ce genre de problèmes, elle consacre plusieurs ouvrages à l'enseignement des mathématiques. Elle montre la difficulté des élèves à comprendre les concepts mathématiques et insiste sur la nécessité de construire avec eux du sens à partir de ce qu'ils savent.

Des stratégies de résolution de problèmes

Des outils pour chercher

Des problèmes pour modéliser et investiguer

Capacités transversales développées

Communication

- mobiliser des informations et des ressources
- s'exprimer à l'aide de divers types de langages mathématiques
- tenir compte du contexte

Collaboration

- développer l'esprit coopératif
- travailler en équipe
- mener des projets collectifs

Stratégies d'apprentissage

- analyser et améliorer ses démarches de recherche et de résolution de problèmes
- se donner des méthodes de travail efficaces
- mener des projets collectifs

Pensée créatrice

- développer son inventivité et sa flexibilité dans la manière d'aborder toute situation
- expérimenter des associations inhabituelles

Démarche réflexive

- prendre du recul sur les faits et les informations tout autant que sur ses actions
- développer son sens critique

Sommaire

Des stratégies de résolution de problèmes

Essais et ajustements	12
Étude systématique de cas	13
Essais, conjecture, preuve	14

Des outils pour chercher

Tableau	16
Schéma, croquis	17
Se questionner et s'organiser pour résoudre des problèmes	17

Des problèmes pour modéliser et investiguer

Problèmes	18
-----------	----



Développées tout au long des différents thèmes, ces capacités transversales définies par le Plan d'études romand peuvent être particulièrement entraînées dans les activités de ce chapitre.

Des stratégies de résolution de problèmes

Essais et ajustements

RS1 Produit d'entiers consécutifs

Trouve trois entiers naturels consécutifs dont le produit est égal à 12 144.

RS2 Des poules et des vaches

Détermine combien de poules et de vaches contient un enclos dans lequel on a compté 60 têtes et 152 pattes.

RS3 Encore un produit d'entiers consécutifs

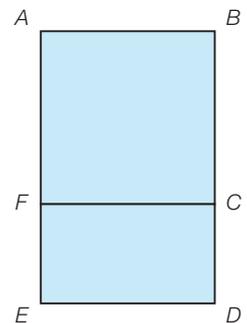
Trouve trois entiers naturels consécutifs dont le produit est égal à 117 600.

RS4 Quand un rectangle rencontre un carré

Dans la figure ci-contre, ABCF est un carré, FCDE est un rectangle.

$CD = 3 \text{ cm}$.

Détermine AB pour que l'aire du rectangle $ABDE$ soit égale à $193,75 \text{ cm}^2$.



Étude systématique de cas

RS5 Code secret

Un code secret est formé de trois chiffres tous différents.

On sait que :

3

5

7

 deux chiffres bien placés ;

1

8

2

 un chiffre mal placé .

Avec ces informations, est-il possible de trouver le code secret ? Si ce n'est pas possible, combien y a-t-il de codes vérifiant ces deux informations ?

RS6 En quête de 146

On souhaite obtenir 146 en additionnant uniquement un multiple de 3 et un multiple de 13.

Trouve toutes les solutions.

RS7 Enquête

Quatre élèves sont restés dans la classe pendant la récréation ; l'une ou l'un d'eux a abîmé le tableau noir. Lorsque le professeur entre en classe, il demande qui a fait cela.

Paul, qui porte des lunettes, dit : « C'est une fille. »

Marie, qui ne porte pas de lunettes : « Ce n'est pas moi. »

Françoise, qui porte des lunettes : « C'est quelqu'un qui ne porte pas de lunettes. »

Jacques, qui n'a pas de lunettes : « C'est quelqu'un qui porte des lunettes. »

Un seul des élèves a menti. Les trois autres ont dit la vérité. Qui a abîmé le tableau noir ?

RS8 Des nombres de trois chiffres

Trouve tous les nombres de trois chiffres tels que :

- le nombre est un multiple de 17 ;
- le chiffre des centaines (non nul) est inférieur au chiffre des dizaines qui est inférieur au chiffre des unités ;
- la somme de leurs chiffres est 13.

RS9 Wanted 209

On cherche comment obtenir 209 en additionnant uniquement un multiple de 17 et un multiple de 4. Trouve toutes les solutions.

RS10 Combinaison de coffre

Gripsou est devant son coffre soigneusement cadenassé. Malheureusement, il ne se souvient plus de la combinaison pour l'ouvrir ! En revanche, il se rappelle que :

- c'est une combinaison de cinq chiffres, tous différents ;
- le premier chiffre est un carré parfait ;
- il y a un 7 dans la combinaison ;
- les deuxième et troisième chiffres de la combinaison forment un nombre multiple de 13 ;
- les deux derniers chiffres forment un nombre qui correspond à la valeur d'un des angles d'un demi-triangle équilatéral.



Combien de combinaisons différentes Gripsou devra-t-il essayer pour être sûr d'ouvrir le coffre ?

Essais, conjecture, preuve

RS11 Mais comment fait-elle ?

Une enseignante demande à un élève de choisir trois entiers consécutifs sans les lui dire, puis de faire leur somme et de lui donner le résultat. Elle retrouve alors immédiatement les trois nombres choisis par l'élève.

Peux-tu trouver une méthode qui te permettrait de deviner les trois nombres choisis au départ aussi vite que l'enseignante une fois que l'on te donne leur somme ? Explique pourquoi ta méthode fonctionne tout le temps.

RS12 À la puissance 70

Quel est le chiffre des unités de 2^{70} ?

RS13 Ça existe ?

Existe-t-il des nombres entiers qui ont un nombre impair de diviseurs ?

Si oui, quel est l'ensemble de ces nombres ?

RS14 Le truc de Charlotte

Comment fait Charlotte pour réussir le tour de magimathématique suivant ? Elle te demande tout d'abord de choisir un nombre sans le lui donner. Elle te dit ensuite de faire les opérations ci-dessous avec ce nombre :

- le multiplier par 7 ;
- enlever 100 à ce produit ;
- ajouter 16 ;
- ajouter 50 au résultat ;
- ajouter 3 fois le nombre de départ ;
- finalement ajouter 34 au résultat.

Une fois que tu lui donnes le résultat, elle retrouve directement le nombre que tu as choisi au départ. Explique comment peut faire Charlotte pour trouver aussi vite. Justifie ta réponse.

Des outils pour chercher

Tableau

RS15 La vie de château

Détermine qui habite au château et qui habite en appartement à l'aide des informations ci-dessous.

Andrée, Barbara, Clémentine et Déborah sont quatre amies vivant dans une petite ville. Clémentine et son amie – cette dernière habite une villa – se rencontrent régulièrement pour jouer au tennis, alors que Barbara et la personne qui loge à l'hôtel ne savent pas y jouer. La personne qui habite la villa et Andrée ont toutes deux un vélo de la même marque. Barbara habite à quelques centaines de mètres du château.

RS16 Quel métier?

Trouve le métier exercé par chacune des six personnes si tu sais que :

- Elles font toutes un métier différent.
- Alessandro fait partie du même club que le charcutier et le peintre.
- Billy habite la même ville que le peintre et le vendeur.
- Alessandro, le vendeur et l'électricien apprennent à jouer au bridge.
- L'électricien a accompagné Billy et Camille au dernier match de football.
- Le cuisinier, Alessandro, Billy et Camille jouent à la belote tous les vendredis soirs.
- Dominique, l'électricien et le cuisinier projettent de faire un voyage en Jamaïque.
- Camille admire les compétences du vendeur.
- Le cuisinier bénéficie régulièrement de la clientèle d'Emma.

Schéma, croquis

RS17 Possible ?

Construis, si possible, un quadrilatère $ABCD$ tel que ;

$AB = 3$ cm, $BC = 5$ cm, $DC = 5$ cm, $AD = 3$ cm et $\widehat{ADC} = 110^\circ$

RS18 C'est inscrit !

Construis le cercle inscrit à un triangle BCE , lui-même inscrit dans un carré $ABCD$ de 6 cm de côté. E est le point d'intersection de AB et de la médiatrice de DC .

Se questionner et s'organiser pour résoudre des problèmes

RS19 On enchaîne

Calcule la hauteur issue de C d'un triangle ABC rectangle en C , dont le périmètre vaut 12 cm et les côtés de l'angle droit mesurent respectivement 3 cm et 4 cm.

RS20 Merveilleux jus de pomme

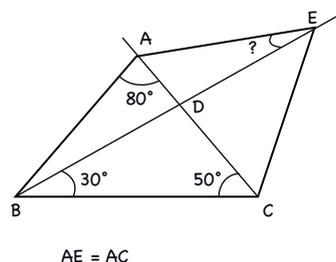
À l'aide des informations qui suivent, détermine combien de litres de jus de pomme un agriculteur produira cette année. Il possède un verger de 150 m sur 80 m. Dans ce verger, il a des poiriers, des pommiers et des cerisiers. $\frac{1}{5}$ de ses arbres sont des cerisiers et $\frac{1}{3}$ sont des poiriers. Chaque année, en moyenne, il récolte 50 kg de cerises par cerisier et 90 kg de poires par poirier. Il a en tout 120 arbres. Cette année, il a récolté 21 600 kg de fruits.

Il donne ses pommes à la coopérative de façon à obtenir du jus de pomme.

Il faut 1,3 kg de pommes pour obtenir 1 litre de jus de pomme.

RS21 \widehat{AED}

En utilisant les informations portées sur le schéma ci-contre, calcule l'angle \widehat{AED} .



Des problèmes pour modéliser et investiguer

Problèmes

RS22 Le trésor

Un trésor est caché quelque part dans ton école.
À toi de le découvrir en suivant les indications données par ton enseignant ou ton enseignante.

RS23 Les appareils en veille

Quel est le coût moyen de l'électricité consommée en un an dans ta famille par les appareils en veille (téléviseur, *box*, console de jeux,...), puisque l'on sait qu'ils consomment de l'électricité même ainsi.

RS24 Travaux à faire

Établis avec tes camarades un budget respectant l'enveloppe fixée par ton enseignant ou ton enseignante pour la rénovation de ta salle de classe. On imagine que vous faites le travail vous-mêmes. On désire mettre au sol du vinyle gris résistant aux griffures et tout autour des plinthes blanches en bois. On veut également repeindre les murs et le plafond avec de la dispersion blanche aspect mat (deux couches).

RS25 Boit-sans-soif!

Quelle offre choisirais-tu parmi celles présentées ci-dessous si tu voulais acheter du jus de pomme pour fêter ton anniversaire ?



6 x 1 l
17.70 CHF



1 x 750 ml
3.50 CHF
(6 bouteilles + 3 gratuites)



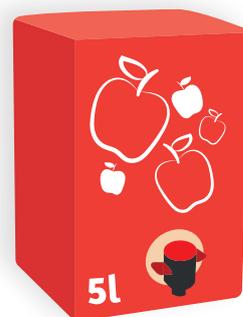
4 x 1 l
10.00 CHF



1 x 1,5 l
4.50 CHF



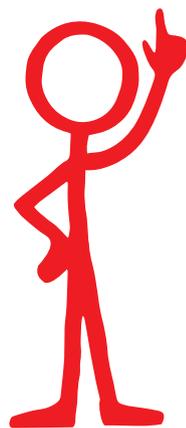
1 x 250 ml
0.95 CHF
(à partir de 20 berlingots,
5 gratuits)



1 x 5 l
14.90 CHF

Nombres et opérations

- Nombres naturels et décimaux
- Nombres relatifs
- Nombres rationnels



Nombres et opérations

Poser et résoudre des problèmes pour construire et structurer des représentations des nombres réels

Résoudre des problèmes numériques

Résolution de problèmes numériques en lien avec les ensembles de nombres travaillés, l'écriture de ces nombres et les opérations étudiées.

0, 1, 2, 3... Partez!

Un nombre naturel est un entier positif permettant de compter.

Ces nombres sont aussi anciens que le besoin des êtres humains de connaître et de comparer les quantités d'éléments à leur disposition, qu'il s'agisse d'animaux, de perles pour un collier, de flèches...

Représentés d'abord à l'aide d'encoches tracées sur le sol ou gravés sur la pierre, les entiers naturels ont trouvé une équivalence à l'aide de petites pierres d'argile (les *calculi*) en Mésopotamie, vers 8000 av. J.-C. Quant au chiffre 0, c'est bien plus tard qu'il est apparu du côté de l'Inde.

Dans toutes les civilisations, de tout temps et aujourd'hui encore, on a eu recours au corps humain comme représentation de ces nombres : comptage sur les doigts, voire à l'aide de tout le corps.

Compte en chinois avec les mains

一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
yī	èr	sān	si	wǔ	liù	qī	bā	jiǔ	shí
									
un	deux	trois	quatre	cinq	six	sept	huit	neuf	dix

Nombres naturels et décimaux

Apprentissages visés

- Reconnaissance et utilisation des propriétés des nombres naturels :
 - critères de divisibilité, multiples et diviseurs communs
 - ppmc, pgdc, nombres premiers, produit de facteurs
- Connaissance et utilisation :
 - des différentes écritures d'un même nombre
 - des priorités des opérations
 - des propriétés des opérations pour organiser et effectuer des calculs de manière efficace et pour donner des estimations
 - des diverses fonctions de la calculatrice et de la prise en compte de l'ordre dans lequel elle effectue les opérations
- Exploration de quelques systèmes de numération

Sommaire

Pour réactiver certaines connaissances	24
Encore quelques problèmes	29
Critères de divisibilité, multiples et diviseurs	29
Encore quelques problèmes	30
Nombres premiers	33
ppmc et pgdc	33
Encore quelques problèmes	34
Puissances	35
Encore quelques problèmes	36
Un peu de vocabulaire mathématique	39
Priorités des opérations	40
Opérations avec des décimaux positifs, estimations, calculs réfléchis	40



Pour réactiver certaines connaissances

no1 Le compte est bon!

But

Atteindre le nombre « cible » en utilisant une ou plusieurs fois les quatre opérations « élémentaires » mathématiques $+$ $-$ \cdot $:$ et une fois, au maximum, chacun des nombres à disposition.

Gagne celui qui s'approche le plus du nombre « cible ».

Exemple		Une solution
Cible	Nombres à disposition	
241	15 ; 12 ; 9 ; 3 ; 2 ; 7	$15 + 12 = 27$ $27 \cdot 9 = 243$ $243 - 2 = \mathbf{241}$

Remarque

Tous les nombres à disposition n'ont pas été utilisés et la division n'a pas été nécessaire. En revanche, tous les nombres utilisés l'ont bien été une, et une seule fois chacun.

Voici une série de nombres « cibles » qu'il est possible d'atteindre exactement :

Cible	Nombres à disposition	Cible	Nombres à disposition
a) 32	2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 7 ; 10	i) 507	5 ; 50 ; 2 ; 6 ; 7 ; 7
b) 170	1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6	j) 231	9 ; 7 ; 25 ; 100 ; 10 ; 3
c) 37	2 ; 4 ; 6 ; 7 ; 8 ; 10	k) 486	2 ; 50 ; 6 ; 2 ; 25 ; 4
d) 41	1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 ; 11	l) 928	1 ; 9 ; 9 ; 100 ; 25 ; 10
e) 785	7 ; 10 ; 11 ; 15 ; 20 ; 30	m) 704	4 ; 2 ; 5 ; 8 ; 3 ; 2
f) 116	1 ; 5 ; 7 ; 9 ; 12 ; 19	n) 854	8 ; 8 ; 3 ; 7 ; 2 ; 9
g) 115	5 ; 7 ; 9 ; 20 ; 25 ; 3	o) 604	1 ; 100 ; 75 ; 25 ; 50 ; 1
h) 902	100 ; 9 ; 5 ; 10 ; 4 ; 6		

Il est également possible d'écrire tous les calculs nécessaires en une seule chaîne d'opérations. Ainsi, la solution indiquée ci-dessus devient :

$$(15 + 12) \cdot 9 - 2 = \mathbf{241}$$

Essaie à présent, pour chaque nombre « cible » que tu as réussi à atteindre, d'écrire tes calculs sous la forme d'une seule chaîne d'opérations, comme dans ce dernier exemple.

NO4 Écritures mathématiques

Le problème suivant a été posé à Monique, Stéphane et François :

J'ai acheté pour mon pique-nique deux sandwiches coûtant Fr. 3.– chacun et un thé glacé à Fr. 2.–.

Combien ai-je payé en tout ?

Voici les réponses proposées par Monique, Stéphane et François :

Monique

$$2 \cdot 3 + 2 = 6 + 2 = 8$$

J'ai payé CHF 8.-
en tout

Stéphane

~~$$2 \cdot 3 = 6 + 2 = 8$$~~

J'ai payé CHF 8.-
en tout

François

$$2 \cdot 3 = 6$$

$$6 + 2 = 8$$

J'ai payé CHF 8.-
en tout

Stéphane ne comprend pas pourquoi son opération a été tracée par le professeur, alors que sa réponse est juste. Et toi ?

NO5 Record

But

Atteindre le plus grand nombre possible en utilisant :

- les chiffres de 1 à 9
- les quatre opérations + - · :

Règles

Choisir trois chiffres et une opération.

« Fabriquer » le plus grand nombre possible.

Exemple

$$2 \quad 5 \quad 7 \quad \cdot$$

$$7 \cdot 52 = 364$$

Choisir trois autres chiffres et une nouvelle opération.

« Fabriquer » le plus grand nombre possible.

$$1 \quad 4 \quad 9 \quad +$$

$$94 + 1 = 95$$

Terminer avec les trois derniers chiffres

et l'une des deux dernières opérations.

« Fabriquer » le plus grand nombre possible.

$$3 \quad 6 \quad 8 \quad -$$

$$86 - 3 = 83$$

Additionner les trois résultats obtenus.

$$364 + 95 + 83 = 542$$

Qui atteindra le record ?

NO6 Égalités

Utilise, une seule fois, tous les nombres et tous les signes ci-dessous, éventuellement en changeant leur ordre, pour établir une égalité.

Nombres	Signes	Nombres	Signes
a) 3 ; 6 ; 8 ; 10	+ · =	i) 3 ; 7 ; 11 ; 80	+ · =
b) 5 ; 6 ; 7 ; 29	+ · =	j) 22 ; 5 ; 8 ; 6	- · =
c) 7 ; 8 ; 9 ; 79	- · =	k) 4 ; 6 ; 11 ; 50	+ · =
d) 3 ; 4 ; 4 ; 9 ; 22	+ - · =	l) 2 ; 9 ; 12 ; 15	- · =
e) 2 ; 5 ; 14 ; 16 ; 20	+ - · =	m) 25 ; 5 ; 15 ; 3	· : =
f) 4 ; 5 ; 9 ; 41	- · =	n) 8 ; 10 ; 17 ; 63	- · =
g) 2 ; 6 ; 7 ; 56	+ : =	o) 3 ; 48 ; 15 ; 1	- : =
h) 3 ; 3 ; 6 ; 15 ; 30	+ - · =		

NO7 Encore des égalités

Utilise, une seule fois, tous les nombres et tous les signes ci-dessous, éventuellement en changeant leur ordre, pour établir une égalité.

Nombres	Signes	Nombres	Signes
a) 2 ; 4 ; 24 ; 88	- : =	e) 5 ; 6 ; 9 ; 51	+ · =
b) 4 ; 5 ; 8 ; 13 ; 23	+ - · =	f) 7 ; 11 ; 17 ; 264	+ : =
c) 3 ; 6 ; 9 ; 23 ; 44	+ - · =	g) 2 ; 95 ; 38 ; 5	· : =
d) 5 ; 6 ; 25 ; 32 ; 37	+ - · =		

NO8 Des nombres et des lettres

Écris un nombre, en lettres puis en chiffres, en utilisant une seule fois chacun des mots mille, cent(s), trente et cinq.

Y en a-t-il d'autres ? Si oui, lesquels ?

NO9 D'autres nombres et lettres

Écris les nombres suivants en chiffres :

- a) cinq-mille-huit-cents
- b) mille-trois-cent-quatre-vingts
- c) deux-millions-cinq-cent-mille
- d) dix-mille-cent-quatre
- e) trois-milliards-vingt-six-millions-trois-cent-mille

Écris les nombres suivants en lettres :

- f) 751
- g) 1038
- h) 2709
- i) 10170
- j) 20079

no10 Hommage au Soleil

En face de chaque opération, tu découvres un « morceau » de phrase.

Le résultat de chaque opération te permet de décoder la suite du texte de la manière suivante : il suffit de chercher, dans la liste, un calcul dont le premier nombre est le résultat que tu as obtenu.

La première étape donne :

$$(99 : 3) : 11 = 3$$

- | | | | |
|-------------------------|-----------|------------------------|-----------------|
| a) $(4 \cdot 31) + 6$ | lant ré | f) $(2 \cdot 97) - 4$ | quand le Sol |
| b) $(190 \cdot 2) : 10$ | eil, | g) $(38 + 22) : 15$ | Annonce un bril |
| c) $(52 : 13) \cdot 17$ | plus beau | h) $(13 \cdot 3) + 13$ | Et prédit d'un |
| d) $10 : 10$ | retour | i) $(68 + 32) : 10$ | jour le |
| e) $(130 : 5) : 2$ | veil, | j) $(3 \cdot 14) : 21$ | Sur nos monts |

no11 Hommage à Phanee de Pool

En face de chaque opération, tu découvres un « morceau » de phrase.

Le résultat de chaque opération te permet de décoder la suite du texte de la manière suivante : il suffit de chercher, dans la liste, un calcul dont le premier nombre est le résultat que tu as obtenu.

La première étape donne :

$$(63 + 17) : 4 = 20$$

- | | |
|-------------------------|--|
| a) $(18 \cdot 3) + 16$ | Si ton cheveux est terne, |
| b) $(100 - 6) : 2$ | on oblige la femme |
| c) $(6 \cdot 17) - 6$ | t'as aucune chance de plaire. |
| d) $(70 : 35) \cdot 11$ | faut le huiler comme vache à traire. |
| e) $(96 : 8) \cdot 12$ | Si ton corps a des formes, |
| f) $(20 + 15) : 5$ | Dans tous les magazines, tous |
| g) $(3 \cdot 14) : 7$ | Si tu rentres pas dans la norme, |
| h) $(22 + 28) \cdot 4$ | Et puis si t'as des cernes, |
| i) $(144 : 4) : 2$ | faut le sculpter à coup d'haltères. |
| j) $(7 \cdot 12) + 16$ | les journaux et les autres paperasses, |
| k) $(47 + 13) : 20$ | à devenir un canon. |
| l) $200 : 200$ | faut les poncer au papier de verre... |



Phanee de Pool (1989)
Auteure, compositrice, interprète, Phanee est née à Bienne le 2 janvier 1989. Elle joue du piano, de la guitare et utilise un *looper* qui lui permet de chanter seule sur scène. Elle est notamment l'auteure des chansons : *Je suis*, *Le Parfait* et *Madam'oiselle*.

NO12 Hommage à Guillaume

En face de chaque opération, tu découvres un « morceau » de phrase.

La réponse de chaque opération te permet de décoder la suite du texte de la manière suivante : il suffit de chercher, dans la liste, un calcul dont le premier nombre est le résultat que tu as obtenu.

La première étape donne :

$$(100 \cdot 4) : 8 = 50$$

- | | | |
|-----|----------------------------------|---------------------------------|
| a) | $[(260 - 8) : 9] + (13 \cdot 2)$ | Sous le pont |
| b) | $(34 - 3) \cdot 8$ | vienne la nuit |
| c) | $[(19 + 203) - 144] - 73$ | le pont de |
| d) | $(729 + 15) - 14$ | le la Seine e |
| e) | $[50 + (5 \cdot 9)] : 5$ | les mains re |
| f) | $[(61 - 17) : 4] + 968$ | Mirabeau cou |
| g) | $10000 - 9823$ | vie est lente |
| h) | $(62 \cdot 5) - 7$ | nne l'heure les jours |
| i) | $(504 : 7) + 1$ | urante. L'amour s'en va |
| j) | $(2 \cdot 37) + (3 \cdot 37)$ | ie venait toujours |
| k) | $(185 \cdot 2) - 46$ | les jours s' |
| l) | $[(5^3 - 80) : 3] + 22$ | en vont je demeure ; |
| m) | $54 : (3 \cdot 9)$ | t nos amours f |
| n) | $(248 - 89) - 21$ | sonne l'heure |
| o) | $[(43 + 1) : 11]^3 - 2$ | nos bras passe |
| p) | $(215 - 15) \cdot 50$ | comme cette eau co |
| q) | $177 + [(40 + 1) + 56]$ | vienne la nuit so |
| r) | $(324 : 4) \cdot 9$ | s'en vont je dem |
| s) | $(730 + 8) : 9$ | les mains dans |
| t) | $1000 : 8$ | stons face à face |
| u) | $979 + 21$ | l'espérance est violente |
| v) | $138 : 3$ | et comme |
| w) | $[37 - (10 \cdot 3)] \cdot 9$ | des éternels r |
| x) | $[(63 : 21) - 2] \cdot 504$ | aut-il qu'il |
| y) | $(46 - 3) \cdot 5$ | m'en souviennne la jo |
| z) | $(303 + 2) : 5$ | egards l'onde si lasse |
| aa) | $(73 - 8) \cdot 4$ | comme la |
| ab) | $[(82 - 7) + 27] : 3$ | après la peine |
| ac) | $[(274 - 19) - 223] + 11$ | tandis que sous |
| ad) | 125 | eure. L'amour s'en va |



Guillaume Apollinaire (1880-1918)

Né à Rome, il est un des plus grands poètes français, auteur notamment des recueils *Poèmes à Lou* et *Alcools* dont fait partie *Le pont Mirabeau*, un de ses poèmes les plus connus.

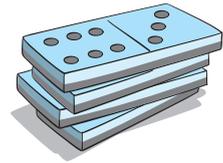
Il pratiqua aussi le « calligramme », terme de son invention, qui désignait ses poèmes écrits en forme de dessins.

LA
CRAVATE
DOU
LOU
REUSE
QUE TU
PORTES
ET QUI T'
ORNE O CI
VILISÉ
OTE- TU VEUX
LA BIEN
SI RESPI
RER

Encore quelques problèmes

NO13 Dominos empilés

Ces quatre dominos ont été pris dans un jeu habituel de 28 pièces et empilés. Sachant que la somme des points des moitiés de gauche vaut 24 et que celle des moitiés de droite vaut 13, quel est le domino qui se trouve obligatoirement caché dans la pile ?



NO14 Ont-ils pu se rencontrer ?

Pour chaque couple de personnages célèbres donnés, examine si les deux personnes qui le forment ont pu ou auraient pu se rencontrer.

Si c'est le cas, durant quelle période au maximum ?

- Mozart (1756–1791) et Haydn (1732–1809)
- Bourvil (1917–1970) et Louis de Funès (1914–1983)
- Marie Tudor (1497–1534) et George Sand (1804–1876)
- Jacques Anquetil (1934–1987) et Charles de Gaulle (1890–1970)
- Indira Gandhi (1917–1984) et Martin Luther King (1929–1968)
- Paul Klee (1879–1940) et Brigitte Bardot (1934–...)

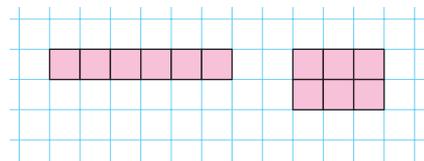
Fichier : NO15 à NO26

Critères de divisibilité, multiples et diviseurs

NO27 Arrangements de carrés

On peut arranger ces six carrés en rectangles, de deux façons différentes.

De combien de façons différentes pourrait-on arranger 24 carrés ? 72 carrés ? 150 carrés ? 256 carrés ? 360 carrés ?



NO28 Quels chiffres ?

Par quel chiffre (s'il y a plusieurs solutions, indique-les toutes) faut-il remplacer le ☺ dans le nombre 1092☺ pour obtenir un nombre :

- | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| a) divisible par 2 ? | e) divisible par 3, mais pas par 5 ? |
| b) divisible par 3 ? | f) divisible par 3 et par 5 ? |
| c) divisible par 5 ? | g) divisible par 2, mais pas par 3 ? |
| d) divisible par 2, mais pas par 5 ? | h) divisible par 2 et par 3 ? |

Fichier: NO29 à NO32

NO33 Mange-diviseurs

On écrit une liste de nombres naturels consécutifs commençant par 2.

Le premier joueur entoure de sa couleur un nombre naturel de son choix.

Le second joueur, puis chaque joueur à tour de rôle :

- entoure de sa couleur tous les diviseurs non encore entourés (s'il en trouve) du dernier nombre choisi par l'adversaire ;
- entoure un nouveau nombre de son choix.

La partie se termine lorsque tous les nombres sont entourés.

Le score de chaque joueur est la somme de tous les nombres qu'il a entourés de sa couleur.

Le gagnant est celui qui a le score le plus élevé.

Exemple : On joue avec les nombres naturels de 2 à 10.

A entoure 7	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B entoure 10	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A entoure 5 et 2, puis 8	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B entoure 4, puis 9	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A entoure 3, puis 6	2	3	4	5	6	7	8	9	10

A a un score de 31, B un score de 23. A est donc gagnant.

Y a-t-il une stratégie gagnante pour l'un des joueurs ?

Encore quelques problèmes

NO34 Jeu de cartes

On distribue les cartes d'un jeu par 2, par 3 ou par 4. À la fin, il en reste toujours une.

Combien de cartes comporte le jeu ? (Indique plusieurs possibilités.)

NO35 Le plus petit

Quel est le plus petit nombre qui donne 3 pour reste, qu'on le divise par 4, par 5 ou par 6 ?

NO36 Dimensions entières

Combien existe-t-il de rectangles dont l'aire est de 140 cm^2 et dont les dimensions sont exprimées par un nombre entier de centimètres ?

NO37 Devinette

a) Aloys adore les devinettes. Lorsqu'on lui demande son âge, il répond :

- « L'an prochain, mon âge sera divisible par 2 ;
- dans 2 ans, mon âge sera divisible par 3 ;
- dans 3 ans, mon âge sera divisible par 4 ;
- dans 4 ans, mon âge sera divisible par 5 ;
- et j'ai moins de 97 ans... »

Quel est l'âge actuel d'Aloys ?

b) Antonin lui répond : « Pour moi, c'était l'année passée que mon âge était divisible par 2, 3, 4 et 5. »

Quel est l'âge actuel d'Antonin ?

NO38 Des diviseurs et des opérations

Choisis un nombre compris entre 20 et 50.

a) Calcule la somme de tous ses diviseurs.

Compare ton résultat avec celui de ton voisin et cherche le nombre qui donne la plus grande somme, puis celui qui donne la plus petite.

b) Peux-tu trouver deux nombres x et y tels que :

- la somme des diviseurs de x soit plus petite que celle des diviseurs de y ?
- le produit des diviseurs de x soit plus grand que celui des diviseurs de y ?

NO39 Nombre de diviseurs

Classe, avec tes camarades, les nombres de 1 à 50 d'après le nombre de leurs diviseurs.

NO40 Chasse au trésor

Trois enfants jouent dans les combles d'une vieille ferme. Ils découvrent, dans une très ancienne malle, un parchemin sur lequel est écrit :

En vous déplaçant le long du chemin qui va en direction du nord, depuis le portail de la ferme, vous trouverez un trésor caché dans le sol.

Il est situé à l'endroit précis où, quand trois personnes partent ensemble du portail, mais en marchant avec des pas différents de 60, 80 et 90 cm, elles se retrouvent de nouveau toutes les trois sur une ligne parallèle au portail.

À quelle distance du portail se situe ce trésor ?

NO41 Métro

Dans un grand aéroport, deux métros automatiques, les lignes A et B, suivent des parcours différents en forme de boucles. Ils se croisent devant le bâtiment principal de l'aéroport à 8 h précises.

Le métro A effectue son parcours en 5 min.

Le métro B effectue son parcours en 7 min.

Dans combien de temps les deux trains se retrouveront-ils ensemble devant le bâtiment principal :

- s'ils sont partis en même temps depuis leur arrêt devant le bâtiment principal ?
- si le métro A est parti depuis 4 min et le métro B depuis 2 min ?

NO42 CGN

Lors d'une fête de la navigation, trois bateaux de la CGN (Compagnie générale de navigation sur le lac Léman) effectuent de petits circuits touristiques sur le lac Léman ; ils passent tous les trois par le même port. Chacun des bâtiments parcourt toujours la même boucle, qui est différente de celles des autres bateaux. Le *Rhône* met 40 min pour effectuer son trajet, tandis que le *Simplon* a besoin de 20 min et le *Savoie* de 30 min. Yves les aperçoit un matin à 9 heures dans le port : tous les trois sont en train de partir.

À quelle(s) heure(s) Yves reverra-t-il de nouveau les trois bateaux, simultanément, dans le port ?

NO43 Énergie solaire

À Zermatt, cinq petits bus, à énergie solaire, effectuent des boucles différentes à partir de la place de la Gare. Les durées, variables, sont les suivantes :

- ligne A : 40 min ;
- ligne B : 20 min ;
- ligne C : 30 min ;
- ligne D : 10 min ;
- ligne E : 25 min.

À 16 h 30, un Japonais de passage sur la place, après une excursion au pied du Cervin, reconnaît les cinq bus qu'il a photographiés le matin, au même endroit.

Saurais-tu dire quelle heure il était alors ?

Le Petit Cervin à Zermatt, à 3883 m d'altitude, est le site le plus ensoleillé de Suisse. Pourquoi donc se priver d'utiliser cette énergie, aussi abondante qu'écologique ?

Ainsi le restaurant solaire, ouvert sur le flanc sud du sommet pour la saison d'hiver 2008-2009, produit-il la totalité du courant nécessaire à son chauffage et à sa ventilation grâce à une installation photovoltaïque intégrée dans sa façade. Le tout dans des conditions difficiles : 3880 m d'altitude, des températures atteignant $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$ et des rafales de vent jusqu'à 250 km/h !



Nombres premiers

NO50 Décompositions

Fichier: NO45 à NO49

Décompose les nombres suivants en un produit de facteurs premiers :

12 ; 49 ; 54 ; 84 ; 180 ; 525 ; 600 ; 4200 ; 4700 ; 150 000

NO51 Toujours premier ?

Dans l'expression $n^2 - n + 11$, en remplaçant n par n'importe quel nombre naturel, trouve-t-on toujours un nombre premier ?

ppmc et pgdc

NO52 ppmc

Calcule le ppmc des entiers suivants. Tu peux t'aider de la décomposition en produit de facteurs premiers.

- | | | | |
|-----------|-------------|-----------------|-------------------|
| a) 2 et 3 | d) 4 et 12 | g) 14 et 35 | j) 3 ; 4 ; 5 et 6 |
| b) 8 et 4 | e) 18 et 24 | h) 500 et 625 | |
| c) 6 et 9 | f) 20 et 25 | i) 5 ; 10 et 11 | |

NO53 pgdc

Calcule le pgdc des entiers suivants. Tu peux t'aider de la décomposition en produit de facteurs premiers.

- | | | | |
|------------|-------------|--------------------|---------------|
| a) 12 et 8 | d) 8 et 20 | g) 2 et 6 | j) 360 et 480 |
| b) 15 et 9 | e) 5 et 7 | h) 8 et 18 | |
| c) 4 et 6 | f) 10 et 15 | i) 25 ; 675 et 900 | |

NO54 ppmc et pgdc

Cherche :

- | | |
|-----------------------------|------------------------------|
| a) le pgdc de 87 et 88 | f) le ppmc de 214 et 216 |
| b) le ppmc de 2 ; 4 et 16 | g) le pgdc de 72 ; 90 et 108 |
| c) le pgdc de 17 et 289 | h) le ppmc de 256 et 1024 |
| d) le ppmc de 24 et 25 | i) le pgdc de 1001 et 700 |
| e) le pgdc de 10 ; 12 et 16 | j) le ppmc de 7 ; 14 et 21 |

Encore quelques problèmes

N055 À la piscine

Une piscine rectangulaire a une aire de 48 m^2 . Une autre piscine rectangulaire a une aire de 90 m^2 . Sachant que la longueur et la largeur de ces deux piscines sont des nombres entiers de mètres, quelle est leur plus grande dimension commune possible ?

N056 Tapis

Un poseur de tapis souhaite recouvrir le sol d'une salle de carrés de moquette, identiques et les plus grands possibles. L'ouvrier peut obtenir de son fabricant des carrés de la taille qu'il souhaite. Il ne veut poser que des carrés entiers. La longueur de la salle est de 152 dm, tandis que sa largeur est de 96 dm.

- | | |
|---|--|
| a) Quelle dimension de carrés doit-il commander auprès de son fabricant ? | Et si la salle était un : |
| b) De combien en a-t-il besoin ? | c) rectangle de $75 \text{ dm} \times 105 \text{ dm}$? |
| | d) rectangle de $39 \text{ dm} \times 65 \text{ dm}$? |
| | e) rectangle de $210 \text{ dm} \times 168 \text{ dm}$? |

N057 Sherlock Holmes

On recherche :

- | | |
|--|---|
| a) des nombres qui ont exactement 3 diviseurs | g) des puissances de 3 inférieures à 150 |
| b) tous les nombres divisibles par 12 | h) les diviseurs de 200 compris entre 8 et 25 |
| c) des carrés multiples de 5 | i) les puissances de 10 comprises entre cent et un milliard |
| d) le ppmc des cinq premières puissances de 2 | j) des palindromes de trois chiffres dont le premier chiffre est impair |
| e) le ppmc des dix premiers nombres 1 ; 2 ; ... ; 9 ; 10 | k) des nombres premiers entre 30 et 50 |
| f) des carrés parfaits entre 100 et 200 | |

N058 L'un avec l'autre

Chacune des lettres a , b , c , d , e et f représente l'un des nombres 4, 8, 9, 10, 12 et 15. On sait que :

- a est impair ;
- b est divisible par 4 ;
- c vaut 4 de moins que f ;
- d est le plus grand nombre ;
- e est plus grand que 8 ;
- f est divisible par 3.

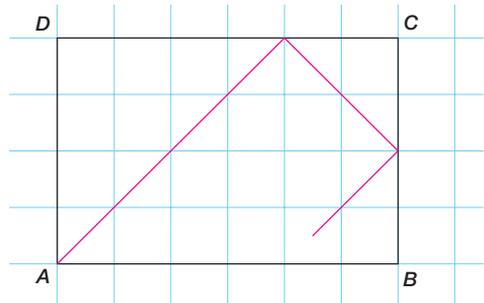
Quel nombre est représenté par chaque lettre ?

NO59 Billard

À partir d'un sommet de ce rectangle, on a tracé le début d'une ligne brisée selon les diagonales des mailles du quadrillage.

Combien traverse-t-elle de carrés avant d'atteindre un sommet du rectangle ?

Et pour d'autres rectangles ?

**NO60 Cryptarithmes**

Pour rappel, dans un cryptarithme :

- une lettre représente toujours le même chiffre ;
- un chiffre représente toujours la même lettre ;
- aucun nombre ne commence par zéro.

a) Si $A = 7$, y a-t-il plusieurs solutions à ce cryptarithme ?

$$\begin{array}{r} P \ A \ R \ T \\ P \ A \ R \ T \\ + \ P \ A \ R \ T \\ \hline T \ O \ U \ T \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r} E \ V \ E \\ + \ E \ V \ E \\ \hline A \ D \ A \ M \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{r} M \ E \ R \ E \\ + \ P \ E \ R \ E \\ \hline B \ E \ B \ E \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{r} M \ A \ R \ I \ E \\ + \ C \ U \ R \ I \ E \\ \hline R \ A \ D \ I \ U \ M \end{array}$$

e)

$$\begin{array}{r} U \ N \\ + \ U \ N \\ \hline D \ E \ U \ X \end{array}$$

f)

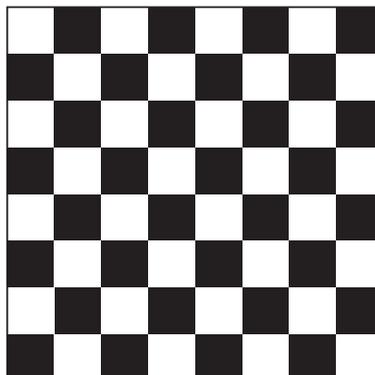
$$\begin{array}{r} B \ A \ I \ E \ S \\ + \ N \ O \ I \ R \ E \ S \\ \hline C \ A \ S \ S \ I \ S \end{array}$$

Fichier : Faire le point p. 20

Puissances**NO61 L'échiquier**

Myriam affirme qu'il y a plus de 200 carrés dans cet échiquier.

Qu'en penses-tu ?



Fichier : NO62 à NO65

Encore quelques problèmes

NO66 Le dé de Dédé

À plusieurs reprises, Dédé lance trois fois son dé à jouer.

Exemple de deux séries de lancers :

	Nombres obtenus			
	lancer 1	lancer 2	lancer 3	arrangement
1 ^{re} série	1	4	3	1 ; 4 ; 3
2 ^e série	3	1	4	3 ; 1 ; 4
...

Combien d'arrangements différents peut-il obtenir ?

NO67 Tu parles d'un secret!

Dimanche, j'ai appris un secret : « On a découvert la formule qui permet de transformer les livres de mathématiques en bandes dessinées. »

Lundi, je dévoile ce secret à 10 personnes. Mardi, chacune d'elles le raconte à 10 autres. Et ainsi, chaque jour jusqu'à samedi, chaque personne apprenant le secret le répète à 10 autres qui ne le connaissent pas.

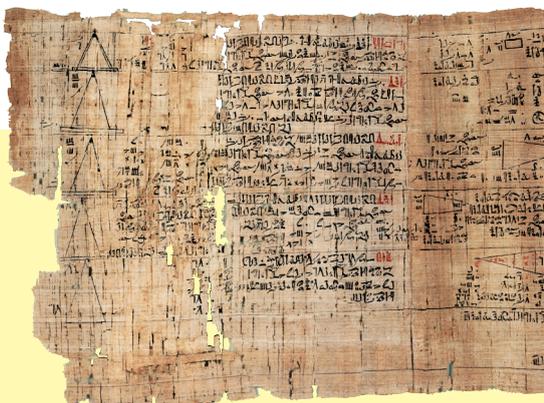
- Combien de personnes apprennent-elles mon secret le samedi ?
- Combien de personnes connaissent-elles mon secret le samedi ?

NO68 Ancien problème égyptien

7 familles ont chacune 7 chats qui tuent chacun 7 souris par jour.

Chaque souris mange chaque jour 7 épis qui produisent chacun 7 mesures de blé.

Combien de mesures de blé les chats sauvent-ils ainsi chaque jour ?



Ce problème provient d'un papyrus, appelé Rhind ou Ahmès, de l'ancienne Égypte (XV^e dynastie, vers 1650 av. J.-C.). Un égyptologue écossais, A. H. Rhind, l'a découvert à Thèbes en 1858.

Entré dans les collections du British Museum en 1863, ce papyrus, constitué d'un seul rouleau de 5,4 m de long et 32 cm de large, est l'une de nos sources principales pour la connaissance des mathématiques en Égypte ancienne.

NO69 Des côtés et des arêtes

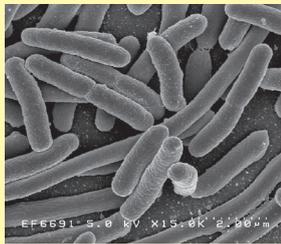
- a) Un carré a une aire de 25 cm^2 . Quelle est la mesure de son côté ?
- b) Et si son aire est de 64 cm^2 , quelle est la mesure de son côté ?
- c) Un grand cube est composé de 64 petits cubes de 1 cm^3 de volume chacun.
Quelle est la mesure de l'arête du grand cube ?
- d) Un cube encore plus grand a un volume de 125 dm^3 . Quelle est l'aire d'une de ses faces ?

NO70 Sans noyau

Pour effectuer sa reproduction, un procaryote se divise en deux toutes les 20 min. À midi, un étudiant en biologie dépose un seul procaryote sur la vitre de son microscope et commence son observation.

Combien de procaryotes observera-t-il 2 h plus tard ?

Et à 16 h ?



Le terme «procaryote», du grec *pro* (avant) et *caryon* (noyau), est une référence à une structure cellulaire particulière, sans noyau. Les premiers procaryotes étaient peut-être déjà présents il y a plus de 3 milliards d'années.

L'étude des procaryotes s'est surtout développée au XIX^e siècle,

avec les travaux de Louis Pasteur en France et de Robert Koch en Allemagne. Dans les années 50, le microscope électronique confirme l'absence de vrai noyau dans la cellule.

NO71 Du plus grand au plus petit

Classe, dans l'ordre décroissant, les nombres de chaque ligne.

a) 1^2	0^2	0^1	2^1	2^0	2^2
b) 10^2	2^{10}	$2^2 \cdot 10$	$(10 \cdot 2)^2$	$10^2 \cdot 2^2$	200^2
c) 3355	$3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$	3^5	5^3	$3 \cdot 10^5$	$(5 \cdot 10)^3$
d) $3^3 \cdot 3^4$	3^{12}	3^7	27^2	9^3	81^2
e) $10^5 \cdot 10^2$	$10^2 \cdot 10^6$	$10^{(3+5)}$	1000^3	100^4	$1000 \cdot 10000$
f) $2 \cdot 3^4$	34^2	$2 \cdot 3 \cdot 4$	234^1	$2^3 \cdot 4$	$2^4 \cdot 3$

n072 À l'aide des puissances de 10

Le nombre 2453 peut s'écrire :

$$2453 = (2 \cdot 1000) + (4 \cdot 100) + (5 \cdot 10) + 3$$

ou

$$2453 = (2 \cdot 10^3) + (4 \cdot 10^2) + (5 \cdot 10^1) + 3$$

Utilise le même procédé pour écrire les nombres :

- a) 1291 b) 1515 c) 2011 d) 1100 e) 19999 f) 20101

Indique maintenant quels nombres sont formés par les opérations suivantes :

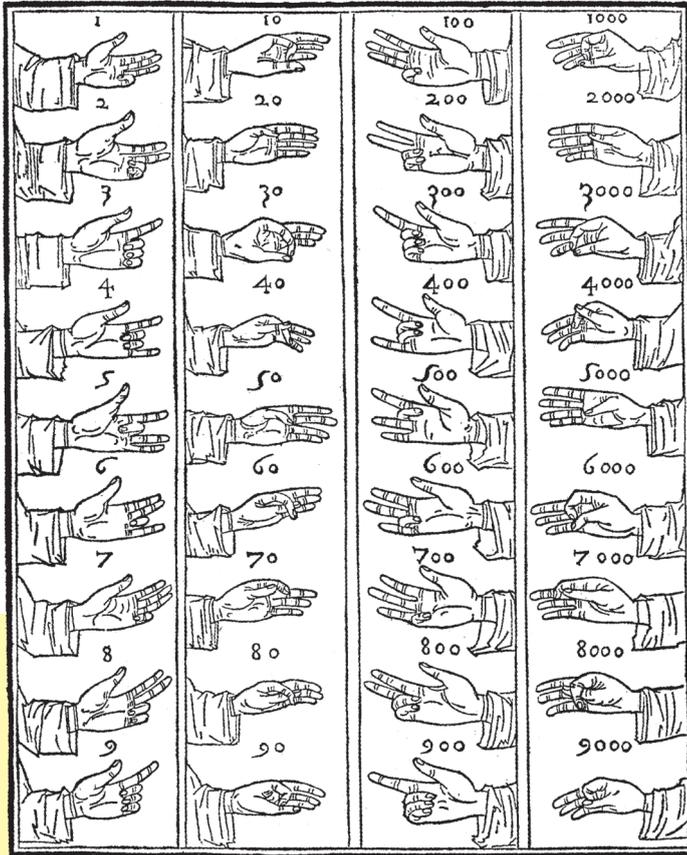
- g) $(3 \cdot 1000) + (8 \cdot 100) + (1 \cdot 10) + 9$
 h) $(8 \cdot 10^4) + (8 \cdot 10^3) + (8 \cdot 10^2) + (8 \cdot 10^1) + 8$
 i) $(1 \cdot 10^3) + (9 \cdot 10^1) + 1$
 j) $(2 \cdot 1000) + (3 \cdot 100) + (4 \cdot 10) + 5$
 k) $(6 \cdot 10^3) + 8$
 l) $(9 \cdot 10^4) + (9 \cdot 10^3) + (9 \cdot 10^2) + 9$

n073 À travers le monde

Voici quatre nombres écrits dans différents systèmes de numération :

Numération décimale (actuelle)	17	40	364	2585
Numération égyptienne (3000 av. J.-C.)				
Numération romaine (50 av. J.-C.)	XVII	XL	CCCLXIV	MMDLXXXV
Numération grecque (500 av. J.-C.)				
Numération binaire	10001	101000	101101100	101000011001

Écris, dans chacun de ces systèmes, les nombres :
 8 ; 73 ; 336 ; 1540.



Numération par les doigts

Un système de numération par les doigts s'est répandu dès le haut Moyen Âge. Cette façon de représenter les nombres facilitait notamment la mémorisation des reports lors des opérations effectuées mentalement.

Un peu de vocabulaire mathématique

NO74 Traduction

Traduis chaque phrase par un calcul.

- a) La somme de 25 et 4
- b) Le produit de 24 par 4
- c) Le quotient de la différence de 10 et de 6 par 2
- d) La somme de 18 et du produit de 9 par 2

Traduis chaque calcul par une phrase.

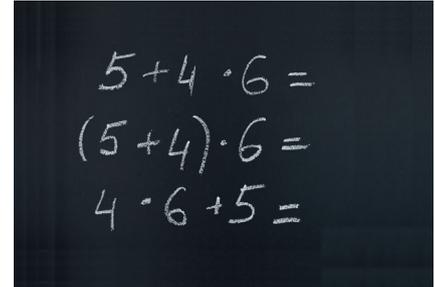
- e) $150 : 30$
- f) $35 : 7 - 3$
- g) $120 + (30 \cdot 40)$
- h) $2 \cdot 5 + 4 \cdot 6$

Priorités des opérations

NO77 À qui la priorité ?

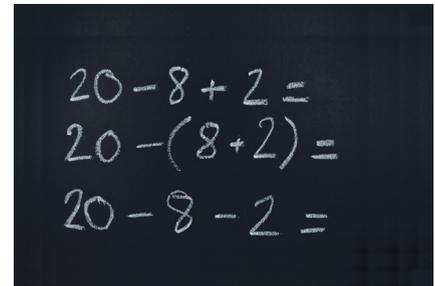
Sur le tableau noir, l'enseignante de mathématiques écrit les opérations suivantes :

Tous les élèves vont-ils obtenir les mêmes résultats ?



Puis, l'enseignante ajoute les trois opérations suivantes :

Et cette fois-ci ? Obtient-on le même résultat ?



Fichier: **NO78 à NO81**

Fichier: **Faire le point p. 30**

Opérations avec des décimaux positifs, estimations, calculs réfléchis

Fichier: **Que sais-je ? p. 31**

NO82 Calcul réfléchi

Calcule :

a) $25,2 \cdot 100$

$12 \cdot 0,1$

$42 : 10$

$2,5 \cdot 8$

$25 : 4$

$7,5 + 3,8 + 2,5$

$25 \cdot 7,1 \cdot 4$

$9 \cdot 0,8 + 0,8$

$4,7 - 3,8$

$0,1^3$

b) $1000 \cdot 0,5$

$250 : 100$

$8,1 + 11,3 + 0,7$

$7 : 0,1$

$1,5 \cdot 7 + 0,5 \cdot 7$

$72 : 3$

$4 \cdot 0,7$

$0,1 \cdot 0,1$

$27,2 - 15$

$0,3^2$

c) $11 \cdot 1,9 - 1,9$

$13 \cdot 4 \cdot 5$

$135 + 75$

$0,2 + 4,1 + 5,8 + 0,9$

$25,2 : 2$

$9 \cdot 0,8$

$4 : 1000$

$0,01 \cdot 32$

$90 \cdot 100 \cdot 4$

$12 : 0,5$

no83 Nombre d'erreurs

Combien Jean a-t-il commis d'erreurs ?

a) $100 \cdot 0,97 = 970$	f) $17 \cdot 1,5 + 3 \cdot 1,5 = 30$
b) $7,5 : 10 = 0,75$	g) $35 + 46 + 15 = 96$
c) $13 + 9,8 = 23,8$	h) $0,042 \cdot 10 = 0,42$
d) $16,25 - 4,5 = 11,75$	i) $0,76 : 2 = 0,38$
e) $4,25 \cdot 6 = 25$	j) $9 \cdot 2 \cdot 50 = 900$

no84 Combien d'erreurs ?

Combien d'erreurs Mathilde a-t-elle commises ?

a) $42 \cdot 12,5 \cdot 4 = 2100$	f) $15 \cdot 0,01 = 0,15$
b) $6,4 : 8 = 8$	g) $1,2^2 = 2,4$
c) $250 \cdot 0,001 = 25$	h) $12,71 : 0,1 = 127,1$
d) $12,7 + 23,4 - 1,4 = 34,7$	i) $4 : 0,001 = 400$
e) $15 : 5 \cdot 3 = 1$	j) $0,2^3 = 0,8$

no85 Réponse à choix

Arriveras-tu à trouver la bonne réponse sans calculatrice ni calculs écrits ?

- | | | | | |
|--|-----------|-----------|-----------|-----------|
| a) J'achète 2,5 kg de pommes à Fr. 3.20 le kilo.
Combien vais-je payer ? | Fr. 6.– | Fr. 6.40 | Fr. 12.– | Fr. 8.– |
| b) Tu achètes deux bandes dessinées pour Fr. 24.50
et trois livres de poche pour Fr. 19.80. Tu paies
avec un billet de Fr. 100.–. Combien te rend-on ? | Fr. 45.70 | Fr. 44.30 | Fr. 57.50 | Fr. 55.70 |
| c) L'aire d'un carré est 67,24 cm ² .
Quelle est la mesure de son côté ? | 8,2 cm | 7,8 cm | 9,2 cm | 10,8 cm |

N086 Avec un calcul

Le calcul $50 - (12,6 \cdot 3)$ permet-il de trouver la solution de chacun de ces énoncés ?

Si ce n'est pas le cas, indique quel serait le calcul correct !

- L'équipe des Rapides a couru le relais « 4×100 m » en 50 secondes exactement. Les trois premiers coureurs ont mis 12,6 secondes chacun. Quel est le temps du dernier ?
- J'achète un livre à Fr. 12.60 et un stylo à Fr. 3.–. Je paie avec un billet de Fr. 50.–. Combien me rend-on ?
- Léon fait une virée à vélo de 50 km, dont la première étape mesure 12,6 km. Il a déjà parcouru le tiers de celle-ci. Quelle distance lui reste-t-il à faire ?
- Avec ses 50 francs d'économie, Jean achète trois revues qui coûtent au total Fr. 12.60. Combien d'argent lui reste-t-il ?

N087 Des énoncés et des calculs

Associe chacun des énoncés au calcul correspondant.

Énoncés :

- Aline, qui dispose de Fr. 86.–, va chez le marchand de CD. Lorsqu'elle repart, après avoir acheté quatre CD, il lui reste encore Fr. 18.40 dans son porte-monnaie. Combien a-t-elle payé en moyenne pour chacun des CD ?
- Éric possède un vieux minibus qui consomme 18,4 l de carburant aux 100 km. Il décide d'emmener quatre amis en vacances. Après avoir rempli le réservoir d'une capacité de 86 l du minibus, ils se mettent en route. Quelle quantité de carburant sera consommée quand les amis termineront leur voyage de 400 km ?
- Quatre amis jouent ensemble à l'Euro Million. Chacun mise Fr. 18.40 et ils espèrent ainsi empocher le gros lot de 86 millions de francs. Quelle somme reviendra à chacun d'eux, en millions de francs, s'ils gagnent ?
- Si Sophie achète quatre CD à Fr. 18.40 pièce et qu'elle possède Fr. 86.–, combien d'argent lui restera-t-il après son achat ?

Calculs :

- $86 - 4 \cdot 18,4$
- $86 : 4$
- $(86 - 18,4) : 4$
- $4 \cdot 18,4$

N088 Invention d'énoncés

Invente un énoncé de problème qui conduit à l'écriture mathématique $24 - (12,5 + 8)$.

Invente maintenant quatre autres énoncés conduisant aux calculs suivants :

- $9 + 10 \cdot 5$
- $16 : 4 \cdot 3$
- $(80 - 8) : 4$
- $3^3 \cdot 5$

NO89 Dans la vie courante

- a) J'achète 0,750 kg de fromage à Fr. 27.– le kilo. Combien vais-je payer ?
- b) En moyenne, durant chaque heure de travail, un carreleur pose 2,5 m² de carreaux de céramique. Combien de temps lui faudra-t-il pour recouvrir le sol d'une salle de bain de 11 m² ?
- c) Un train est composé de trois wagons. Dans chaque wagon, il y a 56 places assises et 118 places debout. Combien de passagers le train peut-il transporter ?
- d) J'achète 1,25 kg de raisin à Fr. 4.60 le kilo. Quelle est ma dépense ?
- e) Gérard veut changer la moquette de sa chambre, qui mesure 3,50 m sur 4,20 m. La moquette revient à Fr. 30.–/m². Elle est vendue « au mètre », à partir d'un rouleau de 5 m de large. Quelle est sa dépense, s'il veut la poser en un seul morceau ?
- f) Un client se présente à la caisse d'un magasin avec 8 l d'huile à Fr. 5.50 le litre et 9 kg de sucre à Fr. 1.40 le kilo. Combien doit-on lui rendre sur Fr. 100.– ?
- g) Jérôme mesure 1,85 m, soit 16 cm de plus que son père. Quelle est la taille de celui-ci ?

NO90 Des chiffres et des nombres

De quel(s) nombre(s) s'agit-il, dans chacun des cas ci-dessous ?

- a) Il est formé de trois chiffres consécutifs. Son chiffre des centièmes est la moitié de celui de ses unités. Il est formé de deux chiffres pairs et d'un chiffre impair.
- b) Il est formé de trois chiffres. Son chiffre des dizaines est égal à celui de ses unités. Son chiffre des centaines est la somme des deux autres.
- c) Il est formé de quatre chiffres. Son chiffre des centaines est le triple de celui de ses dixièmes. Son chiffre des unités est le double de celui de ses dizaines et leur somme est égale au chiffre des centaines.



Āryabhata (476–550); mathématicien indien chez qui l'on trouve les premières traces de nombres négatifs.

L'ensemble des nombres relatifs comprend les nombres positifs et les nombres négatifs.

L'idée de l'existence de nombres plus petits que zéro n'a pas été facile à accepter. Lazare Carnot (1753 – 1823), physicien et ingénieur français, écrivait par exemple :

« Pour obtenir réellement une quantité négative isolée, il faudrait retrancher une quantité effective de zéro, ôter quelque chose de rien : opération impossible. Comment donc concevoir une quantité négative isolée ? »

(Extrait de Géométrie de position, L. N. M. Carnot, Paris 1803, p. III.)

Bien que connues et utilisées dès le VI^e siècle en Indes, il a fallu attendre, en Occident, la fin du XIX^e siècle pour que des quantités plus petites que zéro soient vraiment acceptées en tant que nombres.

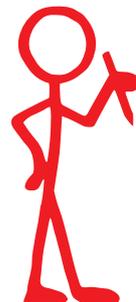
Nombres relatifs

Apprentissages visés

- Connaissance et utilisation :
 - des différentes écritures d'un même nombre
 - des priorités des opérations
 - des propriétés des opérations pour organiser et effectuer des calculs de manière efficace et pour donner des estimations
 - des diverses fonctions de la calculatrice et de la prise en compte de l'ordre dans lequel elle effectue les opérations
- Comparaison, approximation, encadrement et représentation sur une droite de nombres relatifs
- Utilisation de procédures de calcul réfléchi ou de calcul mental avec des nombres entiers relatifs

Sommaire

Pour réactiver certaines connaissances	46
Premiers pas dans les nombres relatifs	46
Représentation, comparaison et encadrement de nombres relatifs	47
Addition et soustraction de nombres relatifs	49
Encore quelques problèmes	53
Multiplication et division de nombres relatifs	54
Encore quelques problèmes	57



Fichier : Que sais-je ? p. 39

Pour réactiver certaines connaissances

Fichier : NO102

NO103 Une droite numérique à construire

Construis une droite numérique et gradue-la afin de pouvoir placer précisément les points suivants :

$$F = 2 \quad G = 3,5 \quad H = 4,8 \quad I = 4,75$$

Premiers pas dans les nombres relatifs

NO104 Entre deux batailles

- a) Représente, sur un axe du temps, la position des batailles suivantes données, ici, par ordre alphabétique :
- Cannae (216 av. J.-C.)
 - Iéna (1806 apr. J.-C.)
 - Kadesh (1290 av. J.-C.)
 - Marathon (490 av. J.-C.)
 - Marignan (1515 apr. J.-C.)
 - Morat (1476 apr. J.-C.)
 - Salamine (480 av. J.-C.)
 - Sempach (1386 apr. J.-C.)
- b) Combien d'années se sont écoulées entre les batailles de :
- Kadesh et Cannae ?
 - Marathon et Cannae ?
 - Kadesh et Salamine ?
 - Sempach et Iéna ?
- c) Et entre celles de Marathon et de Marignan ?

\mathbb{Z} désigne l'ensemble des nombres entiers relatifs. Un *nombre entier relatif* se présente comme un nombre naturel muni d'un signe positif ou négatif qui indique sa position par rapport à zéro.

Par la suite, on désignera par *nombre relatif* un nombre décimal muni d'un signe positif ou négatif.

NO105 Vol 707

Le vol 707 relie six villes européennes.

À chaque escale, le commandant a noté les variations de température :

- de la première à la deuxième ville : élévation de 8 °C ;
- de la deuxième à la troisième ville : baisse de 3 °C ;
- de la troisième à la quatrième ville : baisse de 4 °C ;
- de la quatrième à la cinquième ville : élévation de 18 °C ;
- de la cinquième à la sixième ville : élévation de 4 °C.

Retrouve l'itinéraire du vol 707.

Bulletin météo du jour :

Genève	peu nuageux	- 3 °C
Londres	beau	- 5 °C
Athènes	beau	14 °C
Rome	beau	18 °C
Francfort	pluie	3 °C
Belgrade	couvert	- 4 °C
Stockholm	nuageux	6 °C
Varsovie	neige	0 °C

no106 Un froid de canard!

Lundi, il a plu.

Mardi, il a fait moins chaud que vendredi, mais plus chaud que jeudi.

Mercredi, le thermomètre est descendu largement en dessous de zéro.

Jeudi, il a fait plus froid que mardi.

Vendredi, la température a été inférieure à celle de dimanche.

Samedi, il a fait un degré de plus que mardi.

Dimanche, l'eau de l'arrosoir que j'avais oublié au fond du jardin a gelé.

Quelle température a-t-il bien pu faire chaque jour de cette semaine ?

Représentation, comparaison et encadrement de nombres relatifs**no107 Des nombres sur une droite**

a) Quels sont les nombres désignés par A, B et C ?



b) À quelle distance de zéro se trouvent A et C ?

no108 Distance à zéro

a) Ordonne les nombres suivants par ordre croissant :

(+ 1) (-1) (+ 2) (+ 1,5) (- 2)

b) Construis une droite graduée et places-y ces nombres.

c) Quelle est la valeur absolue (distance à zéro) de chacun de ces nombres ?

d) Recopie et complète avec un des signes $<$, $>$ ou $=$.

(+ 4,5) ... (+ 4,45) (+ 8) ... (- 4) (- 3) ... (- 5) (+ 25) ... (- 25) (- 12) ... (- 10)

NO109 C'est tout relatif

(+ 5,5) (– 6) 0 (+ 6) (– 12) (– 3,45) (– 3,7)

- Ordonne ces nombres par ordre croissant.
- Lesquels sont des nombres positifs ?
- Lesquels sont des nombres négatifs ?
- Quel est le plus grand nombre ? Le plus petit ?
- Quelle est la valeur absolue (distance à zéro) de chacun de ces nombres ?
- Quel est le nombre qui a la plus grande valeur absolue ? La plus petite ?

NO110 Chaud – froid

Traduis les informations ci-dessous à l'aide d'un nombre relatif :

- La cave est située deux étages en dessous du rez-de-chaussée.
- Le Mont Everest culmine à 8848 m au-dessus du niveau de la mer.
- Cette nuit, la température était de 10 °C en dessous de 0 °C.
- Le fond de la Vallée de la Mort (Californie) est à 85 m sous le niveau de la mer.



Le Mont Everest



La Vallée de la Mort

NO112 Nombres et distances

Place sur une droite numérique (une unité = 1 cm) les lettres $A = (+5)$ et $B = (-4)$.

- a) Que mesure la distance AB ?
 b) Détermine la distance CD dans chacun des cas suivants :

$$C = (+2) \quad \text{et} \quad D = (+11)$$

$$C = (-23) \quad \text{et} \quad D = (+10)$$

$$C = (-55) \quad \text{et} \quad D = (-25)$$

Fichier: NO113 à NO116

Addition et soustraction de nombres relatifs**NO117 Que trouves-tu ?**

Effectue ces calculs, puis compare tes résultats à ceux que tu obtiens à l'aide de ta calculatrice :

a) $(+7) + (+2)$

b) $(+7) + (-2)$

c) $(-7) + (+2)$

d) $(-7) + (-2)$

Procède de même pour les calculs suivants :

e) $(+18) + (-15)$

g) $(-12) + (-27)$

i) $(-12) + (+8)$

k) $(-4) + (-17)$

f) $(+6) + (+4)$

h) $(+10) + (-33)$

j) $(+12) + (-12)$

l) $(+10) + (-100)$

Comment additionner deux nombres, qu'ils soient positifs ou négatifs ?

NO118 Pour additionner

Aide-toi de ces quatre égalités

$$(+ 8) + (+ 5) = (+ 13) \quad (+ 8) + (- 5) = (+ 3) \quad (- 8) + (+ 5) = (- 3) \quad (- 8) + (- 5) = (- 13)$$

pour trouver le résultat de ces calculs :

a) $(+24) + (-17)$

c) $(-6) + (-15)$

e) $(-7) + (+5)$

g) $(-4) + (-17)$

b) $(+8) + (+5)$

d) $(+12) + (-51)$

f) $(+2) + (-2)$

h) $(+13) + (-100)$

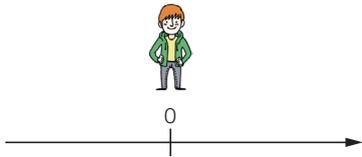
Comment additionner deux nombres, qu'ils soient positifs ou négatifs ?

NO119 Marche avant

Observe le petit bonhomme...

Règles :

Il est au repos.



Il regarde en direction...
... des positifs ... des négatifs.



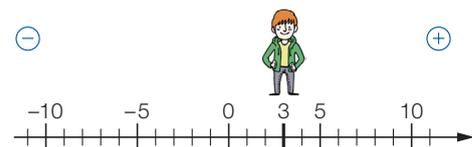
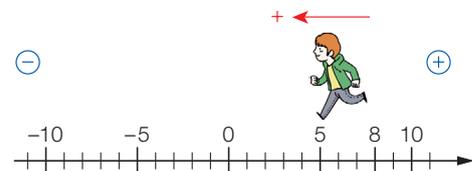
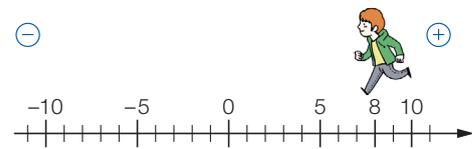
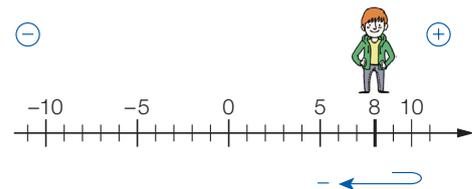
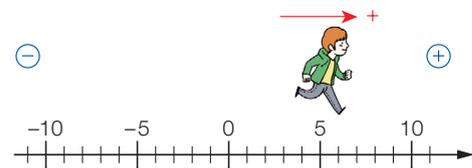
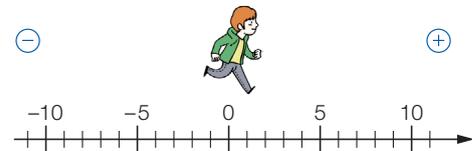
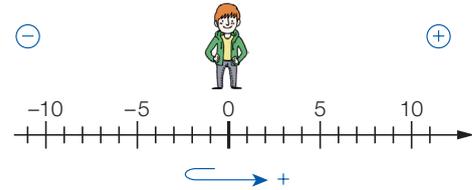
Il avance.



Détermine le résultat des opérations suivantes en t'aidant du petit bonhomme :

- | | |
|------------------|------------------|
| a) $0 + (+3)$ | e) $(+8) + (+4)$ |
| b) $0 + (-3)$ | f) $(-7) + (-2)$ |
| c) $(-4) + (+5)$ | g) $(-4) + (+2)$ |
| d) $(+3) + (-5)$ | h) $(+7) + (-2)$ |

Exemple : $(+8) + (-5) = (+3)$



NO122 Nul

Quel est l'opposé de :

- a) 18 b) -23 c) -3 d) 100 e) 0 f) a

NO123 Pour soustraire

Aide-toi de ces quatre égalités

$(+8) - (+5) = (+8) + (-5) = (+3)$	$(-8) - (+5) = (-8) + (-5) = (-13)$
$(+8) - (-5) = (+8) + (+5) = (+13)$	$(-8) - (-5) = (-8) + (+5) = (-3)$

pour trouver le résultat de ces calculs :

- a) $(+24) - (-17)$ c) $(-6) - (-15)$ e) $(-7) - 0$ g) $(-4) - (-17)$
b) $(+8) - (+5)$ d) $(+12) - (-51)$ f) $(+2) - (-2)$ h) $(+13) - (-100)$

Comment soustraire un nombre d'un autre, qu'ils soient positifs ou négatifs ?

NO124 Quoi de plus ?

Effectue ces calculs, puis compare tes résultats à ceux de ta calculatrice :

- a) $(+7) - (+2)$ b) $(+7) - (-2)$ c) $(-7) - (+2)$ d) $(-7) - (-2)$

Procède de même pour les calculs suivants :

- e) $(+18) + (-15)$ g) $(-12) - (-27)$ i) $(-12) - (+8)$ k) $(-3) + (-17)$
f) $(+6) - (+4)$ h) $(+10) + (-33)$ j) $(+12) - (-12)$ l) $(+10) - (-100)$

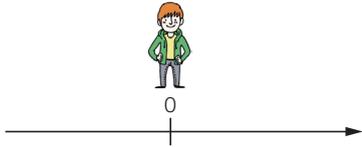
Comment soustraire un nombre d'un autre, qu'ils soient positifs ou négatifs ?

NO125 Marche arrière

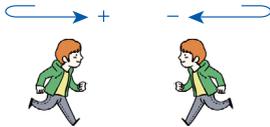
Observe le petit bonhomme...

Règles :

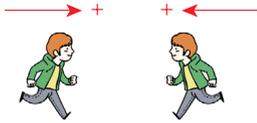
Il est au repos.



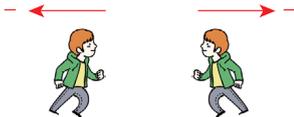
Il regarde en direction...
... des positifs ... des négatifs.



Il avance.



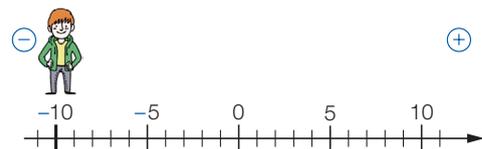
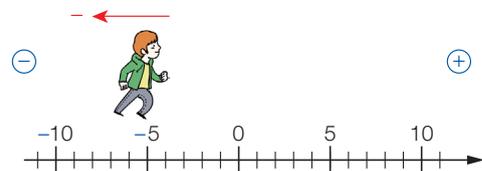
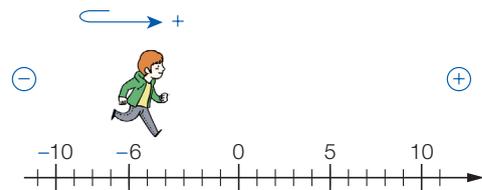
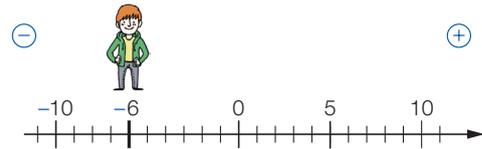
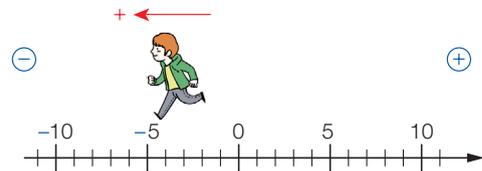
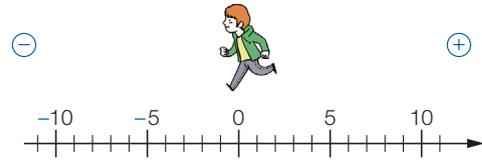
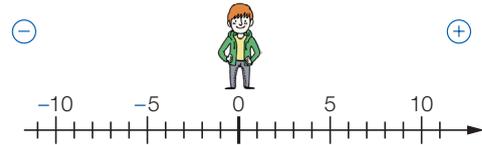
Il recule.



Détermine le résultat des opérations suivantes en t'aidant du petit bonhomme :

- | | |
|------------------|------------------|
| a) $0 - (+3)$ | e) $(+3) - (-5)$ |
| b) $0 - (-3)$ | f) $(-8) - (+8)$ |
| c) $(+6) - (+3)$ | g) $(-4) - (-3)$ |
| d) $(+5) - (+6)$ | h) $(-4) - (-4)$ |

Exemple : $(-6) - (+4) = (-10)$



Encore quelques problèmes

NO138 Station météo

Voici la liste des températures maximales enregistrées durant une semaine du mois d'avril par la station météorologique du Lauberhorn.

Quelle a été la température moyenne sur cette période ?

Lu	Ma	Me	Je	Ve	Sa	Dim
1 °C	3 °C	4 °C	-2 °C	-7 °C	-5 °C	-1 °C

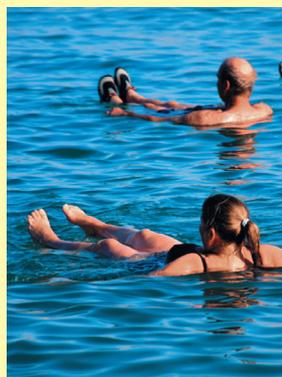
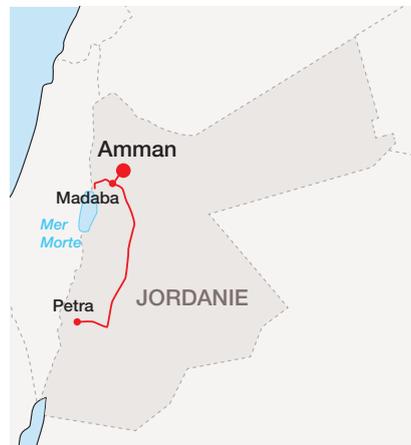
NO139 Voyage en Jordanie

Un voyageur a visité la Jordanie. Il a suivi l'itinéraire suivant : Amman (+ 912 m), Madaba (+ 763 m), rive de la mer Morte (- 422 m), Madaba, Petra (altitude maximale + 1396 m).

a) Quelle différence d'altitude y a-t-il entre :

- Amman et Madaba ?
- Madaba et Amman ?
- Petra et le bord de la mer Morte ?

b) Un plongeur descend à 22 m de profondeur dans la mer Morte. Quelle distance verticale le sépare de la surface de la Méditerranée ?



La mer Morte est un lac d'eau salée du Proche-Orient partagé entre Israël, la Jordanie et la Palestine. D'une surface approximative de 810 km², elle est alimentée par le Jourdain.



Alors que la salinité moyenne de l'eau de mer oscille entre 2 et 4 %, celle de la mer Morte est d'approximativement 27,5 %. Elle est telle qu'un être humain peut y flotter sans aucun problème. Aucun poisson ni aucune algue macroscopique ne peuvent subsister dans de telles conditions ; c'est ce qui lui vaut le nom de « mer morte ». Seuls des organismes microscopiques (plancton et bactéries) y vivent.

La mer Morte a perdu, ces cinquante dernières années, le tiers de sa superficie. Une des principales causes est la surexploitation croissante du Jourdain, sa seule source d'eau douce, à des fins d'irrigation. Une autre cause est l'évaporation de volumes importants d'eau par les usines de production de sel de la mer Morte.

Petra (*petra*, « le rocher » en grec ancien) est une ancienne cité troglodytique (creusée dans la roche) située dans l'actuelle Jordanie. Elle fut créée vers la fin du VIII^e siècle av. J.-C.

NO140 Le grand bleu

Un plongeur se situe à 12 m au-dessous de la surface de l'eau.

Il descend de 14 m et remonte ensuite de 20 m.

À quelle profondeur est-il alors ?

Écris le calcul qui te permet de trouver la réponse.

NO141 Hockey – NL

Voici le classement de la saison 2021–2022 de hockey sur glace à la fin du tour préliminaire.

- a) Quelles sont les équipes ayant une différence de buts positive ? Négative ?
- b) Établis un classement ne tenant compte que de la différence de buts.

	Équipe	MJ	V	VP	DP	D	B	PTS	PPM
1	Zoug	52	24	12	4	12	177:127	100	1.92
2	Fribourg	50	26	6	4	14	159:124	94	1.88
3	Zurich	52	26	6	6	14	169:130	96	1.85
4	Rapperswil	52	28	3	4	17	164:135	94	1.81
5	Davos	51	27	3	1	20	148:125	88	1.73
6	Bienne	51	24	5	5	17	154:128	87	1.71
7	Lausanne	51	27	1	4	19	155:143	87	1.71
8	Genève-Servette	52	23	6	7	16	151:130	88	1.69
9	Lugano	52	21	4	5	22	160:158	76	1.46
10	Ambri-Piotta	52	19	3	3	27	131:145	66	1.27
11	Berne	52	17	3	8	24	136:148	65	1.25
12	Langnau	50	9	2	4	35	129:205	35	0.70
13	Ajoie	51	6	3	2	40	89:224	26	0.51

MJ = matchs joués, V = victoires, VP = victoires en prolongation, DP = défaites en prolongation, D = défaites, B = buts, PTS = points, PPM = points par match joué

Multiplication et division de nombres relatifs

NO142 Pour multiplier

Aide-toi de ces quatre égalités

$$(+8) \cdot (+5) = (+40)$$

$$(-8) \cdot (+5) = (-40)$$

$$(+8) \cdot (-5) = (-40)$$

$$(-8) \cdot (-5) = (+40)$$

pour trouver le résultat de ces calculs :

a) $(+20) \cdot (-17)$

c) $(-6) \cdot (-15)$

e) $(-17) \cdot (+5)$

g) $(-25) \cdot (+22)$

b) $(+8) \cdot (+4)$

d) $(+12) \cdot (-12)$

f) $(+2) \cdot (-2)$

h) $0 \cdot (-100)$

Comment multiplier deux nombres, qu'ils soient positifs ou négatifs ?

NO143 Plus ou moins ?

Effectue ces calculs, puis compare tes résultats avec ceux que tu obtiens à l'aide de ta calculatrice :

a) $(+7) \cdot (+2)$ b) $(+7) \cdot (-2)$ c) $(-7) \cdot (+2)$ d) $(-7) \cdot (-2)$

Procède de même pour les calculs suivants :

e) $(+8) \cdot (-15)$ g) $(-12) \cdot (-2)$ i) $(-12) \cdot (+8)$ k) $(-3) \cdot (-20)$
 f) $(+6) \cdot (+4)$ h) $(+10) \cdot (-33)$ j) $(+12) \cdot (-12)$ l) $(+10) \cdot (-100)$

Comment multiplier deux nombres, qu'ils soient positifs ou négatifs ?

Fichier : **NO144 et NO145**

NO146 Pour diviser

Aide-toi de ces quatre égalités

$(+144) : (+6) = (+24)$	$(-144) : (+6) = (-24)$
$(+144) : (-6) = (-24)$	$(-144) : (-6) = (+24)$

pour trouver le résultat de ces calculs :

a) $(+24) : (-12)$ c) $(-36) : (-6)$ e) $(-7) : (+7)$ g) $(-400) : (-40)$
 b) $(+16) : (+8)$ d) $(+12) : (-2)$ f) $0 : (+2)$ h) $(+1300) : (-100)$

Comment diviser un nombre par un autre, qu'ils soient positifs ou négatifs ?

NO147 Diviser pour régner

Effectue ces calculs, puis compare tes résultats avec ceux que tu obtiens à l'aide de ta calculatrice :

a) $(+12) : (+3)$ b) $(+12) : (-3)$ c) $(-12) : (+3)$ d) $(-12) : (-3)$

Procède de même pour les calculs suivants :

e) $(+8) : (-2)$ g) $(-12) : (-2)$ i) $(-18) : (+6)$ k) $(-140) : (-20)$
 f) $(+36) : (+4)$ h) $(+100) : (-20)$ j) $(+12) : (-12)$ l) $(+1000) : (-100)$

Comment diviser un nombre par un autre, qu'ils soient positifs ou négatifs ?

NO148 Réversibilité

On peut justifier la réponse d'une division selon l'exemple ci-dessous :

$12 : 2 = 6$	car	$6 \cdot 2 = 12$
--------------	-----	------------------

En t'appuyant sur cet exemple, trouve la réponse aux calculs ci-dessous :

a) $(+12) : (-6) = \blacksquare$ car $(\blacksquare) \cdot (-6) = (+12)$
 b) $(-12) : (+6) = \blacksquare$ car $(\blacksquare) \cdot (+6) = (-12)$
 c) $(-12) : (-6) = \blacksquare$ car $(\blacksquare) \cdot (-6) = (-12)$

Fichier : **NO149 à NO154**

NO155 Hommage à Raymond

En face de chaque opération, tu découvres un « morceau » de phrase.

La réponse de chaque opération te permet de décoder la suite du texte de la manière suivante : il suffit de chercher dans la liste un calcul dont le premier nombre est le résultat que tu as obtenu.

Commence par le calcul a).

- a) $(-18) + (-2) - (-25)$
- b) $4^2 - 16 \cdot (-2)$
- c) $(-180) : 60 - 60$
- d) $5 - 90 : (-3)$
- e) $-500 - 500$
- f) $-80 + 20 \cdot (-5)$
- g) $300 - 50 \cdot (-4)$
- h) $(-63) : (-3)$
- i) $70 + (-50 + 20)$
- j) $2^2 - (-2)^2 + 4$
- k) $-130 - 60 - 110$
- l) $35 \cdot (-2) \cdot (-1)$
- m) $40 - (-20 + 140)$
- n) -2^2
- o) $21 - (30 - 119) + 190$
- p) $-4 + 4 \cdot (-2) - (-14)$
- q) $500 - 500 \cdot 2$
- r) $-300 - [400 : (-4) - 198]$
- s) $(-1000 - 500) : (-15) - 5$
- t) $95 - 225$



Raymond Devos (1922-2006)
Humoriste français, mime accompli, il pratiquait avec dextérité les jeux de mots et possédait un goût pour l'absurde : « Il m'est arrivé de prêter l'oreille à un sourd... Il n'entendait pas mieux ! », « Quand j'ai tort, j'ai mes raisons que je ne donne pas. Ce serait reconnaître mes torts... »

Mais, me direz-vous,

Cela fait rien de neuf !

Exemple : Rien moins rien = moins que rien !

si on en parle pour ne rien dire,

Deux fois rien... c'est pas beaucoup !

La preuve, c'est qu'on peut le soustraire.

On peut acheter quelque chose avec rien !

Si l'on peut trouver moins que rien

Eh bien, de rien !

Trois multiplié par trois = neuf.

Et pour pas cher !

de quoi allons-nous parler ?

De rien ! Car rien... ce n'est pas rien !

trois fois rien par trois fois rien :

c'est que rien vaut déjà quelque chose !

Rien multiplié par rien = rien.

En le multipliant ! Une fois rien... c'est rien.

Maintenant, si vous multipliez

Mais trois fois rien ! ...

Pour trois fois rien, on peut déjà acheter quelque chose...

Encore quelques problèmes

NO158 Réelle ou ressentie ?

Pour une température identique, nous avons l'impression qu'il fait plus froid lorsque le vent souffle que lorsqu'il ne souffle pas. On parle de température réelle (T), celle qu'indique le thermomètre, et de température ressentie (T_r).

Pour un vent soufflant à 60 km/h, la température ressentie se calcule à l'aide de la formule suivante :
 $T_r = 1,4 \cdot T - 9$

Calcule la température ressentie lorsque le vent souffle à 60 km/h et que la température réelle est de :

- a) 10 °C
- b) -15 °C

NO159 Trois petites énigmes

Trouve la réponse aux énigmes suivantes.

- a) La somme de deux nombres est égale à (-6) et leur produit vaut 9. Quels sont ces nombres ?
- b) Notre carré vaut 64. Qui sommes-nous ?
- c) Le produit de deux nombres est (-91), leur différence 20. Quels sont ces deux nombres ?

Les nombres rationnels peuvent s'écrire sous la forme d'une fraction, c'est-à-dire du quotient de deux entiers relatifs ; le diviseur ne peut, bien entendu, pas être égal à 0.

Avec le sourire et beaucoup d'ironie, le mathématicien Nicolas Rouche (décédé en 2008) écrivait dans son livre *Pourquoi ont-ils inventé les fractions ?* :

« Les fractions sont un des premiers et principaux terrains où se développent le dégoût des mathématiques et la conviction, à peu près toujours fausse, que l'on est incapable de cette activité [...] »

« Alors pourquoi ont-ils inventé les fractions, si elles font tant de mal ? C'est qu'elles sont une clé des partages de grandeurs, des rapports et donc des mesures, des proportions, des figures semblables, des probabilités, du calcul des exposants, des notations algébriques... »

N. Rouche Pourquoi ont-ils inventé les fractions ?

L'idée qu'il existe des quantités non entières est très ancienne et remonte au moins à l'Égypte antique : les Égyptiens utilisaient à cette époque des fractions de numérateur 1.

Les « nombres à virgule », quant à eux, sont une invention récente datant de la Renaissance.

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{9}$$

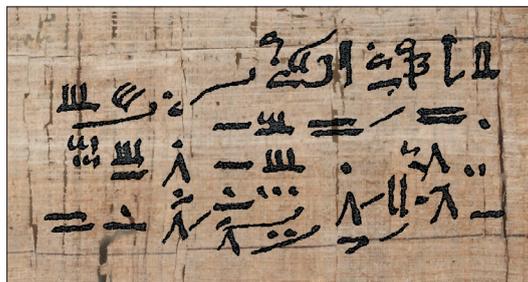
$$\frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{331}$$



Écriture hiéroglyphique



Extrait du papyrus de Rhind : écriture hiératique (écriture simplifiée)

Nombres rationnels

Apprentissages visés

- Connaissance et utilisation :
 - des différentes écritures d'un même nombre
 - des priorités des opérations
 - des propriétés des opérations pour organiser et effectuer des calculs de manière efficace et pour donner des estimations
 - des diverses fonctions de la calculatrice et de la prise en compte de l'ordre dans lequel elle effectue les opérations
- Comparaison, approximation, encadrement, représentation sur une droite et ordre de grandeur de nombres écrits sous forme décimale, fractionnaire, de pourcentage et/ou de puissance
- Utilisation de procédures de calcul réfléchi et de calcul mental avec des nombres rationnels sous forme décimale et fractionnaire, pour obtenir un résultat exact ou une estimation
- Utilisation des algorithmes pour effectuer des calculs de façon efficace avec des nombres rationnels sous forme décimale et fractionnaire
- Discernement des ensembles de nombres

Sommaire

Pour réactiver certaines connaissances	60
Premiers pas avec les rationnels	60
Représentation de fractions	62
Amplification et simplification	63
Plusieurs écritures pour de mêmes nombres	64
Fraction « partie d'un tout »	66
Addition et soustraction de fractions	68
Encore quelques problèmes	71



Pour réactiver certaines connaissances

NO160 Lettres en chiffres

Écris en chiffres :

- | | |
|--------------------------------------|-------------------------------------|
| a) quatre-mille-quatre-vingts | e) cent-cinquante-trois millièmes |
| b) deux-millions-quinze | f) cinq dizaines et douze centièmes |
| c) treize unités et quatre centièmes | g) deux-cent-cinquante-sept |
| d) deux dixièmes | h) neuf unités et huit millièmes |

NO161 Chiffres en lettres

Écris en lettres :

- | | | |
|--------------|---------|-----------|
| a) 725 | c) 30,8 | e) 8,021 |
| b) 8 105 092 | d) 0,17 | f) 84 000 |

NO162 Zéros

Recopie ces nombres sans les zéros inutiles :

- | | | |
|----------|------------|-------------------|
| a) 10320 | b) 007,007 | c) 5 000 000,6050 |
|----------|------------|-------------------|

NO163 Par ordre croissant

Classe les nombres suivants par ordre croissant :

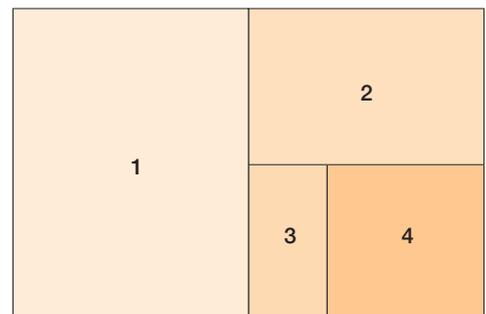
3,45 3,3 2,87 3,40 3,5 3,05 3,33

Premiers pas avec les rationnels

NO164 Partage

Sur ce dessin à l'échelle, l'unité d'aire est le rectangle extérieur.

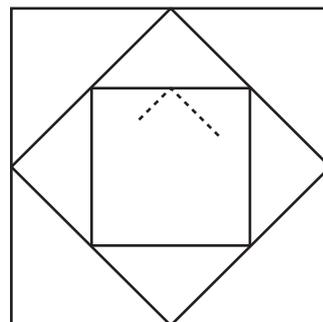
Exprime l'aire de chaque morceau en fonction de l'unité.



NO165 Ça tourne carré!

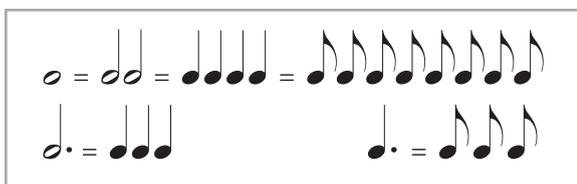
À chaque nouvelle étape, on forme un carré en joignant les milieux des côtés du carré précédent.

Exprime l'aire de chaque carré en fonction de celle du plus grand, admis comme unité.



NO166 Musique!

Voici les règles d'échange:



Copie et complète:

a) 1 ♩ = ... ♩

d) 1 ♩ = ... ♩

g) 1 ♩ = ... ♩

b) 1 ♩ = ... ♩

e) 1 ♩ = ... ♩

h) 6 ♩ = 2 ...

c) 3 ♩ = ... ♩

f) 1 ♩ = ... ♩

i) 1 ♩ = ... ♩

NO167 En classe

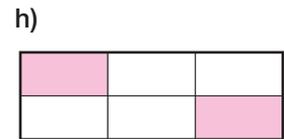
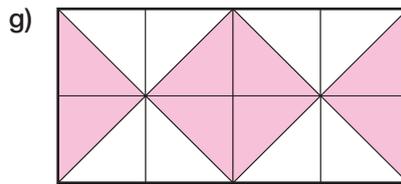
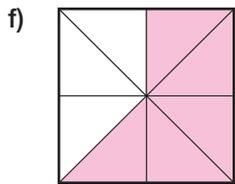
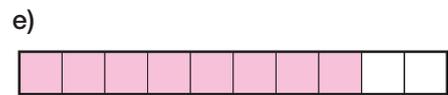
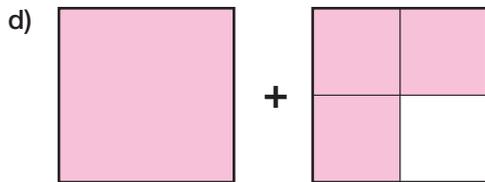
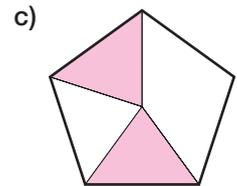
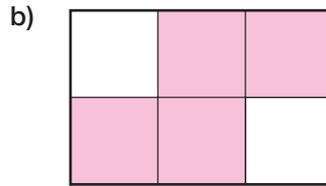
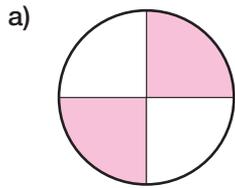
Dans une classe, 12 élèves sont des filles et 14 sont des garçons.

- Quelle part des élèves représentent les filles ?
- Quelle part des élèves représentent les garçons ?

Représentation de fractions

NO168 Fractions dessinées

Pour chacune des figures ci-dessous, indique la fraction coloriée.



Fichier: NO169 à NO171

NO172 Dessins de fractions

Représente les nombres ci-dessous à l'aide d'un dessin :

$$\frac{5}{8}$$

$$\frac{5}{12}$$

$$1$$

$$\frac{15}{4}$$

Fichier: NO173 à NO177

Amplification et simplification

NO178 Plus petit ou plus grand ?

Quelle est la fraction la plus grande ? Explique chaque fois comment tu procèdes.

- a) $\frac{29}{31}$ ou $\frac{30}{31}$? b) $\frac{17}{20}$ ou $\frac{17}{21}$? c) $\frac{3}{7}$ ou $\frac{7}{14}$? d) $\frac{3}{7}$ ou $\frac{5}{9}$? e) $\frac{7}{6}$ ou $\frac{12}{13}$?

NO179 Plus grand ou plus petit ?

Quel est le nombre le plus grand ?

- a) $\frac{12}{13}$ ou $\frac{15}{13}$? d) $\frac{1}{3}$ ou 0,3 ? g) $\frac{5}{8}$ ou $\frac{6}{10}$? j) $\frac{1}{3}$ ou 1,333... ?
b) $\frac{15}{17}$ ou $\frac{15}{18}$? e) $\frac{20}{30}$ ou $\frac{25}{50}$? h) $\frac{12}{10}$ ou 1,2 ? k) $\frac{9}{12}$ ou $\frac{16}{20}$?
c) $\frac{4}{5}$ ou 4,5 ? f) $\frac{9}{6}$ ou 1,4 ? i) $\frac{7}{18}$ ou $\frac{11}{18}$? l) $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{7}$?

As-tu procédé de la même manière que tes camarades ?

NO180 Fractions équivalentes

Écris cinq fractions

équivalentes à $\frac{3}{4}$,

équivalentes à $\frac{5}{6}$.

Pour chacune de ces deux séries, écris une fraction :

- a) ... dont le dénominateur est 120.
b) ... dont le numérateur est 120.
c) ... dont le dénominateur est une puissance de 12.
d) ... dont le dénominateur est une puissance de 10.
e) ... dont le numérateur est le même et est compris entre 100 et 110.
f) ... dont le dénominateur est le même et est compris entre 50 et 60.

Plusieurs écritures pour de mêmes nombres

Fichier : NO186 à NO188

NO189 D'une écriture à l'autre

Représente les nombres suivants sur une seule droite :

- | | | |
|---------------------------------------|-----------------------|----------------------|
| a) 0,6 | e) $1 + \frac{1}{10}$ | i) deux dixièmes |
| b) une unité et cinq dixièmes | f) $-\frac{5}{100}$ | j) nonante centièmes |
| c) $\frac{25}{100}$ | g) $-\frac{4}{10}$ | k) 1,72 |
| d) $2 + \frac{2}{10} + \frac{2}{100}$ | h) $\frac{150}{1000}$ | l) -0,3 |

NO190 Écritures décimales

Trouve l'écriture décimale des nombres suivants :

- | | | | |
|-----------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|------------------------------------|
| a) $\frac{3}{10}$ | d) $\frac{9}{10}$ | g) $8 + \frac{6}{100} + \frac{7}{10}$ | j) $\frac{3}{10} + \frac{2}{1000}$ |
| b) $1 + \frac{9}{10}$ | e) $4 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100}$ | h) $2 + \frac{3}{1000}$ | k) $-\frac{6}{10}$ |
| c) $\frac{2}{10} + 5$ | f) $\frac{3}{100} + \frac{5}{10}$ | i) $\frac{8}{100}$ | l) $-(3 + \frac{3}{10})$ |

NO191 Nombres à placer

Pour chaque série de nombres, construis une droite numérique, puis places-y précisément les nombres suivants :

- | | | | |
|------------------|---------------|---------------|---------------|
| a) $\frac{1}{2}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{3}{2}$ | $\frac{5}{4}$ |
| b) $\frac{3}{5}$ | cinq demis | 9 dixièmes | 3 |
| c) $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{2}$ | deux tiers | cinq quarts |

NO192 En fraction ou avec une virgule

Quelle est l'écriture décimale des nombres ci-dessous ?

$$\frac{1}{2} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{7}{10} \quad \frac{26}{10} \quad \frac{5}{4} \quad \frac{7}{5} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{2}{7}$$

NO193 Avec une virgule ou en fraction

Écris les nombres ci-dessous sous forme de fractions irréductibles :

$$0,4 \quad 2,8 \quad 100,5 \quad 2,48 \quad 3,07 \quad 5,408$$

NO194 Encore des fractions irréductibles

Donne la fraction irréductible des nombres ci-dessous :

$$0,25 \quad 0,\bar{6} \quad 2,125 \quad 1,35 \quad 2,22 \quad 1,\bar{3}$$

NO195 Toujours des fractions irréductibles

Écris les nombres ci-dessous sous forme de fractions irréductibles :

$$-0,8 \quad -0,68 \quad 1,\bar{6} \quad 0,\bar{9} \quad 7,875 \quad -0,\bar{3}$$

NO196 Juste au milieu

Anne affirme : « Je connais une fraction $\frac{a}{b}$ qui se situe juste au milieu de $\frac{5}{7}$ et $\frac{6}{7}$. »

Raphaël dit : « Je connais une autre fraction $\frac{c}{d}$ qui se situe juste au milieu de $\frac{a}{b}$ et $\frac{6}{7}$. »

Fabienne rajoute : « Je connais une troisième fraction $\frac{e}{f}$ qui se situe juste au milieu de $\frac{c}{d}$ et $\frac{6}{7}$. »

Quels sont ces nombres ?

NO197 Une grande fraction

Un élève a représenté $\frac{7}{5}$ à l'aide du dessin suivant :



a) Est-ce correct ?

b) Représente $\frac{9}{4}$ à l'aide d'un dessin.

NO203 Presque anglo-saxon

Dans un livre de math anglo-saxon, on trouve l'égalité :

$$1\frac{3}{4} + 3\frac{1}{2} = 5\frac{1}{4}$$

- a) Comment interprètes-tu cette écriture, sachant que l'égalité est correcte ?
- b) Écris de la même manière les fractions suivantes : $\frac{7}{6}$, $\frac{105}{25}$ et $\frac{36}{12}$.

Fichier : **NO204 et NO205**

Fraction « partie d'un tout »

NO206 Parties d'entiers

Calcule :

- a) le $\frac{1}{9}$ de 270
- b) les $\frac{9}{10}$ de 3000
- c) les deux tiers de 1200
- d) les $\frac{6}{5}$ de 250
- e) les cent cinquante centièmes de 10
- f) les $\frac{5}{6}$ d'un angle plat
- g) les trois dixièmes d'une heure
- h) le cinquième d'une année

NO207 En cuisine

Lu dans une recette de cuisine :

- mettre trois quarts de litre d'eau dans un récipient gradué,
- en verser les deux tiers dans une casserole.

Que reste-t-il alors dans le récipient gradué ?

NO208 Chocolat

Samuel a mangé les $\frac{3}{5}$ de cette plaque de chocolat.

Combien de carrés a-t-il mangés ?

**NO209 À partir de 60**

Écris plusieurs façons de calculer les $\frac{5}{6}$ de 60, puis donne la réponse.

NO210 Réseaux sociaux

James est inscrit sur les réseaux sociaux. Il a en tout 180 amis avec lesquels il communique. Quatre neuvièmes sont des filles.

- Quelle fraction de ses amis sont des garçons ?
- Combien d'amis sont des filles et combien sont des garçons ?

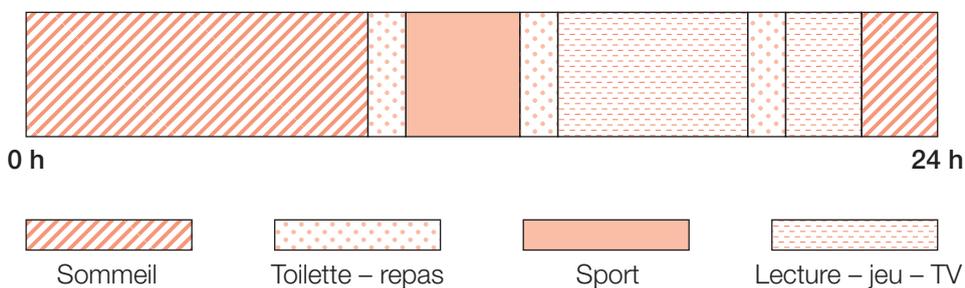
NO211 Surface colorée

Le côté d'un carré mesure 5 cm. On colorie les $\frac{3}{4}$ de sa surface.

Combien de centimètres carrés cela représente-t-il ?

NO212 Une journée bien remplie

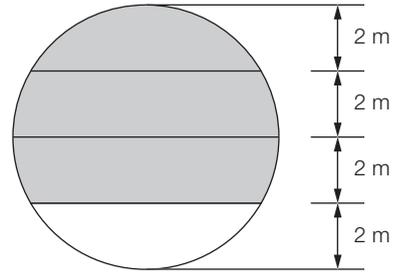
Voici comment s'organise une journée de vacances de François :



Écris sous forme de fraction la part de la journée qui correspond à chacune des quatre activités de la journée de François.

NO213 Marie et son disque

Marie devait peindre en gris les $\frac{3}{4}$ du disque.
A-t-elle correctement effectué son travail ?

**NO214 Sur mon portable**

Jonathan reçoit Fr. 30.– de crédit pour son téléphone portable. Il en utilise les deux cinquièmes la première semaine et le quart la deuxième.

- Combien de francs de crédit lui reste-t-il à la fin de la deuxième semaine ?
- Quelle fraction cela représente-t-il par rapport à ses Fr. 30.– de départ ?

Fichier: **Faire le point p. 73**

Addition et soustraction de fractions**NO215 Début de leçon**

Aide Julie à effectuer cette opération.

$$\frac{3}{4} + \frac{6}{5} =$$



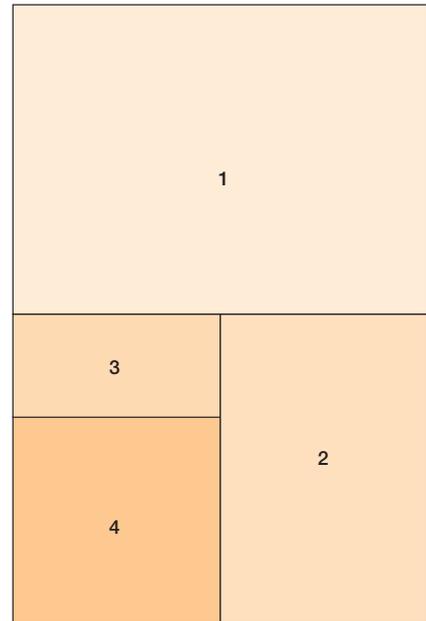
NO216 Partage, le retour!

L'unité d'aire est le rectangle extérieur.

Effectue les opérations suivantes :

- La somme des aires des rectangles 1 et 2.
- La somme des aires des rectangles 3 et 4.
- La somme des aires des rectangles 2 et 3.
- La somme des aires des rectangles 1, 2, 3 et 4.
- La différence des aires des rectangles 2 et 4.
- La différence des aires des rectangles 4 et 3.
- La différence des aires des rectangles 1 et 4.
- La différence des aires des rectangles 2 et 3.
- Énonce une règle te permettant d'additionner ou de soustraire des fractions.
- Applique cette règle aux calculs suivants :

$$\frac{1}{6} + \frac{5}{12} \quad \frac{4}{9} - \frac{1}{3} \quad \frac{3}{4} + \frac{6}{5} \quad 3 - \frac{5}{4}$$

**NO217 Dans quel dessin ?**

Illustre à l'aide de figures géométriques (disques, carrés, rectangles, segments, etc.) les opérations suivantes :

a) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

c) $\frac{3}{10} + \frac{3}{2}$

e) $\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$

b) $\frac{3}{4} - 0,5$

d) $\frac{2}{5} - \frac{1}{4}$

f) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$

NO218 Quelle somme ?

Voici deux procédés pour additionner $\frac{3}{4}$ et $\frac{4}{5}$:

1) Comme $\frac{3}{4} = 0,75$ et $\frac{4}{5} = 0,80$, alors $0,75 + 0,80 = 1,55$.

Comme $1,55 = \frac{155}{100} = \frac{31}{20}$, on en déduit $\frac{3}{4} + \frac{4}{5} = \frac{31}{20}$.

2)

$$\frac{3}{4} + \frac{4}{5} =$$

$$\frac{15}{20} + \frac{16}{20} = \frac{31}{20}$$

Lequel des deux procédés est-il préférable d'utiliser pour effectuer les opérations suivantes ?

a) $\frac{12}{5} + \frac{7}{10}$

b) $\frac{3}{8} + \frac{7}{3}$

c) $\frac{17}{10} - \frac{3}{10}$

d) $\frac{2}{7} + \frac{5}{3}$

NO219 Histoire de se perdre

a) Invente un labyrinthe de 16 cases (4×4) en respectant les règles suivantes :

- chaque case contient :
un **nombre**, exprimé à l'aide d'une fraction ;
une **opération** d'addition ou de soustraction de deux fractions ;
- pour passer d'une case à l'autre, tout au long du cheminement adéquat, il s'agit d'effectuer l'**opération** indiquée sur la case, puis de chercher la réponse parmi les **nombres** des cases voisines ;
- les cases de départ et d'arrivée se situent sur deux cases d'angles opposés ;
- le cheminement qui conduit du départ à l'arrivée doit être unique.

$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{7}{9} + \frac{3}{7}$	$\frac{4}{2} - \frac{2}{4}$

Exemple de deux cases

b) Soumets ton labyrinthe à ton voisin et demande-lui de retrouver le parcours qui mène de la case de départ à la case d'arrivée.

Encore quelques problèmes

NO224 Terres et mers

La superficie de la Terre est d'environ 500 millions de kilomètres carrés.

Quelle fraction de cette superficie couvre chaque océan ?

Océans (y compris grandes mers)	Superficie (en mio. km ²)
Pacifique	180
Atlantique	100
Indien	75

NO225 Relief suisse

La Suisse occupe une superficie d'environ 40 000 km², répartie en trois régions.

Les trois cinquièmes se trouvent dans les Alpes et les trois dixièmes dans le Moyen-Pays.

Quelle est la superficie du Jura, qui constitue la troisième grande région de la Suisse ?

NO226 Au-dessous de la moyenne

Lors de la dernière évaluation de mathématiques, deux tiers des élèves de la classe ont obtenu une note d'au moins 4,5 et deux neuvièmes une note de 4.

Tous les autres élèves ont obtenu une note inférieure à 4.

Quelle fraction des élèves de la classe représente cette dernière catégorie ?

NO227 Pays limitrophes de la Suisse

Les 1900 km de frontière suisse se répartissent approximativement ainsi :

Italie: $\frac{2}{5}$ France: $\frac{3}{10}$ Allemagne: $\frac{1}{5}$ Autriche et Liechtenstein: $\frac{1}{10}$

Calcule la longueur de chacun de ces tronçons.

NO228 Soldes de printemps

Lors des soldes de printemps, un magasin offre un rabais de 25 % sur tous ses articles.

Combien paie-t-on alors un pantalon coûtant normalement Fr. 180.– ?

NO229 Budget

Le mois passé, j'ai dépensé $\frac{4}{15}$ de mon argent de poche pour mon téléphone portable, $\frac{2}{5}$ pour mes sorties du samedi après-midi et finalement $\frac{2}{15}$ pour divers petits achats. Il me restait alors $\frac{3}{10}$ de mon argent de poche pour offrir un cadeau d'anniversaire à ma sœur.

Cette dernière affirmation est-elle correcte ?

NO230 Assemblée communale

Dans une assemblée de 210 personnes, les $\frac{5}{7}$ sont des hommes et, parmi ceux-ci, le tiers sont des célibataires.

- Combien d'hommes y a-t-il ?
- Combien d'hommes célibataires y a-t-il ?
- Combien de femmes y a-t-il ?

NO231 La copine de Christine

Pour aller chez sa copine, Christine a fait le tiers du trajet en train, puis les deux cinquièmes en bus et le reste à pied.

Quelle fraction du voyage représente le parcours à pied ?

NO232 Amazonie

La forêt amazonienne s'étend sur environ 4 000 000 km².

Cette année, $\frac{1}{100}$ de sa superficie a été détruite.

Cette partie représente-t-elle plus ou moins que la superficie de la Suisse ?

NO233 Des milliards d'octets

Jeanne décide d'acheter une nouvelle clé USB de 256 GB pour remplacer les deux qu'elle possède actuellement et qui pouvaient contenir chacune 64 GB. La première était remplie aux trois quarts et la deuxième à moitié.

Quelle fraction de la nouvelle clé USB sera occupée si Jeanne transfère le contenu des deux anciennes sur la nouvelle ?

L'octet (en anglais *byte*, symbole B) est une unité d'information composée de 8 bits. Le mot **bit** résulte de la contraction des mots anglais « **binary digit** », soit chiffre binaire : 0 ou 1.

L'octet permet notamment de stocker un caractère, tel qu'une lettre ou un chiffre : le caractère « a », par exemple, est associé à l'octet « 01100001 » et « A » à « 01000001 ».

L'octet peut prendre 256 valeurs différentes de 00000000 à 11111111.

NO234 Mise en bouteilles

Une coopérative viticole produit 6300 hl de vin. Elle place les $\frac{4}{10}$ de sa production dans des bouteilles de 75 cl et le reste dans des bouteilles de 50 cl.

Combien de bouteilles de chaque sorte obtient-elle ?

NO235 Short ou pantalon ?

Dans une classe, $\frac{2}{9}$ des élèves portent des shorts et les autres des pantalons.

- Quelle fraction des élèves représentent ceux portant des pantalons ?
- Combien d'élèves peut-il y avoir dans cette classe ?

NO236 Brunnes ou non ?

Dans une classe, $\frac{3}{4}$ des élèves sont des filles. Un tiers d'entre elles ont des cheveux bruns.

Quelle fraction des élèves de cette classe représentent les filles aux cheveux bruns ?

NO237 À pied ou en bus ?

Dans une classe, $\frac{2}{3}$ des élèves viennent à l'école en bus et les six autres à pied.

Combien d'élèves compte cette classe ?

NO238 Candidats

Lors d'une élection, $\frac{3}{5}$ des électeurs ont voté pour la candidate Léa, $\frac{1}{4}$ pour le candidat Gianni et le reste pour le candidat Florian.

- a) Représente cette situation par un dessin de ton choix.
- b) Quelle fraction de l'assemblée a voté pour le candidat Florian ?

Fichier: **NO239 et NO240**

Fonctions et algèbre

- Fonctions et diagrammes
- Calcul littéral



Fonctions et algèbre

Résoudre des problèmes numériques et algébriques

Résolution de problèmes en lien avec les notions étudiées (fonctions, diagrammes, expressions algébriques et équations).

Résolution de problèmes de proportionnalité.

De très nombreux phénomènes naturels, comme les sons, la croissance des plantes, la température ou les précipitations, peuvent être représentés à l'aide de fonctions, de graphiques et de diagrammes.

Cette notion de *fonction* est plutôt récente dans l'histoire des mathématiques, puisque ce terme a été défini par Gottfried Wilhelm Leibniz à la fin du XVII^e siècle, puis développé, en particulier, par Leonhard Euler dès 1850. De nombreux mathématiciens se sont intéressés aux théories traitant des fonctions, car il s'agit d'un concept essentiel en mathématiques.

Essentiel aussi pour la vie quotidienne : si un ordinateur ou la télévision fonctionnent, si de la musique peut être codée pour être téléchargée, gravée sur un CD ou traduite en fichier MP3, si le micro-onde a été inventé..., c'est bien grâce à ce puissant outil mathématique qui aide également les météorologistes à prévoir le temps qu'il fera demain.



Le chou romanesco est constitué d'un ensemble de « florettes » pyramidales disposées en couronnes spiralées. Sa forme géométrique (dite fractale) est très particulière et décorative. Un examen attentif montre que le nombre de spirales orientées dans le sens des aiguilles d'une montre et le nombre de spirales orientées en sens inverse sont deux nombres de la suite de Fibonacci.

Fonctions et diagrammes

Apprentissages visés

- Reconnaissance de situations pouvant être modélisées par des fonctions
- Lecture, interprétation et réalisation de tableaux de valeurs, de représentations graphiques
- Passage d'une représentation à une autre
- Résolution de problèmes de proportionnalité
- Lecture de données
- Lecture, interprétation et réalisation de diagrammes
- Utilisation d'outils appropriés (*calculatrice, tableur, grapheur, etc.*)

Sommaire

Pour réactiver certaines connaissances	78
Approcher la notion de fonction	78
Lecture et représentation	80
Proportionnalité	81
Encore quelques problèmes	86
Diagrammes	88



Fichier: Que sais-je ? p. 79

Pour réactiver certaines connaissances

FA1 Système D

Construis un système d'axes perpendiculaires, gradue-les et place les points $H(-5,5 ; -3,5)$, $I(3,5 ; -1,5)$, $J(4 ; 0)$ et $K(0 ; -1,5)$.

FA2 Courrier A

Une personne envoie seize lettres en courrier A et paie Fr. 19.20.

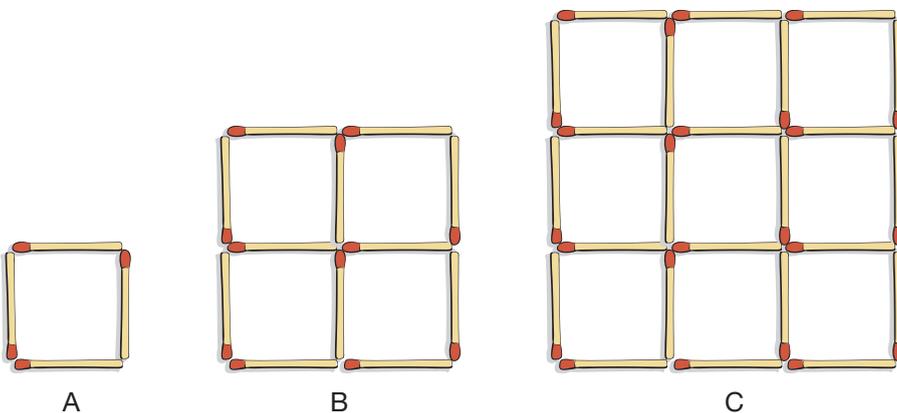
- Combien coûtera l'envoi de quatre lettres de même format au même tarif ?
- Et l'envoi de vingt-quatre lettres, toujours de ce même format ?

Approcher la notion de fonction

Fichier: FA3

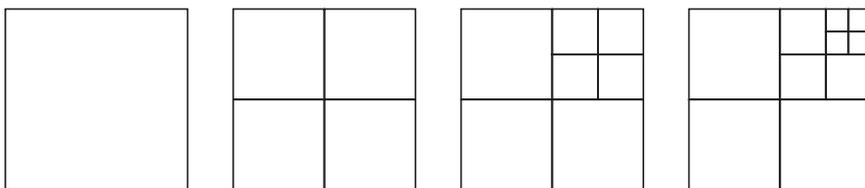
FA4 Allumettes

Cherche un moyen permettant de trouver le nombre d'allumettes nécessaires pour former n'importe quel carré construit selon le modèle ci-dessous dès qu'on connaît le nombre d'allumettes constituant le côté du carré.



FA5 Carreaux

Voici quatre dessins :



Le premier contient un carreau, le deuxième quatre et ainsi de suite.

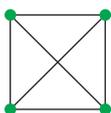
Pour passer d'une étape à l'autre, on divise le carré en haut à droite en quatre parties.

a) Combien de carreaux contiendra le cinquième dessin ?

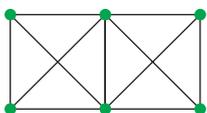
b) Et le neuvième dessin ?

FA6 Treillis

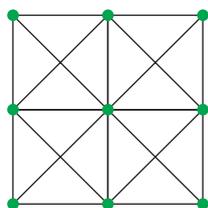
Un élément de ce motif est constitué d'un carré et de ses diagonales.



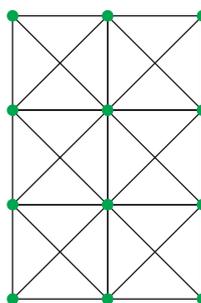
On les empile ainsi :



1^{re} étape



2^e étape



3^e étape

etc.

Combien comptera-t-on d'éléments de motif à la 10^e étape ? À la 25^e ? Et à la 2011^e ?

Et de diagonales ? Et de points verts ?

Explique ta démarche.

Lecture et représentation

Fichier: FA7

FA8 Boîtes noires bis

Représente dans un graphique les fonctions correspondant aux boîtes noires a), b) et c) de l'exercice FA3.

FA9 La goutte qui fait déborder le vase

On verse de l'eau dans un vase à fleurs. Pour chaque quantité d'eau versée, on mesure la hauteur qu'elle atteint dans le vase. Les résultats sont inscrits dans ce tableau :

Volume d'eau en cl	40	80	120	160	200	240	280
Hauteur d'eau en mm	27	54	81	108	158	208	258

- Établis un graphique de la situation.
- Trouve la hauteur d'eau correspondant à un volume de 50 cl, de 130 cl, de 260 cl.
- Propose un croquis de ce vase.

Fichier: FA10

FA11 Velopass

Une carte de membre au *Velopass* de ta ville coûte Fr. 35.–. Pour chaque heure d'utilisation, tu dois encore payer Fr. 1.–.

- Établis un tableau de valeurs, puis construis une représentation graphique de cette situation.
- Comment exprimerais-tu le prix à payer pour n heures d'utilisation d'un vélo ?

FA12 Service de renseignements

Le service de renseignements en Suisse est disponible au numéro 1811 au tarif de Fr. 1.90 l'appel puis Fr. 1.90 la minute.

- Établis un tableau de valeurs de la situation et réalise une représentation graphique.
- Détermine comment calculer le prix à payer pour un nombre quelconque de minutes.

FA13 En fonction de...

Représente dans un graphique :

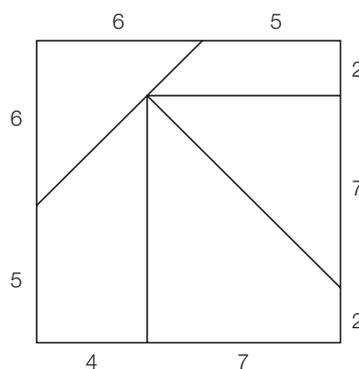
- le périmètre d'un carré en fonction de la mesure de son côté ;
- l'aire d'un carré en fonction de la mesure de son côté ;
- le volume d'un cube en fonction de la mesure de son arête.

Fichier : **Faire le point p. 84**

Proportionnalité**FA14 Puzzle**

Avec quatre de tes camarades, construis un agrandissement de ce puzzle carré en respectant la règle suivante : le segment qui mesure 4 cm devra mesurer 6 cm sur le nouveau puzzle.

Chacun construit seul une pièce. À la fin, mettez-vous ensemble et assemblez les cinq pièces construites pour reconstituer le puzzle.



Sur ce schéma, les dimensions sont exprimées en centimètres.

Fichier : **FA15 et FA16**

FA17 Proportionnel ?

Les phrases ci-dessous décrivent-elles des situations de proportionnalité ? Justifie tes réponses.

- L'aire d'un carré en fonction de la mesure de son côté.
- Une facture de téléphone à abonnement mensuel en fonction du nombre de minutes de communication.
- La masse d'un individu en fonction de sa taille.
- Le périmètre d'un triangle équilatéral en fonction de la mesure de son côté.
- Le volume d'un cube en fonction de la mesure de son arête.
- Le prix d'un plein d'essence en fonction du nombre de litres pris à la pompe.

FA18 Proportionnel ou non ?

Les deux tableaux ci-dessous peuvent-ils décrire des situations de proportionnalité ?

a)

x	5	-2	13	6,5
y	-25	10	65	32,5

b)

x	2	-30	-12	0,5
y	18	-270	-108	4,5

FA19 Patchwork

- a) Tu as payé Fr. 101.50 pour 7 bandes dessinées d'une même série toutes au même prix.
Comment procéder pour déterminer le prix de n'importe quel nombre de BD de la même série ?
- b) Par une belle matinée de printemps, ton thermomètre indique les températures suivantes :
12 °C à 8 h et 15 °C à 10 h.
Quelle température indiquera-t-il à 12 h ?
- c) Chaque élève d'une classe dessine un rectangle dont le périmètre mesure 30 cm.
Connaissant une dimension de l'un de ces rectangles, comment trouver l'autre ?
- d) Martine prépare de la boisson à la grenadine en mélangeant 3 verres de sirop et 4 litres d'eau.
Comment trouver la quantité de sirop nécessaire à la préparation d'une boisson qui a la même concentration, lorsque tu connais le nombre de litres d'eau du mélange ?
- e) Anthony est membre d'un vidéoclub dont la cotisation annuelle se monte à Fr. 30.-.
Chaque DVD qu'il emprunte lui revient à Fr. 4.-.
Comment trouver le montant qu'il doit payer annuellement selon le nombre de DVD empruntés ?
- f) Chaque élève d'une classe dessine un rectangle dont l'aire mesure 72 cm².
Connaissant une dimension de l'un de ces rectangles, comment trouver l'autre ?

Parmi ces six cas, lesquels sont des situations de proportionnalité ?

FA20 Gourmandise

120 g de chocolat coûtent Fr. 2.40.

- a) Combien coûtent 360 g, 480 g, 100 g, 1,3 kg ?
- b) Combien de grammes de même chocolat obtiens-tu avec Fr. 16.80 ?

FA21 Au marché

Trois personnes sont allées au marché. Elles ont acheté des tomates dans trois stands différents. Voici ce qu'elles ont payé :

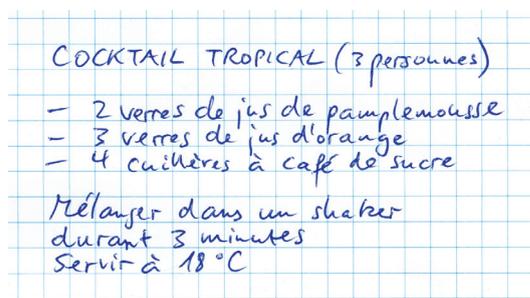
1 ^{er} stand :	1,5 kg	Fr. 4.35
2 ^e stand :	2½ kg	Fr. 7.75
3 ^e stand :	3,2 kg	Fr. 8.80

Laquelle des trois a bénéficié de la meilleure offre ? Justifie.

FA22 Cocktail des tropiques

Ta cousine te téléphone. Elle désire inviter huit copains, auxquels elle souhaite offrir un cocktail tropical, selon ta recette :

Que vas-tu lui dicter pour qu'elle puisse réussir son apéritif sans réfléchir ?



FA23 Pour les vacances

Tu vas en vacances en France. À la banque, il est indiqué que € 1 coûte CHF 0.96.

Combien d'euros obtiendras-tu si tu changes CHF 250.- ?

FA24 Chère essence

Tes parents vont faire le plein du réservoir de leur voiture dans une station.

Ils prennent 55 l de diesel. Combien devront-ils payer ?



Le prix de l'essence évolue constamment et est influencé par :

- le prix de la matière première, le pétrole brut, qui varie en fonction des événements internationaux ;
- les variations du taux de change entre le franc suisse et le dollar américain ;
- le prix de la distribution en Suisse : transport, coûts de stockage, logistique,...

Enfin, les impôts et les taxes constituent une très grosse part du coût de l'essence en Suisse, puisque 50 % environ du prix de l'essence à la pompe vont directement dans les caisses de l'État fédéral.

FA25 De crêpe en crêpe

Dans un livre de cuisine, on trouve la recette ci-contre pour la pâte à crêpes.

Laurie décide d'augmenter les quantités indiquées pour inviter tous ses copains lors de son anniversaire. Elle prépare alors une pâte avec 8 œufs, 1,6 kg de farine, 3,6 l de lait, 8 cuillères à café de sel et 240 g de sucre.

Les crêpes n'ont pas été très appréciées par les convives.

- Laurie a-t-elle bien suivi la recette?
- Combien de convives avait-elle prévus?

Pour 4 personnes :

2 œufs

300 g de farine

3 dl de lait

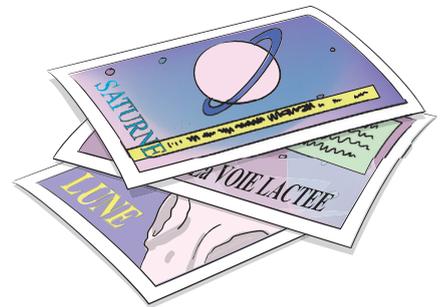
1 cuillère à café de sel

60 g de sucre

FA26 Échanges

Dans la cour de l'école, quelques enfants essaient de compléter leur collection d'images. Les règles d'échange sont les suivantes :

- 2 « Saturne » valent 5 « Lune » ;
 - 3 « Lune » valent 4 « Voie lactée ».
- Jean possède 6 « Saturne ». Combien pourra-t-il obtenir de « Voie lactée » ?
 - Combien obtiendrait-il de « Saturne », s'il possédait 80 « Voie lactée » ?



FA27 Bonjour les vacances!

Dans un pays, l'unité de monnaie est le Z. Au bureau de change officiel, on te donne Z60.– pour CHF 100.–.

Un porteur te propose Z40.– pour le billet de CHF 50.– qui dépasse de ta poche.

Dans une boutique de souvenirs, on t'offre Z15.– pour CHF 20.–.

Quel est le change le plus favorable ?

FA28 Grand Canyon

Parti en vacances aux États-Unis, Fabio prévoit de faire une randonnée dans le Grand Canyon.

Il lit le panneau ci-contre :

- Comment passe-t-on des kilomètres aux miles ?
- Comment passe-t-on des pieds (ft = feet) aux mètres ?
- Représente ces deux situations dans deux graphiques différents.

OOH AAH POINT

$\frac{1}{4}$ hour - $\frac{3}{4}$ hour to hike down

Add time to rest and enjoy

$\frac{3}{4}$ hour - $1\frac{1}{4}$ hours to hike back up

780 ft / 238 m change in elevation

1.5 mi / 2.4 km total distance

• No water

• No shade



La NASA (*National Aeronautics and Space Administration*), l'administration gouvernementale responsable du

programme spatial des États-Unis, n'est pas à l'abri des problèmes de transformations d'unités ; ses scientifiques ont avoué qu'une erreur de calcul, due à une confusion entre *miles* et *kilomètres*, avait provoqué l'échec d'une mission.

En 1999, une sonde avait atteint Mars, mais s'était écrasée dès son premier passage au-dessus de la face cachée de la planète. La NASA avait plus tard révélé que ses ingénieurs s'étaient embrouillés lors de la simple conversion d'unités métriques en unités anglo-saxonnes d'une information concernant une trajectoire.

La NASA indique, de plus, que seuls les États-Unis, la Birmanie et le Liberia utilisant toujours les miles pour mesurer les distances, ses projets sont désormais réalisés en utilisant uniquement le système métrique et les unités du Système international.

FA29 Vidéoprojecteur

En projetant les images d'un écran d'ordinateur de 28×21 cm à l'aide d'un vidéoprojecteur, on obtient une image dont l'une des dimensions est 3,60 m.

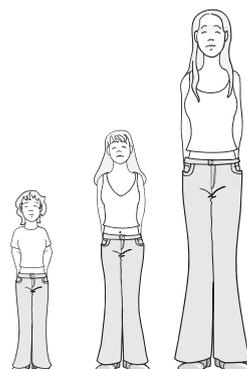
Quelle est la mesure de l'autre ?

FA30 On rapetisse

Sur ce dessin, les trois personnages mesurent respectivement 2,4 cm, 3,2 cm et 4,8 cm.

Sur une réduction de ce même dessin, celui de taille intermédiaire ne mesure plus que 2,4 cm.

Quelles seront, dans ces conditions, les nouvelles mesures des deux autres ?



FA31 Change

Pour se rendre en Espagne, Diego change CHF 350.– et obtient € 365.–.

Là-bas, il achète des habits pour une somme totale de € 140.–.

Combien de francs suisses cela représente-t-il ?

FA32 Consommation

Une automobiliste fait le plein d'essence sans plomb dans la station affichant les prix ci-contre. Elle doit alors s'acquitter d'un montant de Fr. 65.20.

Sachant qu'elle peut parcourir en moyenne 620 km avec un plein d'essence, quelle est sa consommation pour 100 km ?



FA33 En grandissant

Ana mesurait 1,37 m à 11 ans et 1,45 m une année plus tard.

Quelle sera sa taille lorsqu'elle sera âgée de 16 ans ?

FA34 Planche à voile

Elsa, Loïc et Chloé ont loué ensemble, pendant deux jours, une planche à voile pour un montant total de Fr. 240.–. Elsa l'a utilisée pendant 5 heures, Loïc pendant 7 heures et Chloé pendant 4 heures. Ils décident de payer chacun proportionnellement à leur durée d'utilisation.

Calcule la part à payer par chacun.

Fichier: **Faire le point p. 88**

Encore quelques problèmes

FA35 Achat de musique

Sur un magasin de musique en ligne, on te propose n'importe quel album au prix de Fr. 14.–. Tu possèdes pour ce site un bon d'achat de Fr. 150.–.

Exprime le montant qu'il te restera à payer, quel que soit le nombre d'albums achetés.

FA36 Devine !

Anthony dit à Martine :

« Choisis un nombre, multiplie-le par 3,5 et soustrais ensuite 145 de ce résultat. »

Martine lui répond : « J'ai obtenu -75 ! »

Anthony reprend alors, après un bref instant : « Je connais le nombre que tu as choisi cette fois ! Et quel que soit le nombre auquel tu penses, je pourrai le retrouver ! »

Comment procède-t-il ?

Fichier: **FA37**

FA38 Rue des bouchers

Dans une première boucherie, Amira paierait Fr. 7.50 pour 300 g de viande hachée.

Dans une deuxième boucherie, la même qualité de viande hachée coûte Fr. 25.– le kilo.

Où Amira a-t-elle avantage à acheter sa viande hachée ?

FA39 Tirelire

Une tirelire, dont la masse vide est de 120 g, ne contient que des pièces de 50 centimes.

Sur un rouleau de telles pièces, on peut lire :

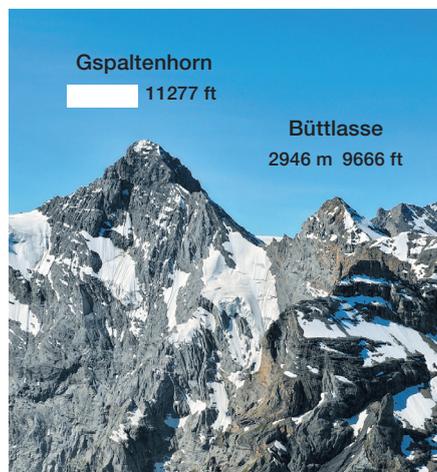
Fr. 25.– $\frac{50 \text{ Stück zu / pièces de / pezzi di 50 c.}}{(110 \text{ g})}$
--

- Quelle est la masse totale de la tirelire si elle contient 10 pièces ?
Et si elle en contient 50 ? 130 ? Et n pièces ?
- Combien y a-t-il de pièces dans la tirelire, si sa masse totale est de 175 g ?
De 329 g ? Et de 1209 g ?

FA40 Vertiges

Une altitude peut se mesurer en mètres (m) ou en pieds (ft).

Quelle est l'altitude (exprimée en mètres) du Gspaltenhorn ?



FA41 Tarif unique

Voici le plan tarifaire proposé par un opérateur de téléphonie mobile :

0.00 / mois

Appels vers tous les réseaux suisses CHF 0.15/min

- Si le montant de la facture est de CHF 15.–, quel a été le nombre de minutes consommées ?
- Quel serait le montant de la facture pour une heure et quart ?

FA42 €, \$ et CHF

Un voyageur américain se rend en Europe pour un voyage touristique de cinq jours. En prévision, il change \$ 1000.–.

- a) Sachant que € 1 vaut \$ 1.10, combien d'euros obtient-il ?
- b) Après trois jours, il décide de se rendre en Suisse. Il lui reste € 400.–. Il procède à une estimation et pense qu'il disposera d'à peu près CHF 400.–. Il dépense finalement CHF 330.– dans ce pays, puis rentre aux États-Unis. Là, il change ses derniers francs suisses en dollars.

Estime combien il obtiendra de dollars.

Toute banque ou bureau de change propose un tableau de conversion des devises.

Si l'on souhaite y changer CHF 200.– en euros, par exemple, le bureau de change vend des euros et applique le taux de change *1 euro vaut CHF 0.99*. On obtiendra donc environ € 202.00

Si l'on recharge immédiatement ces 202.00 euros en francs suisses, alors la banque les achète et applique le taux *1 euro vaut CHF 0.9295*. Et l'on obtient alors CHF 187.75 environ.

Par commodité, en cours de mathématiques, on utilise généralement un unique taux de change moyen.

Cours des billets le 16 août 2023

Pays	Monnaie	ISO	Unité	Achat	Vente
	Euro	EUR	1	0.9295	0.99
	Dollar américain	USD	1	0.834	0.9195
	Livre sterling	GBP	1	1.06	1.1805
	Yen japonais	JPY	100	0.5385	0.654
	Couronne suédoise	SEK	100	7.1	9.1
	Couronne danoise	DKK	100	11.9	13.9
	Couronne norvégienne	NOK	100	7.35	9.35
	Dollar canadien	CAD	1	0.611	0.7015
	Dollar australien	AUD	1	0.5275	0.628

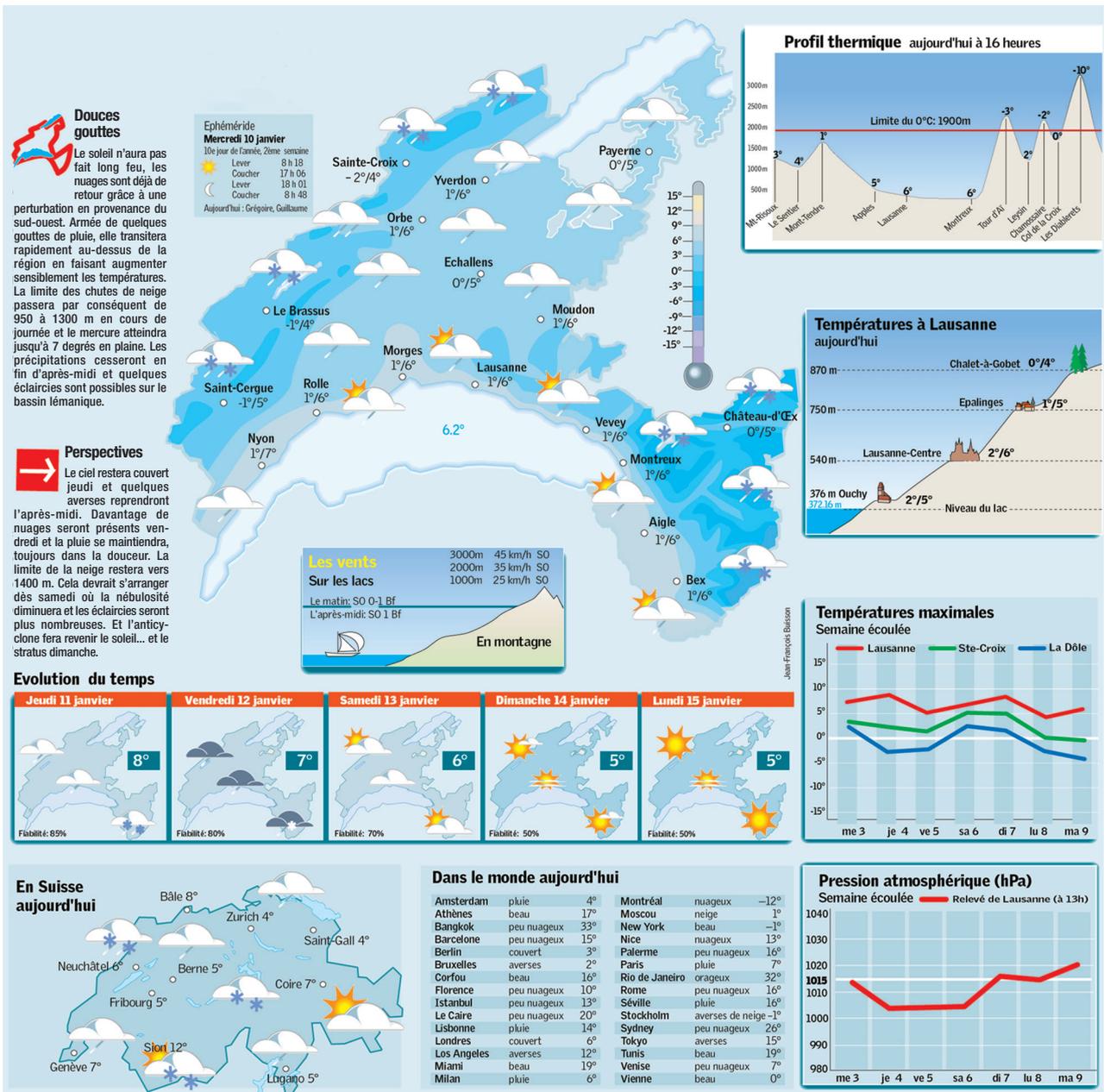
Diagrammes

FA43 La météo

À l'aide des prévisions météo du mois de janvier (ci-contre), détermine si ces affirmations sont vraies ou fausses.

- a) Au bord d'un lac, les températures extrêmes sont partout les mêmes.
- b) Le niveau du lac Léman est à 376 m.
- c) L'altitude d'Epalinges est supérieure d'environ 90 m à celle du Chalet-à-Gobet.
- d) Trois localités du canton de Vaud sont indiquées, sur la carte, avec une différence maximale de température de 6 °C.
- e) Les vents s'orienteront au sud-ouest et souffleront sur le Léman à une vitesse moyenne de 35 km/h.

- f) La semaine dernière, la température maximale au sommet de la Dôle a été de 7 °C.
- g) Aujourd'hui, la limite des chutes de neige sera voisine de 1900 m.
- h) Dans le monde, la différence maximale de température entre deux villes sera d'environ 47 °C.
- i) Le week-end prochain sera ensoleillé, avec des températures sans grand changement.
- j) Aujourd'hui, on verra plus longtemps la Lune que le Soleil.
- k) Moins on est haut, moins il fait froid.
- l) La température moyenne en Suisse sur la journée sera d'environ 6 °C.



FA44 Hockey sur glace

Le Championnat suisse de hockey sur glace (ligue nationale A) présentait, vers la fin de la saison 2022-2023, le classement suivant :

Classement	MJ	V	VP	DP	D	B	PTS
1. HC Genève-Servette	52	27	6	8	11	185:140	101
2. HC Bienne	52	29	5	4	14	174:132	101
3. HC Rap.-Jona Lakers	54	26	7	4	17	190:138	96
4. ZSC Lions Zürich	54	26	6	4	18	157:126	94
5. EV Zoug	54	22	6	7	19	171:160	85
6. HC Davos	53	18	8	12	15	151:144	82
7. HC Fribourg-Gottéron	52	23	2	8	19	155:136	81
8. CP Berne	52	16	9	8	19	150:158	74
9. HC Kloten Flyers	52	19	5	6	22	139:173	73
10. HC Lugano	52	20	5	2	25	147:162	72
11. HC Lausanne	51	16	7	6	22	137:160	68
12. HC Ambri Piotta	52	13	11	5	23	151:163	66
13. SC Langnau Tigers	55	17	4	7	27	131:170	66
14. HC Ajoie	55	11	6	6	32	123:199	51

MJ = matchs joués, V = victoires, VP = victoires en prolongation, DP = défaites en prolongation, D = défaites, B = buts, PTS = points

Représente, par un diagramme en colonnes, le nombre de buts marqués et le nombre de buts encaissés par les équipes ayant joué 52 matchs.

Fichier: FA45

FA46 De ville et de route

Voici un tableau donnant les caractéristiques de quelques modèles de voitures électriques.

Modèle	Classe d'efficacité énergétique	Puissance (kW)	Consommation (kWh/100km)	Émissions de CO ₂ (g/km)
1	A	150	14,7	14,0
2	A	135	15,8	15,0
3	A	100	17,3	16,0
4	B	100	22,8	21,0
5	B	240	24,4	23,0
6	B	195	23,0	22,0
7	C	150	23,0	24,6

- Représente, à l'aide d'un diagramme en colonnes, la consommation électrique de chaque véhicule.
- À partir du diagramme, arriverais-tu à expliquer selon quels critères la classe d'efficacité énergétique (A, B ou C) est attribuée ?

FA47 Autonomie**Consommation 15,6 kWh/100 km**

Capacité de la batterie: 37,3 kWh

Autonomie moyenne: 240 km

**Consommation 16,5 kWh/100 km**

Capacité de la batterie: 75 kWh

Autonomie moyenne: 470 km

Dans chacun des cas, les informations figurant sur ces deux fiches techniques sont-elles cohérentes ?

FA48 Que d'accidents!

Voici un tableau indiquant le nombre d'accidents de la route ayant fait des victimes, de 1999 à 2009, dans les cantons de Vaud, du Valais et de Genève.

Années	Nombres d'accidents avec victimes
1999	4510
2000	4779
2001	4656
2002	4712
2003	4530
2004	4390
2005	3958
2006	3939
2007	4124
2008	3872
2009	3775

- À l'aide d'un tableur, réalise un diagramme cartésien montrant l'évolution du nombre d'accidents ayant causé des victimes, de 1999 à 2009.
- Que peux-tu dire de l'évolution du nombre d'accidents ?

FA49 Le démographe



Ville de Fribourg

Le démographe est un spécialiste des études statistiques des populations humaines.

Ce spécialiste applique différentes méthodes de recherche (enquêtes, analyses statistiques, recensement, etc.) pour étudier une population donnée sous différents aspects (dimension, répartition géographique, structure par âge, sexe, instruction, emploi, revenu, état civil, etc.). Il tente d'expliquer les causes de certains phénomènes démographiques, par exemple, la baisse de la natalité, le vieillissement des populations, l'augmentation des familles monoparentales, etc.

Voici un tableau illustrant un scénario possible de l'évolution démographique du canton de Fribourg, entre l'année 2005 et l'année 2050.

Évolution démographique par groupe d'âges et par sexe de 2005 à 2050 selon le scénario AR-00-205 (en milliers)

Année	Structure de la population								Mouvement de la population entre l'année x-5 et l'année x (à la fin de l'année)		
	Total	Hommes	Femmes	0-19 ans	20-39 ans	40-64 ans	65-79 ans	80 ans et plus	Naissances	Décès	Solde migratoire
2005	253,9	126,0	128,0	64,0	71,2	85,5	24,0	9,2			
2010	270,9	134,3	136,6	64,6	72,9	94,6	28,8	10,0	13,4	9,5	13,1
2015	284,7	141,0	143,8	63,4	76,4	99,1	34,8	11,1	13,9	9,7	9,7
2020	294,1	145,3	148,8	62,9	77,4	100,9	40,1	12,6	14,7	10,3	4,9
2025	301,9	148,9	153,0	63,5	76,5	100,9	44,9	16,1	15,1	11,1	3,9
2030	308,3	151,7	156,6	64,3	74,3	99,2	50,5	20,0	14,8	12,3	3,9
2035	312,9	153,7	159,2	64,7	72,0	98,3	54,8	23,1	14,5	13,7	3,7
2040	315,6	154,8	160,9	64,3	71,4	98,4	54,7	26,8	14,4	15,1	3,4
2045	316,9	155,1	161,7	63,6	71,6	98,8	51,6	31,3	14,5	16,3	3,0
2050	317,2	155,1	162,0	63,5	71,8	97,9	49,9	34,1	14,8	17,3	2,8

a) À l'aide d'un tableur, trace un diagramme cartésien indiquant :

- l'évolution du nombre de personnes entre 0 et 19 ans ;
- l'évolution du nombre de personnes entre 40 et 64 ans ;
- l'évolution du nombre de personnes de 80 ans et plus.

b) Que constates-tu ?

FA50 Destination Yverdon

Aigle ③	o		14 42			15 03			15 42
Aigle			14 43			15 04			15 43
Roche VD									
Villeneuve	o								
Villeneuve				14 54					15 26
Veytaux-Chillon									15 28
Territet									15 30
Montreux ③	o		14 53		14 58	15 14		15 23	15 53
Montreux			14 54		14 58	15 15		15 24	15 54
Clarens					14 59				15 33
Burier					15 01				15 35
La Tour-de-Peilz					15 03				15 37
Vevey ③	o		15 00		15 07	15 21			16 00
Vevey			15 01		15 08	15 22			16 01
St-Saphorin									15 42
Rivaz									15 45
Eppesses									15 46
Cully					15 15				15 49
Villette VD									15 53
Lutry					15 17				15 55
Pully					15 20				15 56
Lausanne ④	o		15 15			15 36		15 40	16 15
					15 25				16 04
Lausanne ④			14 45	① 14 55		15 07		15 45	① 15 55
Renens VD ③				15 00		15 12			16 00
Bussigny				15 02		15 14			16 02
Vufflens-la-Ville						15 17			
Cossonay				15 09		15 21			16 09
Eclépens						15 25			
Bavois						15 27			
Chavornay				15 17		15 32			16 17
Essert-Pittet						15 34			
Ependes						15 36			
Yverdon-les-Bains ③	o	15 02	15 05	① 15 26		15 43	16 02	16 05	① 16 26

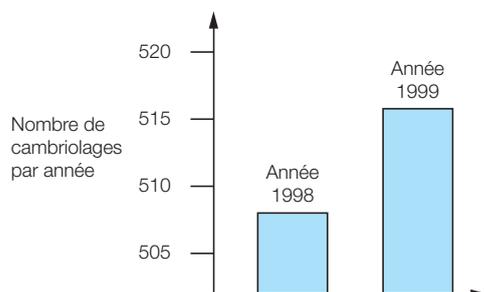
- Si je prends le train de 15 h01 à Vevey, à quelle heure arriverai-je à Yverdon ?
- Et si je prends le train de 15h24 à Montreux, à quelle heure arriverai-je à Chavornay ?
- Pour les deux trajets ci-dessus, vers Yverdon et Chavornay, indique combien de temps je devrai passer à l'intérieur du train. Et combien de temps en gare ?

FA51 Cambriolages

Lors d'une émission télévisée, un journaliste montre ce graphique et dit :

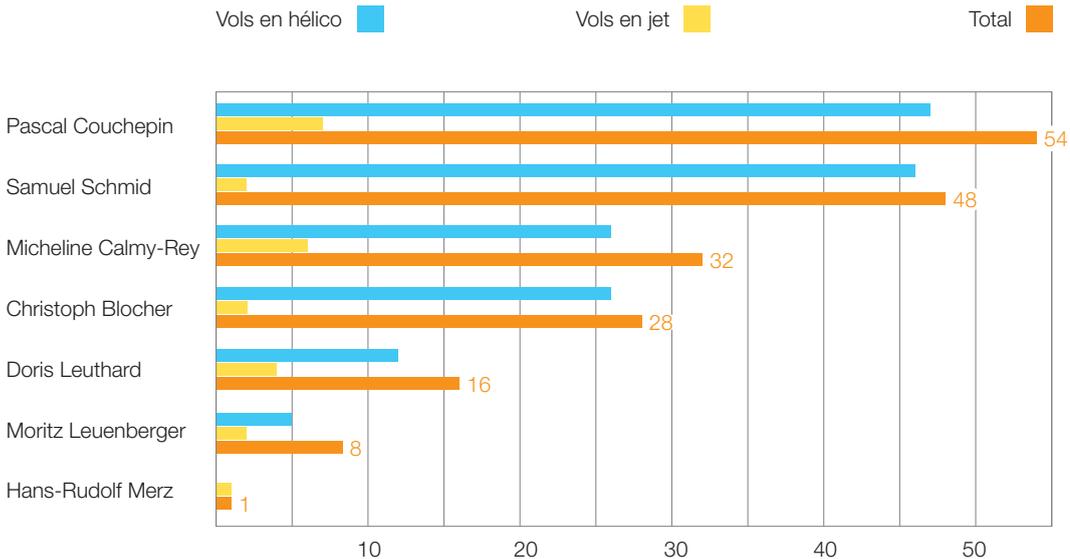
«Ce graphique montre qu'il y a eu une très forte augmentation du nombre de cambriolages entre 1998 et 1999.»

Considères-tu que l'affirmation du journaliste est une interprétation correcte de ce graphique ? Justifie ta réponse.



FA52 Hélicojet

Au mois de janvier 2008, les renseignements bruts suivants existaient à propos des déplacements des conseillers fédéraux en 2007 :

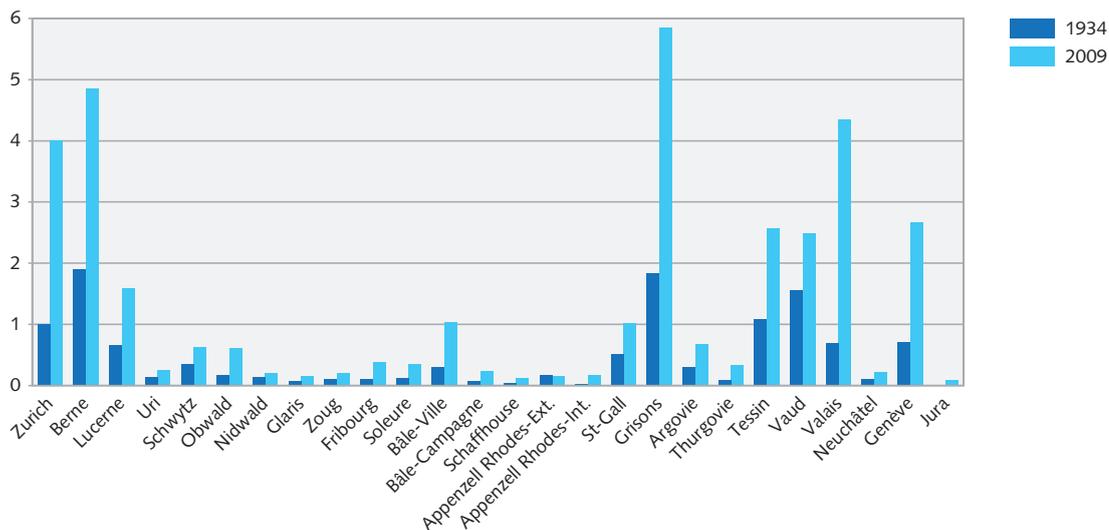


Utilise cette représentation graphique pour vérifier chacune des affirmations suivantes. Justifie tes réponses.

- Samuel Schmid est celui qui s'est déplacé le plus en hélicoptère.
- Deux conseillers fédéraux ont utilisé le même nombre de fois l'hélicoptère.
- Le nombre total de vols en jet par les conseillers fédéraux s'élève à 25.
- Samuel Schmid a trois fois moins peur des vols que Doris Leuthard.
- Au total, l'hélicoptère a été utilisé 187 fois.
- L'hélicoptère a été utilisé globalement 7 à 8 fois plus que le jet, comme moyen de transport des conseillers fédéraux.
- Hans-Rudolf Merz était le conseiller fédéral responsable des finances.
- Une des barres du graphique n'a pas la bonne longueur.

FA53 Nuitées

Hôtels: nuitées par canton en 1934 et en 2009, en millions



Le diagramme ci-dessus représente l'évolution du nombre de nuitées dans les différents cantons, entre 1934 et 2009.

- Quel est le canton qui enregistrait le plus grand nombre de nuitées en 1934 ?
Et celui qui en enregistrait le plus grand nombre en 2009 ?
- Combien de nuitées enregistrait-on approximativement dans le canton du Valais en 2009 ?
Et dans le canton du Jura ?
- Y a-t-il un canton qui n'a pas constaté d'accroissement du nombre de nuitées entre 1934 et 2009 ?
- Comment interpréter la colonne correspondant au canton du Jura ?

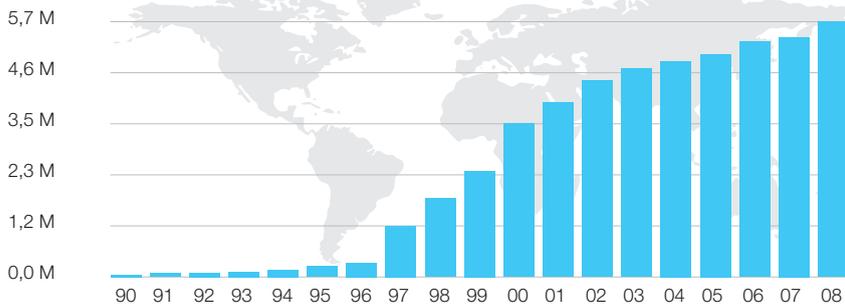
FA54 Internet

Le diagramme en colonnes ci-dessous indique l'évolution du nombre d'utilisateurs d'Internet, en Suisse et en Inde, entre les années 1990 et 2008.

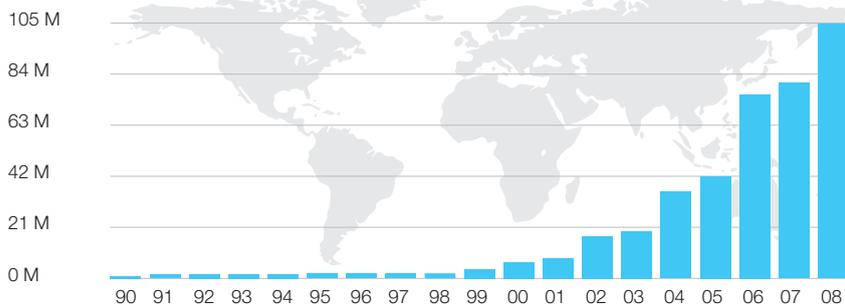
Unité : M = million

Utilisateurs d'Internet

Suisse

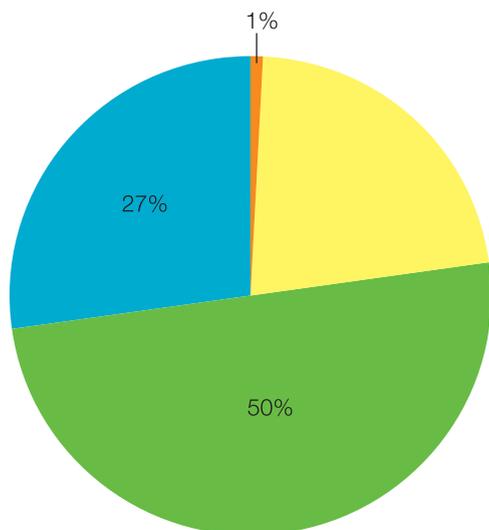


Inde



- Estime par combien le nombre d'utilisateurs d'Internet a été multiplié, en Suisse et en Inde, entre 2003 et 2008. Comment, d'après toi, peut-on expliquer cette différence ?
- Sachant que la population de la Suisse est d'environ 7,7 millions d'habitants en 2008, dirais-tu que beaucoup ou peu d'habitants de notre pays ont accès à Internet ? Justifie ta réponse.
- Sachant que la population de l'Inde est d'environ 1,15 milliard d'habitants en 2008, dirais-tu que beaucoup ou peu d'habitants de ce grand pays d'Asie ont accès à Internet ? Justifie ta réponse.
- En t'aidant des deux diagrammes, imagine le nombre d'utilisateurs d'Internet qu'il y aura en Suisse et en Inde en 2030, en justifiant ta réponse.

FA55 Qualité de l'eau



Répartition des sites d'analyse des cours d'eau par classe de qualité biologique, 2017-2020, Vaud



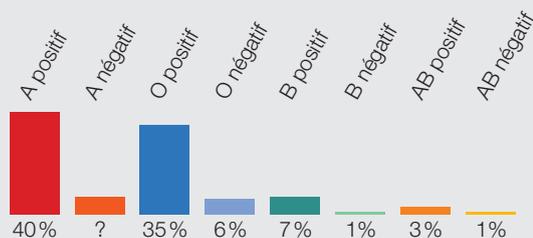
Qualité biologique des cours d'eau

Pour quel pourcentage des cours d'eau vaudois la qualité biologique de l'eau est-elle jugée moyenne ?

FA56 Groupes sanguins

Quelle proportion de la population suisse est-elle du groupe sanguin A négatif ?

Dans la population suisse, les groupes sanguins sont répartis de la manière suivante :

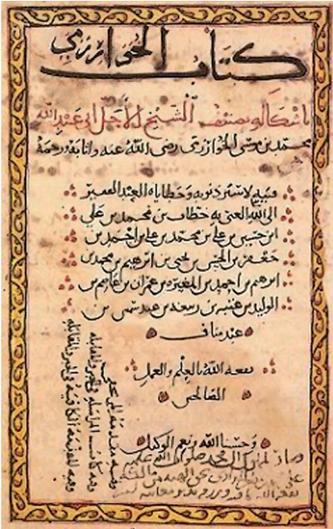


« Onze services régionaux de transfusion sanguine, conjointement avec les soixante centres de transfusion, approvisionnent les hôpitaux des différentes régions.

Le Service de transfusion sanguine emploie près de 1200 personnes sur tout le territoire national. Parmi elles, des médecins, des chimistes, des laborantines, des infirmiers, sans oublier les nombreux bénévoles des sections de samaritains notamment.

En 2022, 265 223 dons de sang ont été prélevés, traités et vendus aux hôpitaux au prix coûtant. »

Le mot « algèbre » vient de l'arabe *al-jabr* (الجبر), titre d'un ouvrage du mathématicien perse Al Khawarizmi (780-850 à Bagdad) qui reprit les travaux du mathématicien d'origine grecque Diophante d'Alexandrie (325-409). Ce dernier avait déjà imaginé représenter un nombre inconnu par un symbole nommé *arithme* et représenté par la lettre ζ (zêta).



Première page du traité de mathématiques d'Al Khawarizmi



Statue d'Al Khawarizmi, natif de Khiva (Ouzbékistan), mathématicien, géographe, astrologue et astronome musulman arabophone

Les outils de l'algèbre sont extrêmement importants dans les sciences, car ils permettent de modéliser une situation en la représentant à l'aide de symboles et d'un langage propre aux mathématiques.

On peut ainsi généraliser les opérations, simplifier la description de phénomènes naturels, techniques ou sociaux.

Calcul littéral

Apprentissages visés

- Détermination de la valeur numérique d'une expression littérale
- Sensibilisation :
 - aux règles et conventions usuelles d'écriture algébrique
 - à l'élaboration d'expressions littérales à partir de figures géométriques ou d'expressions verbales

Sommaire

Pour réactiver certaines connaissances	100
Pour approcher le calcul littéral	100
Pour réactiver certaines connaissances	102
Encore quelques problèmes	103



Fichier: Que sais-je ? p. 92

Pour réactiver certaines connaissances

Fichier: FA58 et FA59

FA60 Égalités

Sans calculer, regroupe les expressions suivantes en les écrivant sous la forme d'égalités :

$$(-3,5) \cdot (12 + 8)$$

$$(-3,5) \cdot 8 + 12$$

$$8 \cdot (-3,5) + 12$$

$$8 + 12 \cdot (-3,5)$$

$$(8 + 12) \cdot (-3,5)$$

$$12 + 8 \cdot (-3,5)$$

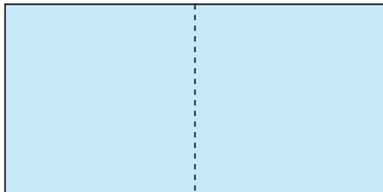
Pour approcher le calcul littéral

Fichier: FA61

FA62 Communiquer encore

- a) Cette figure est formée de deux carrés dont les mesures sont les mêmes.

Calcule le périmètre et l'aire de n'importe quelle figure construite sur ce même modèle.



- b) Cette figure est formée d'un rectangle dont la longueur est le triple de la largeur nommée x .

Calcule le périmètre et l'aire de n'importe quelle figure construite sur ce même modèle.



- c) Même question, mais, cette fois, c'est la longueur du rectangle qui est nommée x .

FA63 Traduction littérale

Traduis chacune des phrases ci-dessous par une expression littérale :

- a) Je choisis un nombre a , je le multiplie par 2, puis j'ajoute 3 au résultat.
- b) Je choisis un nombre a , je lui ajoute 3, puis je multiplie le résultat par 2.
- c) Je choisis un nombre a , je lui ajoute le produit de 2 par 3.
- d) Je choisis un nombre a , je lui enlève 3, puis je multiplie le résultat par 2.
- e) Je choisis un nombre a , je l'élève au carré, puis j'ajoute 3 au résultat.
- f) Je choisis un nombre a , je le multiplie par 3, puis j'enlève 2 au résultat.
- g) Je choisis un nombre a , je lui enlève 2, puis je multiplie le résultat par 3.
- h) Je choisis un nombre a , je lui enlève 2, puis j'élève le résultat au cube.

Fichier : FA64 à FA66

FA67 Encore des traductions

Traduis chaque phrase à l'aide d'une expression littérale.

- a) Le produit de 13 par x .
- b) La somme de y et de 11.
- c) Le produit de 7 par la somme de 12 et de z .
- d) La somme du produit de 10 par c et de 9.

Fichier : FA68

FA69 Quelle valeur ?

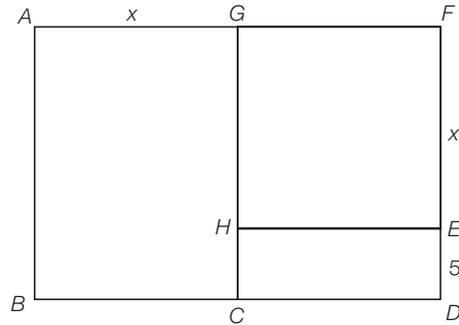
Calcule la valeur numérique des expressions suivantes si $y = 3,5$

- a) $5 \cdot y$
- b) $4 + 3 \cdot y$
- c) $y \cdot 3 + 4$
- d) $(3 + 4) \cdot y$
- e) $3 \cdot y + 4 \cdot y$
- f) y^2

Fichier : FA70 à FA75

FA76 Correspondances

$ABCG$ et $HCDE$ sont des rectangles.
 $GHEF$ est un carré.



1) À quelle longueur, à quel périmètre ou à quelle aire correspond chacune des expressions suivantes ?

- | | |
|-----------------------|---------------|
| a) $5x$ | f) $x(x + 5)$ |
| b) $2x$ | g) $4x$ |
| c) $4x + 10$ | h) $10 + 2x$ |
| d) x^2 | i) $x + 5$ |
| e) $(x + 5) \cdot 2x$ | j) $6x + 10$ |

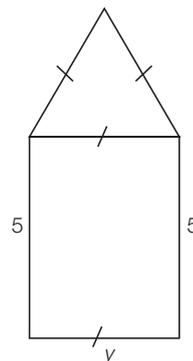
2) Si x vaut 8, que valent ces longueurs, périmètres ou aires ?

Fichier: **Faire le point p. 99**

Pour réactiver certaines connaissances

FA77 La maison du y

Exprime l'aire et le périmètre de la figure le plus simplement possible si la hauteur du triangle est égale à 4.



Fichier: **FA78 et FA79**

Encore quelques problèmes

Fichier: FA80

FA81 Boîtes

Denis possède trois boîtes dans lesquelles il range différents objets. La première contient n objets. La deuxième en contient dix de plus et la troisième le double de la première.

- Écris en fonction de n le nombre d'objets que contient chaque boîte.
- Écris en fonction de n le nombre total d'objets contenus dans les boîtes.
- Si la première boîte contient huit objets, combien y a-t-il d'objets en tout ?

FA82 Avant, après

Soit un nombre entier n .

- Comment écrire le nombre suivant ?
- Comment écrire le nombre précédent ?
- Comment écrire le quart de n ?
- Comment écrire le cube de n ?

FA83 Multiples de 5

- Comment écrire le nombre entier qui suit immédiatement un multiple de 5 ?
- Comment écrire le nombre entier qui précède immédiatement un multiple de 5 ?
- Comment écrire le multiple de 5 qui suit immédiatement un multiple de 5 ?

Espace

- Figures géométriques planes
- Représentations de solides
- Transformations géométriques



Espace

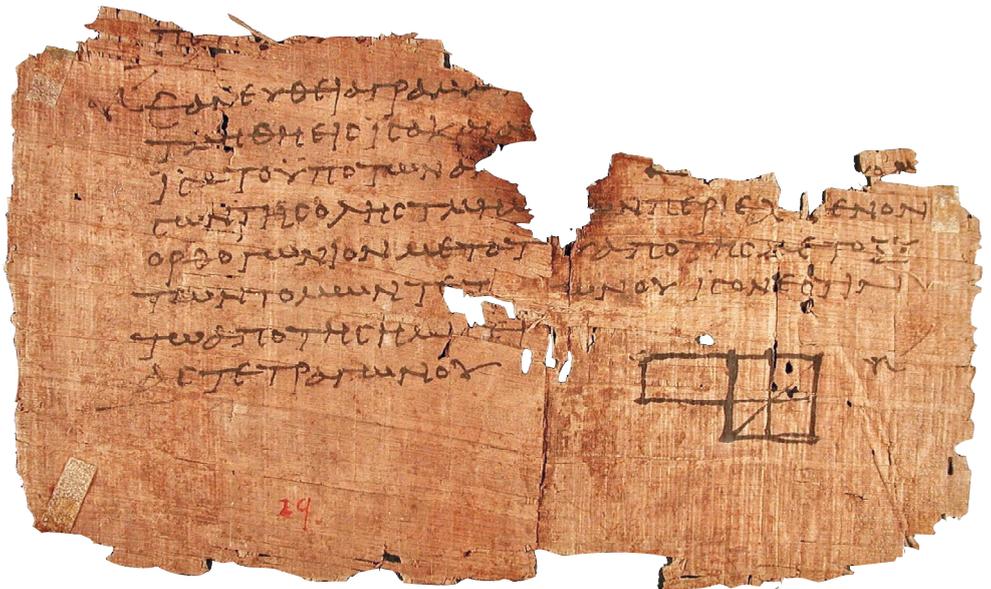
**Poser et résoudre
des problèmes
pour modéliser
le plan et l'espace**

Résolution de problèmes
géométriques en lien
avec les figures
et les transformations
étudiées.

La géométrie est consacrée à l'étude des formes et des grandeurs ; cette science des figures de l'espace (3D) ou du plan (2D) vise également à la mesure de leur étendue – voir *Grandeurs et mesures*.

Les premières recherches portant sur les relations entre points, droites, courbes, surfaces et volumes, sont dues aux Égyptiens et aux Babyloniens (2000 ans avant notre ère) et elles visaient, d'abord, à résoudre des problèmes comme le calcul de distances entre les lieux, le tracé des limites de terrains – effacées chaque année par les crues du Nil –, la construction des monuments et bâtiments ou les recherches astronomiques : études des constellations, calcul du diamètre de la terre...

Ce sont les Grecs, dès le V^e siècle av. J.-C., qui ont encore plus développé la géométrie, en posant des bases qui ont servi de référence jusqu'à nos jours, grâce à des scientifiques, mathématiciens et philosophes comme Hippocrate, Pythagore ou Euclide. Ce dernier est à l'origine d'un ouvrage en treize volumes, *Les Éléments*, qui est considéré comme la première œuvre écrite mathématique et fut par la suite, après la Bible, un des premiers ouvrages imprimés.



Extrait des *Éléments* d'Euclide d'Alexandrie (vers 325–265 av. J.-C.)

Figures géométriques planes

Apprentissages visés

- Reconnaissance, dénomination, description de figures planes selon leurs propriétés
- Reconnaissance, dénomination, classement et mesure d'angles
- Construction d'angles, triangles, quadrilatères, cercles
- Reconnaissance, dénomination, description des propriétés et construction de :
 - droites parallèles, perpendiculaires
 - hauteur, médiatrice, bissectrice, médiane
 - cercles inscrit et circonscrit
- Représentation de figures planes par un croquis et/ou un dessin à l'échelle

Sommaire

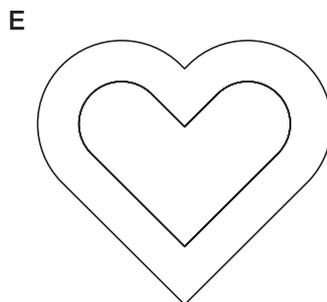
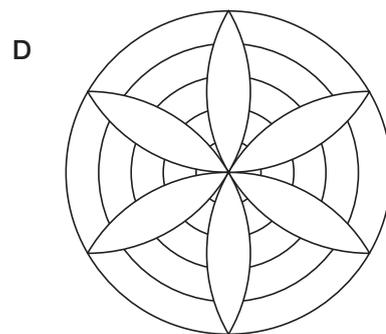
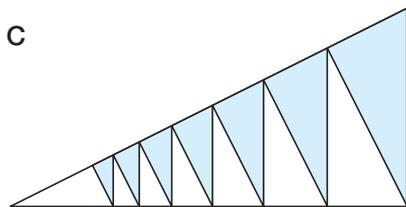
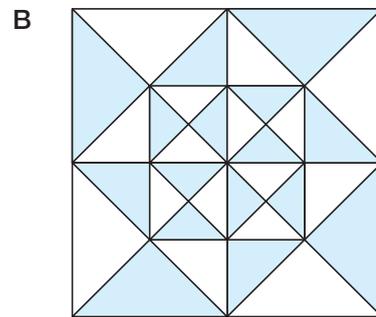
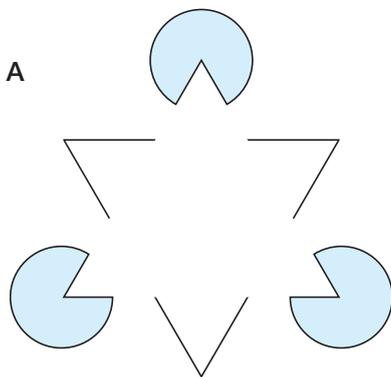
Pour réactiver certaines connaissances	108
Reconnaître, nommer, noter et construire des droites	109
Des problèmes pour aborder les angles	109
Reconnaître, nommer, noter et construire des angles	110
Des problèmes pour aborder quelques lieux géométriques	111
Pour réactiver certaines connaissances	112
Exécuter ou rédiger une marche à suivre	114
Reconnaître, nommer, décrire et construire des triangles	116
Reconnaître, définir et construire les droites remarquables du triangle	120
Construire des figures et résoudre des problèmes	121
Pour réactiver certaines connaissances	123
Reconnaître, nommer, décrire et construire des quadrilatères	124
Encore quelques constructions et problèmes	125



Pour réactiver certaines connaissances

ES4 Décorons la classe!

Observe attentivement, puis construis quelques-unes de ces figures en les agrandissant et en les coloriant si tu le souhaites. Inventes-en d'autres, à proposer à tes camarades, pour qu'ils les construisent à leur tour.



Reconnaître, nommer, noter et construire des droites

Fichier : ES5 à ES8

ES9 Une, deux, trois droites à tracer

- Trace une droite d qui ne soit ni horizontale ni verticale.
- Trace une droite $e \perp d$. Note le point d'intersection par P .
- Trace une droite $f \parallel e$ située à 3 cm de e . Y a-t-il plusieurs possibilités ?
- Que peux-tu dire de la position de f par rapport à d ?

Des problèmes pour aborder les angles

ES10 Nautilé cloisonné

Dessine un grand cercle de centre O .

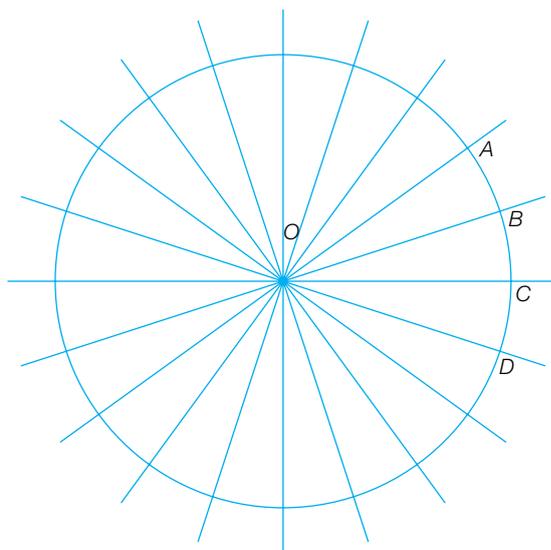
Partage-le en 20 parties isométriques, comme dans cette figure.

Construis la perpendiculaire au rayon OB passant par le point A . Elle coupe OB au point 1.

Construis la perpendiculaire au rayon OC passant par le point 1. Elle coupe OC au point 2.

Continue ainsi. Combien d'étapes te faut-il pour atteindre le centre du cercle ?

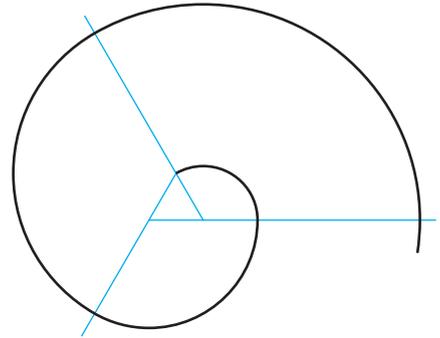
Compare la figure obtenue avec cette coupe de la coquille d'un nautilé cloisonné.



Le nautilé cloisonné est un mollusque des mers chaudes qui existe depuis quelque cinq-cents-millions d'années. La spirale de sa coquille se retrouve également dans les escargots, les ammonites, les fleurs de tournesol, les galaxies spirales, etc. Elle est un exemple parmi d'autres des liens étroits qui existent entre les formes naturelles et les formes « idéales » de la géométrie.

ES11 Spirales

- a) Observe et construis une spirale à trois centres, comme celle-ci :
- b) Construis d'autres spirales à deux, quatre, cinq, ... centres.



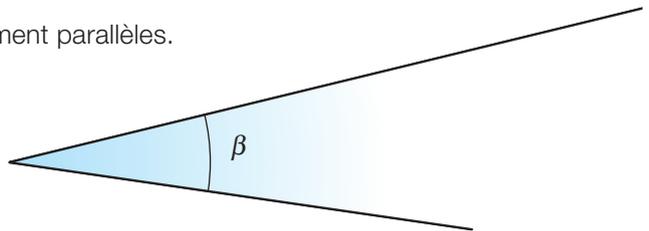
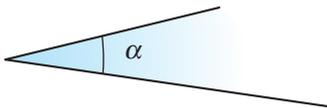
Fichier: ES12

Reconnaître, nommer, noter et construire des angles

ES13 Alpha ou bêta ?

Les angles α et β ont des côtés respectivement parallèles.

Quel angle est le plus grand ?



Fichier: ES14 et ES15

ES16 À l'aide du rapporteur

Construis avec ton rapporteur les angles ci-dessous et indique de quel type d'angle il s'agit :

- a) 35° b) 360° c) 140° d) 260° e) 197°

ES17 Concordance

Note, sur ton cahier, la mesure de cinq angles compris entre 0° et 360° et indique de quel type d'angle il s'agit.

Sur une feuille, construis ces angles à l'aide de ton rapporteur.

Passes ta feuille à ton voisin et demande-lui de les mesurer et de donner leur type.

Ses résultats correspondent-ils à ce que tu avais noté ?

ES18 Quel angle est-il ?

Estime l'angle formé par les deux aiguilles d'une montre, lorsqu'il est :

- a) 3 h 00 b) 7 h 00 c) 12 h 30 d) 18 h 15 e) 10 h 20 f) 6 h 40

Fichier : **ES19**

ES20 À partir de 60°

Construis uniquement à l'aide de ta règle et de ton compas les angles suivants :

- a) 60° b) 120° c) 30° d) 90° e) 150° f) 240°

Des problèmes pour aborder quelques lieux géométriques

ES21 Un cercle peut en cacher d'autres

Trace un segment RS de 5 cm de longueur.

- a) Dessine un cercle passant par R et par S .
b) Y en a-t-il d'autres ?

ES22 Marguerite en son pré

La vache *Marguerite* est attachée à une corde de 6 m de long.

L'anneau qui se trouve à l'autre extrémité de cette corde peut coulisser le long d'une tige métallique rectiligne de 8 m, fixée horizontalement au sol.

Construis la surface sur laquelle *Marguerite* peut brouter.

Fichier : **ES23 à ES28**

ES29 Prendre le pli

- a) Découpe un triangle dans du papier.

Par pliage, amène chaque sommet sur un autre et marque les plis.

Que constates-tu ?

- b) Découpe un autre triangle.

Par pliage, amène chaque côté sur un autre et marque les plis.

Que constates-tu ?

Fichier : **ES30**

Fichier : **Faire le point p. 119**

Pour réactiver certaines connaissances

ES31 Coupures d'angle

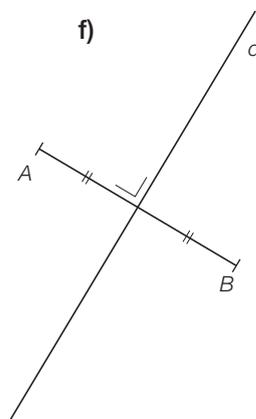
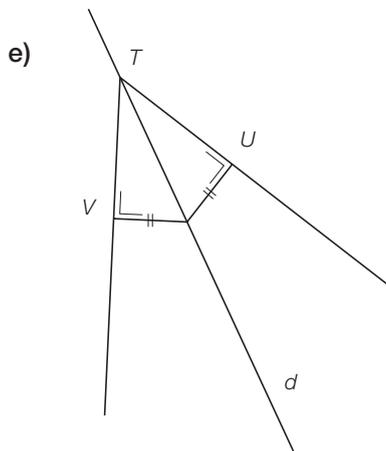
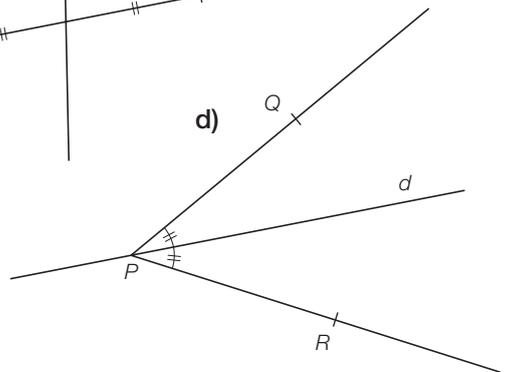
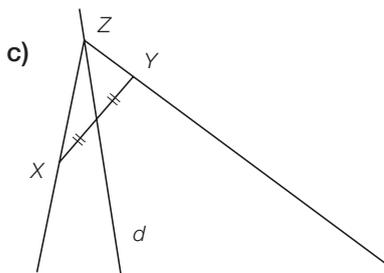
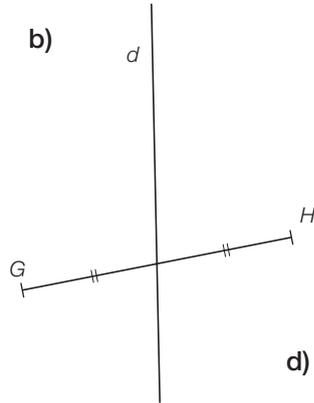
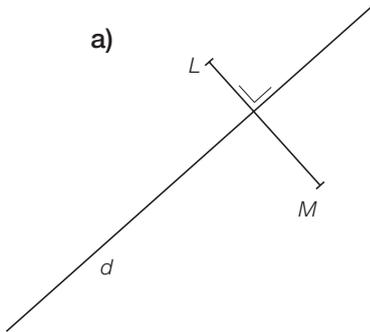
Dessine un angle plat, deux angles aigus différents, un angle obtus et un angle rentrant.

Construis, à l'aide de ton compas, la bissectrice de chacun d'entre eux.

ES32 L'un, l'autre...

Deux segments ou deux angles isométriques sont indiqués par deux petits traits.

Dans chaque cas, indique si la droite d est une médiatrice ou une bissectrice.

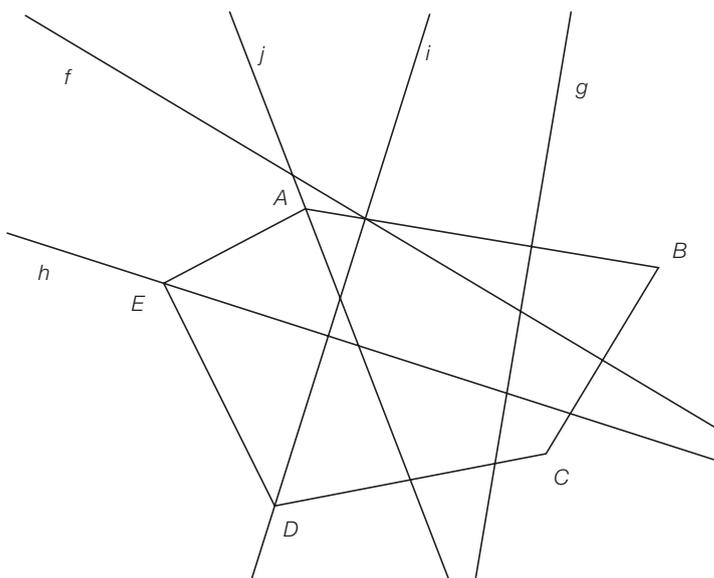


ES33 À vue d'œil

Les phrases ci-dessous se rapportent à la figure dessinée.

À vue d'œil, les affirmations suivantes sont-elles justes ou fausses ?

- La droite f est la médiatrice du segment BC .
- La droite g est la médiatrice du segment AB .
- La droite h est la bissectrice de l'angle \widehat{AED} .
- La droite i est la bissectrice de l'angle \widehat{CDE} .
- La droite j est la médiatrice du segment CD .

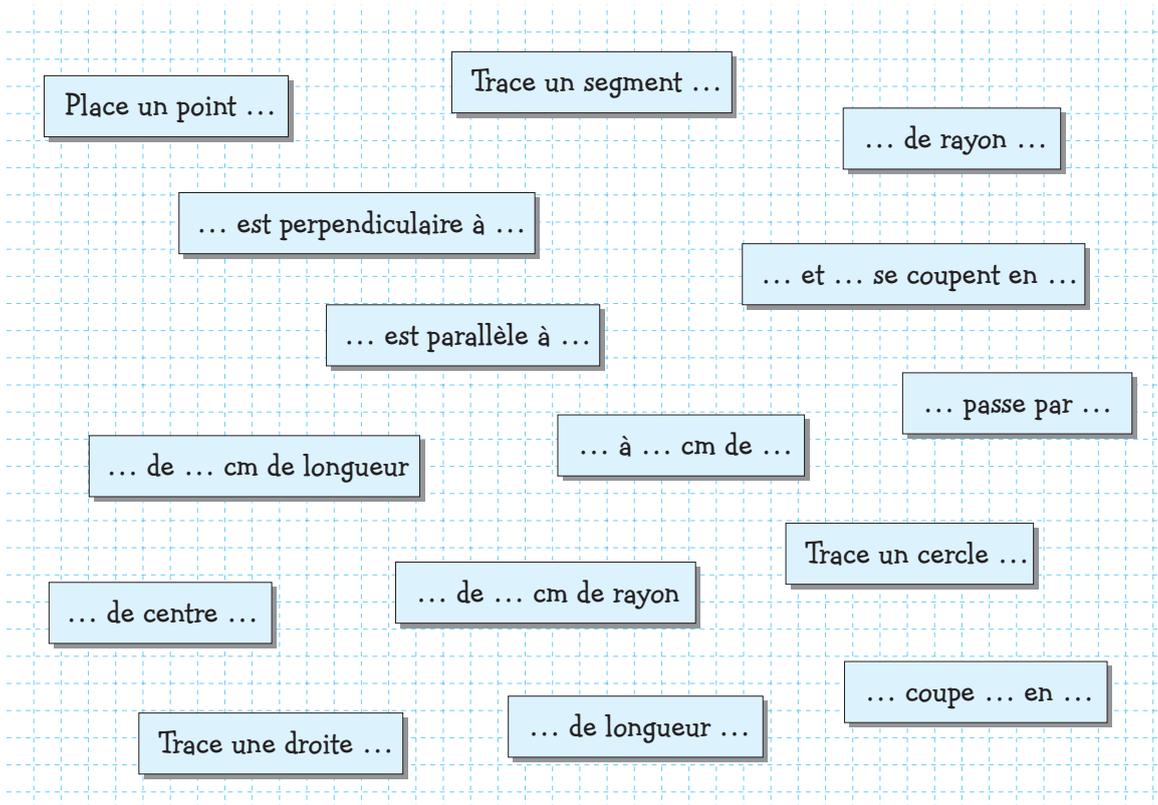


ES34 Quelles caractéristiques ?

- Trace un segment $CD = 5,5$ cm. Construis avec ton compas une droite m perpendiculaire à CD et passant par son milieu.
- Quelles sont les propriétés des points appartenant à cette droite ?

ES38 Marche à suivre

Élabore, sur une feuille, une construction dont la marche à suivre se résume en phrases n'utilisant que les éléments suivants :



Donne ta figure à un camarade.

Demande-lui de noter, toujours à l'aide des mêmes phrases, la marche à suivre nécessaire à la construction de ta figure.

Vos deux propositions sont-elles identiques ?

ES39 Quel quadrilatère ?

Dessine un angle aigu \widehat{aOb} de 65° .

Place, sur Oa , un point A situé à $6,5$ cm de O .

Construis la perpendiculaire p à Oa passant par A .

p coupe le côté Ob en B .

Construis la médiatrice m du segment OB .

m coupe OB en M .

Construis la parallèle i à Ob qui passe par A .

m coupe i en D .

Quelle est la nature du quadrilatère $AMBD$?

ES40 Équipartage

Trace un rectangle de 12 cm sur 6 cm.

À l'aide de ton compas et de ta règle, mais sans effectuer de mesures, partage-le en 8 morceaux isométriques.

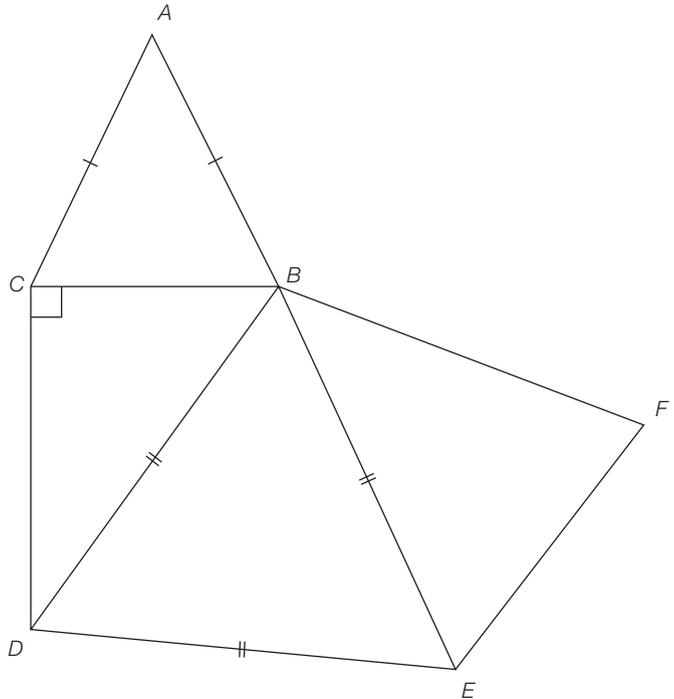
Obtiens-tu les mêmes partages que tes camarades ?

Reconnaître, nommer, décrire et construire des triangles

Fichier: [Que sais-je ? p. 121](#)

ES41 Quels triangles ?

En observant les indications données, détermine quels types de triangles composent la figure ci-contre.

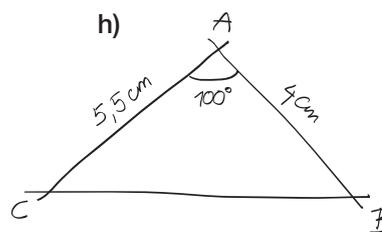
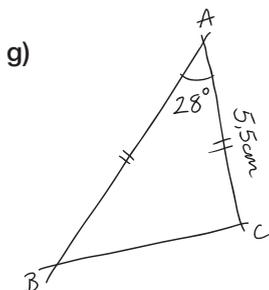
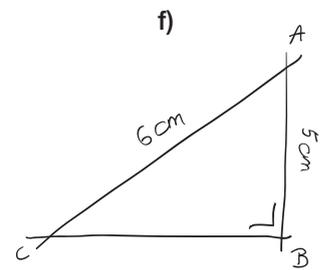
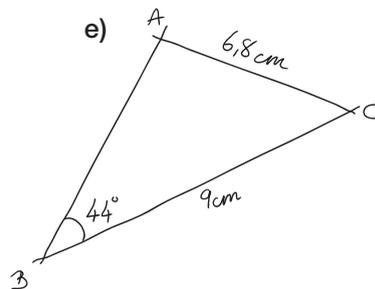
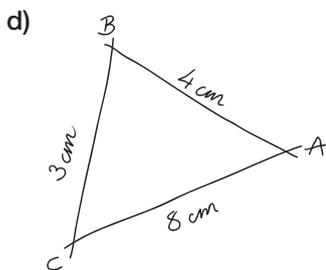
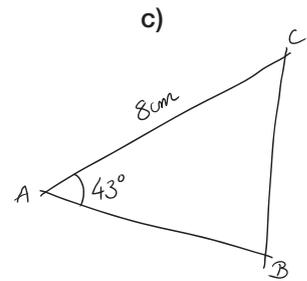
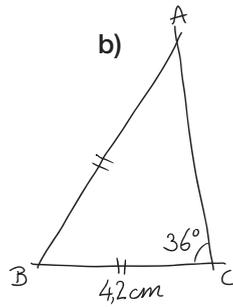
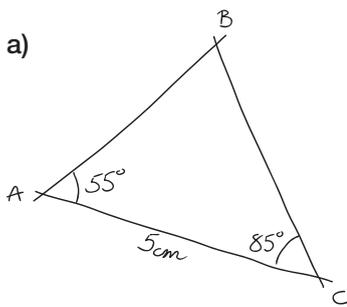


ES42 Des croquis

Voici une série de croquis représentant des triangles.

Construis chacun de ces triangles en vraie grandeur et note la marche à suivre utilisée.

Indique le type de triangle dont il s'agit.



ES43 Qui dit mieux ?

Construis, à la main ou à l'aide d'un logiciel de géométrie, un triangle dont la somme des mesures des angles est :

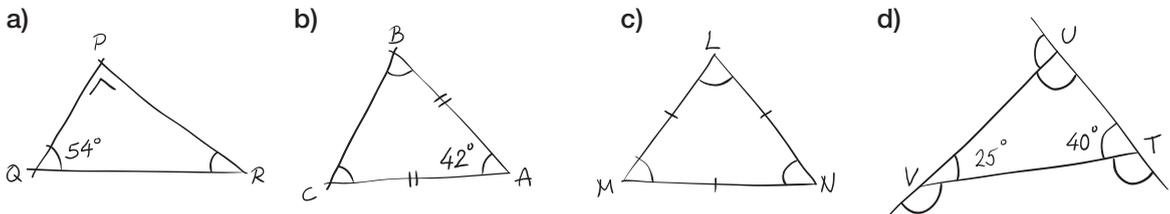
- la plus grande possible ;
- la plus petite possible.

ES44 Somme des angles d'un triangle

- Construis un triangle ABC suffisamment grand, puis mesure le plus précisément possible chacun de ses angles et effectue la somme des mesures de ceux-ci.
- Construis un autre triangle DEF , découpe chacun des trois angles et place-les de manière à en déterminer la somme. Que constates-tu ?
- À l'aide d'un logiciel de géométrie, construis plusieurs triangles, puis effectue la mesure de chacun des angles et calcule leur somme.
- Sur la base de tes travaux précédents, que remarques-tu ?

ES45 Calculs d'angles

Calcule la mesure de chacun des angles de ces triangles, représentés à l'aide de croquis, et efforce-toi de justifier tes résultats par des écritures mathématiques.



ES46 Constructibles ?

Parmi les triangles ci-dessous, indique ceux qui sont impossibles à construire. Justifie ta réponse.

Triangle	Premier côté ou angle	Deuxième côté ou angle	Troisième côté ou angle
Triangle 1	4 cm	11 cm	16 cm
Triangle 2	70°	75°	45°
Triangle 3	5 cm	4 cm	9 cm
Triangle 4	3 cm	5 cm	4 cm

Fichier: **ES47**

ES48 Comparons nos triangles

Construis un triangle dont les angles mesurent 100° , 60° et 20° . Compare ton triangle avec celui de ton voisin.

Que constatez-vous ?

ES49 Mesures d'angles

Quelles sont les mesures des angles d'un triangle rectangle isocèle ?
D'un triangle équilatéral ?

ES50 Équilatéral

Construis un triangle équilatéral ABC pour lequel $AB = 5,5$ cm.

ES51 Triangle rectangle

- Construis un triangle EFG rectangle en F tel que $EF = 6$ cm et $FG = 10$ cm.
- Construis un triangle HIJ rectangle en I tel que $HI = 6$ cm et $HJ = 10$ cm.

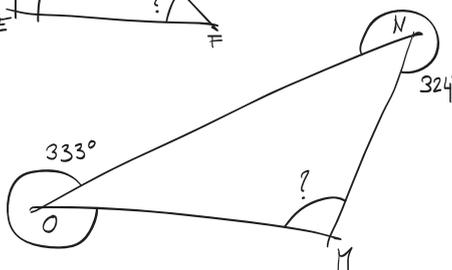
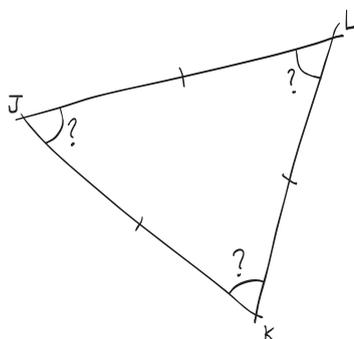
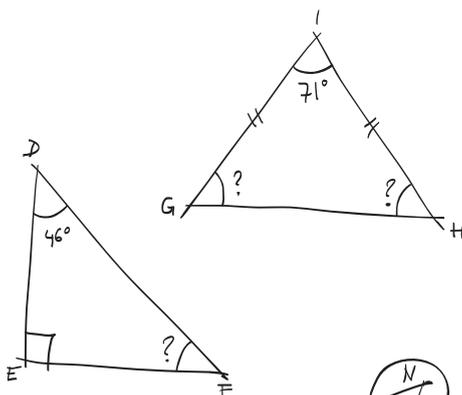
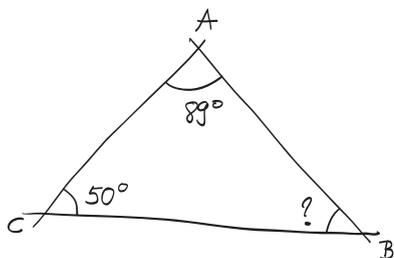
ES52 Isocèles

- Construis un triangle isocèle ABC avec $AB = 5$ cm et $\widehat{BAC} = 100^\circ$.
- Construis un triangle isocèle DEF avec $DE = 4$ cm et $\widehat{EDF} = 50^\circ$.

Compare tes triangles avec ceux de tes camarades. Que constatez-vous ?

ES53 Coins inconnus

Calcule la mesure manquante des angles dans chacun des triangles suivants, représentés à l'aide de croquis.

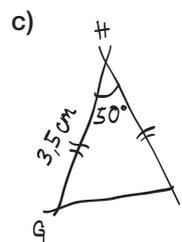
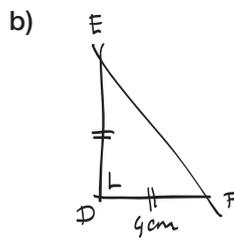
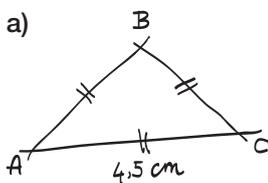


ES54 L'un et l'autre

- a) Un triangle rectangle peut-il être équilatéral ?
 b) Un triangle isocèle peut-il être rectangle ?
 c) Un triangle rectangle peut-il être isocèle ?
 d) Un triangle équilatéral est-il isocèle ?
 e) Un triangle isocèle est-il équilatéral ?
- Justifie chacune de tes réponses.

ES55 Pour reconstruire

Décris précisément chaque triangle de façon à ce qu'un élève puisse les construire sans l'aide des croquis.



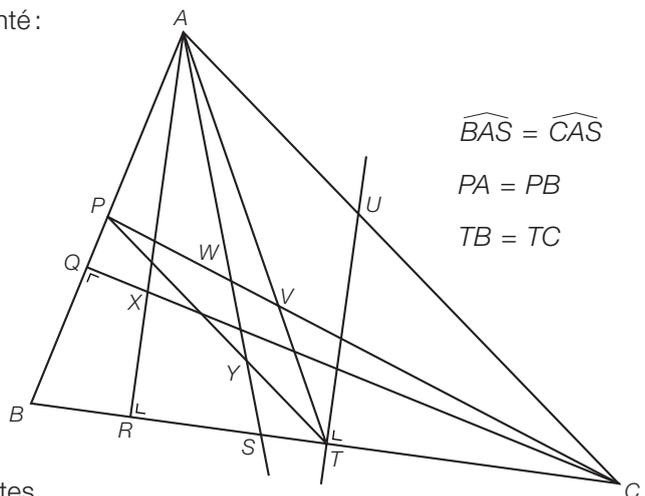
Reconnaître, définir et construire les droites remarquables du triangle

Fichier: ES56

ES57 Histoire de se mettre d'accord

Dans ce triangle ABC , on a tracé ou représenté :

- deux médianes,
- une bissectrice,
- un segment moyen,
- l'orthocentre,
- une médiatrice,
- deux hauteurs,
- le centre de gravité.



Retrouve les points, les segments ou les droites qui correspondent à chaque terme.

Fichier: ES58 à ES61

Fichier: Faire le point p. 127

Construire des figures et résoudre des problèmes

ES62 On a perdu le centre

Construis un triangle ABC tel que $AB = 6$ cm, $BC = 4$ cm et $AC = 5,5$ cm.

Trace le cercle qui passe par les trois sommets de ce triangle.

Explique comment tu as procédé.

ES63 Quel cercle ?

Construis un triangle DEF tel que $DE = 7$ cm, $EF = 5$ cm et $DF = 9,5$ cm.

Trace les bissectrices de ce triangle.

Trace un cercle dont le centre est le point d'intersection des bissectrices et qui touche chaque côté en seul point.

Comment appelle-t-on ce cercle ?

ES64 Y arrives-tu ?

Construis :

- Un triangle isocèle ABC dont la base BC et la hauteur correspondante mesurent respectivement, 3,5 cm et 6 cm.
- Un triangle équilatéral ABC dont la hauteur issue du sommet A mesure 6,7 cm.
- Un triangle ABC rectangle en A dont l'hypoténuse mesure 7,5 cm et dont l'un des côtés de l'angle droit mesure 3,9 cm.

ES65 De nouveaux triangles

Construis les triangles ABC dont tu connais :

a) $BC = 6$ cm

$AC = 5$ cm

$\widehat{ABC} = 45^\circ$

b) $AB = 8$ cm

$\widehat{ABC} = 30^\circ$

$\widehat{BCA} = 120^\circ$

ES66 Et d'autres encore...

Construis les triangles ABC dont tu connais :

a) $BC = 8$ cm

$AC = 4,5$ cm

La médiane g issue du sommet A mesure 6,5 cm.

b) $BC = 7$ cm

La hauteur issue de A mesure 4 cm.

La médiane g issue du sommet A mesure 5,5 cm.

ES67 La juste mesure

On aimerait construire un triangle ABC dont :

- la base BC mesure 8 cm,
- l'angle de sommet B mesure 48° .

Quelle mesure faut-il donner au côté AC pour :

- a) qu'il soit possible de construire deux triangles différents ?
- b) qu'il n'y ait qu'un seul triangle constructible ?
- c) que la construction ne soit pas possible ?

ES68 Les mesures extrêmes

Dans un triangle ABC , $AB = 15$ cm et $BC = 8$ cm.

Quelles sont les mesures maximale et minimale, exprimées à l'aide d'un nombre entier de centimètres, que peut prendre le côté AC ?

ES69 Le troisième côté

Deux côtés d'un triangle isocèle mesurent, respectivement, 12 cm et 7 cm.

Quelle est la mesure du troisième côté ?

ES70 Triangles imbriqués

Trace un triangle ABC .

Trace le triangle PQR dont les sommets sont les milieux des côtés du triangle ABC .

Par le sommet A , trace une droite x , parallèle au côté BC .

Par le sommet B , trace une droite y , parallèle au côté AC .

Par le sommet C , trace une droite z , parallèle au côté AB .

Les droites x , y et z se coupent, respectivement, en X , Y et Z .

Trace le triangle XYZ .

Quelles sont ses dimensions par rapport à celles du triangle PQR ?

ES71 Des triangles isocèles

Construis un triangle isocèle de sommet A , dont tu connais :

- a) la base $BC = 4,3$ cm et la hauteur correspondante $AH = 6,2$ cm ;
- b) la base $BC = 5,7$ cm et l'angle $\widehat{ABC} = 30^\circ$.

ES72 Possible, vraiment ?

Construis, si possible, un triangle ABC dont tu connais :

- a) $BC = 5$ cm $\widehat{ABC} = 35^\circ$ $\widehat{ACB} = 105^\circ$
- b) $\widehat{BAC} = 64^\circ$ $AB = 5$ cm $AC = 6$ cm
- c) $AB = 11$ cm $AC = 7$ cm $BC = 3$ cm
- d) $AB = 6,4$ cm $AC = 3,8$ cm $BC = 4,4$ cm

ES73 Quelle allure ?

a) Construis un triangle ABC ayant les caractéristiques suivantes :

- l'angle α , de sommet A , mesure 90° ;
- l'angle β , de sommet B , mesure 60° ;
- le côté AB mesure 3,5 cm.

Construis le point B' , symétrique du sommet B par rapport à la droite AC .

Trace le triangle BCB' .

Que peux-tu dire de ce triangle ?

b) Place un point R sur ta feuille.

Trace une demi-droite Rd .

Construis une autre demi-droite Re de telle manière qu'elle forme un angle de 40° avec Rd .

Construis un point S sur la demi-droite Rd tel que $RS = 6$ cm.

Place un point T sur la demi-droite Re de telle manière que l'angle $\widehat{RST} = 70^\circ$.

Que peux-tu dire du triangle RST ?

c) Construis un triangle équilatéral ABC de 7 cm de côté.

Construis les points milieu de chacun de ses côtés : D est le milieu de AB ,

E est le milieu de BC , F est le milieu de AC .

Trace le triangle DEF .

Décris les différents polygones convexes qui apparaissent sur ta figure finale.

Fichier : Que sais-je ? p. 131

Pour réactiver certaines connaissances

ES74 À main levée

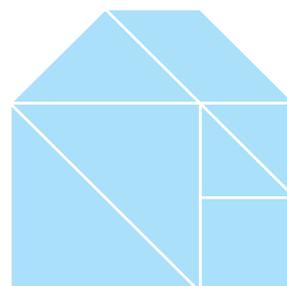
Trace à main levée un carré $ABCD$, un rectangle $EFGH$ et un losange $IJKL$, ainsi que toutes les diagonales de ces quadrilatères. Nomme pour chacun d'eux un côté, une diagonale et un sommet.

ES76 Émetteur – récepteur

Construis une figure de ton choix, à l'aide des sept pièces du tangram que tu trouves à la page 181 de ton fichier.

Communique ensuite à un camarade, qui te tourne le dos, des informations suffisamment précises pour qu'il puisse la reconstruire.

Fichier : ES75



Exemple de figure

ES77 À l'aide de deux bandes

Quels sont les quadrilatères que tu peux représenter à l'aide de deux bandes de papier transparent superposées ?

Reconnaître, nommer, décrire et construire des quadrilatères

ES78 L'un est-il l'autre ?

- a) Un parallélogramme est-il un trapèze ?
- b) Un carré est-il un rectangle ?
- c) Un losange peut-il être un carré ?
- d) Un parallélogramme peut-il être un losange ?
- e) Un trapèze peut-il être un rectangle ?
- f) Un carré est-il un trapèze isocèle ?
- g) Un carré est-il un cerf-volant ?
- h) Un losange peut-il être un rectangle ?

Justifie chacune de tes réponses à l'aide d'un croquis codé ou d'explications complètes.

Fichier: **ES79 à ES81**

ES82 Je suis...

Qui suis-je ?

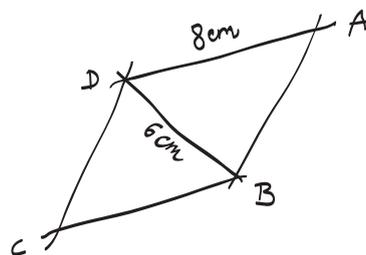
- a) Je suis un quadrilatère qui a quatre angles droits et des diagonales non perpendiculaires.
- b) Je suis un quadrilatère qui a deux côtés parallèles et un seul angle droit.
- c) Je suis un parallélogramme possédant deux diagonales perpendiculaires mais non isométriques.
- d) Je suis un quadrilatère possédant deux diagonales isométriques se coupant à angle droit et en leur milieu.

ES83 À l'aide des diagonales

Construis un parallélogramme dont les diagonales se coupent en formant un angle de 140° et mesurent chacune 8 cm. De quel type de quadrilatère s'agit-il précisément ?

ES84 Losange à construire

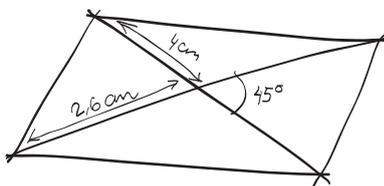
Construis le losange $ABCD$ en vraie grandeur.

**ES85 Un autre losange à construire**

Construis un losange dont les diagonales mesurent 8 cm et 10 cm .

ES86 Parallélogramme à construire

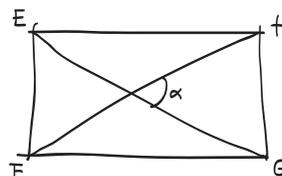
Construis en vraie grandeur le parallélogramme représenté par le croquis suivant.



Fichier: Faire le point p. 137

Encore quelques constructions et problèmes**ES87 Rectangle à construire**

Construis le rectangle $EFGH$ si $EG = 5\text{ cm}$ et $\alpha = 74^\circ$.

**ES88 Encore des parallélogrammes à construire**

- Construis un parallélogramme $ABCD$ dont tu connais: $AB = 6\text{ cm}$, $AD = 4\text{ cm}$, $\widehat{DAB} = 50^\circ$.
- Construis un parallélogramme $EFGH$ dont tu connais: $\widehat{EFG} = 140^\circ$, $FG = 5\text{ cm}$.
- Construis un parallélogramme $IJKL$ dont tu connais: $IJ = 3\text{ cm}$, $IK = 5\text{ cm}$, $IL = 7\text{ cm}$.

ES89 Existe-t-il ?

Peux-tu trouver un quadrilatère :

- qui possède une diagonale confondue avec la bissectrice de l'un de ses angles ?
- dont les deux diagonales forment un angle de 185° ?
- dont les diagonales sont les bissectrices de chaque angle ?

Fichier : ES90 à ES92

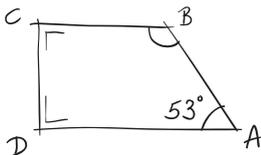
ES93 Somme des angles d'un quadrilatère

Tu as vu que la somme des angles d'un triangle vaut 180° ;
qu'en est-il de la somme des angles d'un quadrilatère ?

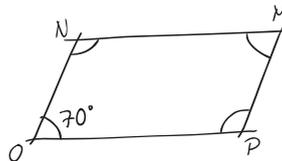
ES94 D'autres calculs d'angles

Calcule la mesure de chacun des angles de ces figures, représentées à l'aide de croquis ; efforce-toi de justifier tes résultats par des écritures mathématiques.

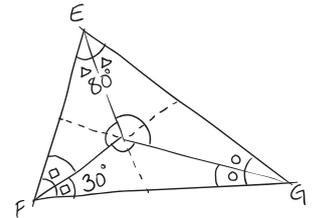
a) Trapèze rectangle



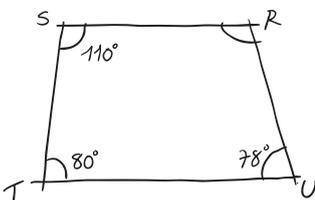
b) Parallélogramme



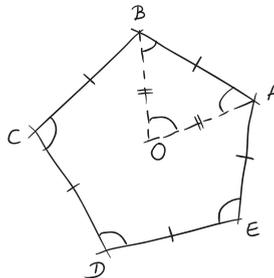
c) Triangle



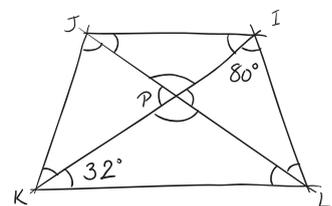
d) Quadrilatère



e) Pentagone régulier



f) Trapèze isocèle

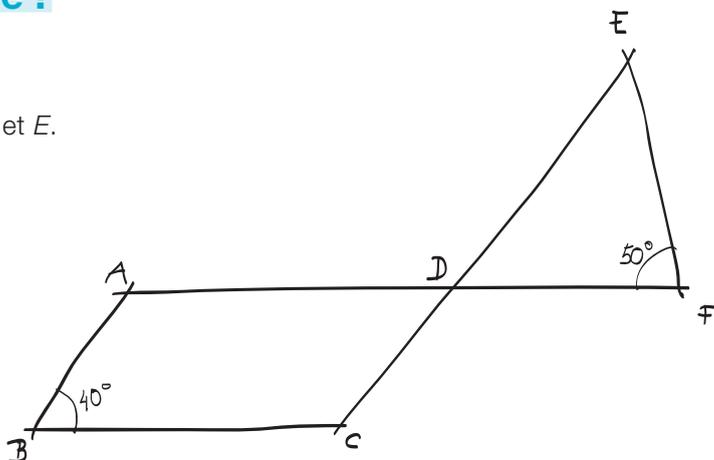


ES95 Quel est son type ?

$ABCD$ est un parallélogramme.

A , D et F sont alignés ainsi que C , D et E .

Quel est le type du triangle EFD ?



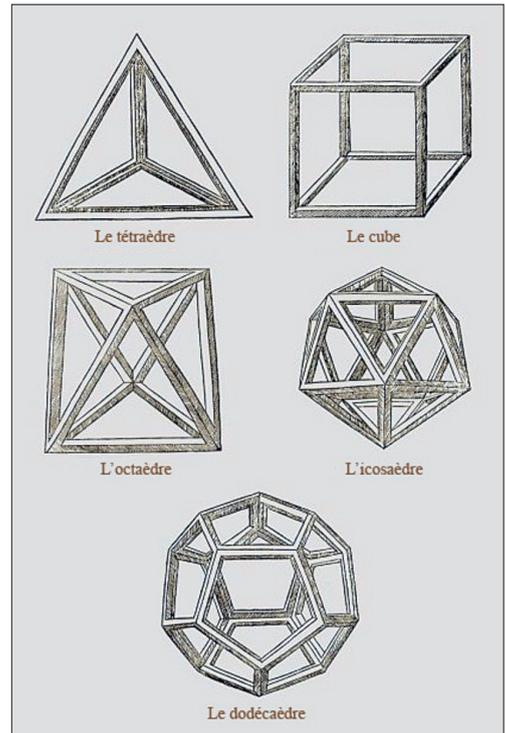
ES96 On construit encore

- a) Trace un segment AB de 8 cm de long.
 Trace le cercle p de centre A et de rayon 4 cm.
 Trace le cercle q de centre B et de rayon 4 cm.
 Trace la droite d qui passe par A et B .
 Cette droite d coupe le cercle p en C et D et le cercle q en D et E .
 Construis la droite r , perpendiculaire au segment AB et passant par le point D .
 Trace le cercle s de centre D et de 5 cm de rayon.
 Le cercle s coupe la droite r en M et N .
 Trace les polygones $AMBN$ et $CMEN$.
 De quels quadrilatères s'agit-il ?
- b) Trace un segment AB de 7 cm.
 Trace le cercle c de centre A et de rayon 4 cm.
 Trace le cercle e de centre B et de rayon 2 cm.
 Construis la droite m , perpendiculaire à AB passant par A .
 La droite m coupe le cercle c en K et L .
 Construis la droite n , parallèle à la droite m passant par B .
 La droite n coupe le cercle e en M et N .
 Que peux-tu dire du quadrilatère convexe $KMNL$?

Selon Euclide, le grand mathématicien grec de l'Antiquité, un solide est « *ce qui a une longueur, une largeur et une profondeur* ».

Les Grecs s'étaient beaucoup intéressés à ces objets en trois dimensions et ils considéraient cinq solides, dénommés « platoniciens », comme étant « parfaits » – ci-contre leur représentation par Léonard de Vinci (*Leonardo di ser Piero da Vinci, dit Leonardo da Vinci*, né à Vinci le 15 avril 1452 et mort à Amboise le 2 mai 1519).

Les cinq corps platoniciens (*polyèdres réguliers*).
Dessins de Léonard de Vinci pour la Divine proportion de Luca Pacioli



Représentations de solides

Apprentissages visés

- Reconnaissance, dénomination, description de solides selon leurs propriétés
- Réalisation de développements et construction de solides
- Représentation de solides en perspective

Sommaire

Vocabulaire	130
Perspectives et développements	131
Pour réactiver certaines connaissances	133
Angles de vue	134



Vocabulaire

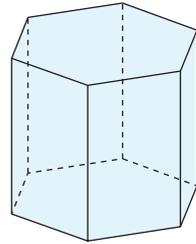
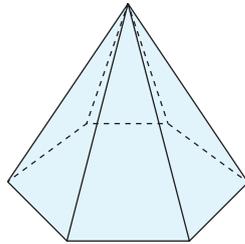
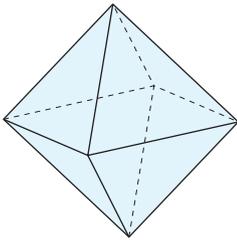
ES99 Faces, arêtes et sommets

Combien chacun de ces solides possède-t-il de sommets, d'arêtes et de faces ?

a) Octaèdre

b) Pyramide à base hexagonale

c) Prisme droit à base hexagonale



Leonhard Euler

Le théorème de Descartes-Euler s'énonce de la façon suivante : si on note respectivement f , a et s le nombre de faces, d'arêtes et de sommets d'un polyèdre convexe, alors

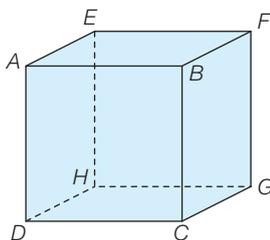
$$f - a + s = 2.$$

Ce théorème porte un double nom, car il semble que Descartes (1596-1650) ait prouvé cette relation sans jamais la publier. C'est le mathématicien suisse Leonhard Euler (1707-1783) qui l'a formulée et publiée en 1752.

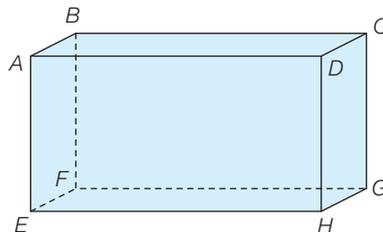
ES100 Parallélisme et perpendicularité

Pour chacun des trois solides ci-dessous, réponds aux questions suivantes :

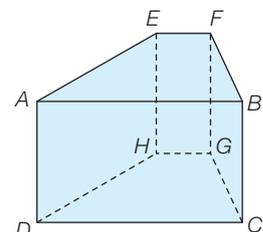
- L'arête AB est-elle parallèle à l'arête HG ?
- L'arête CD est-elle perpendiculaire à l'arête CG ?
- La face $ABCD$ est-elle parallèle à la face $EFGH$?
- La face $ABCD$ est-elle perpendiculaire à la face $BFGC$?



Cube



Parallélépipède rectangle



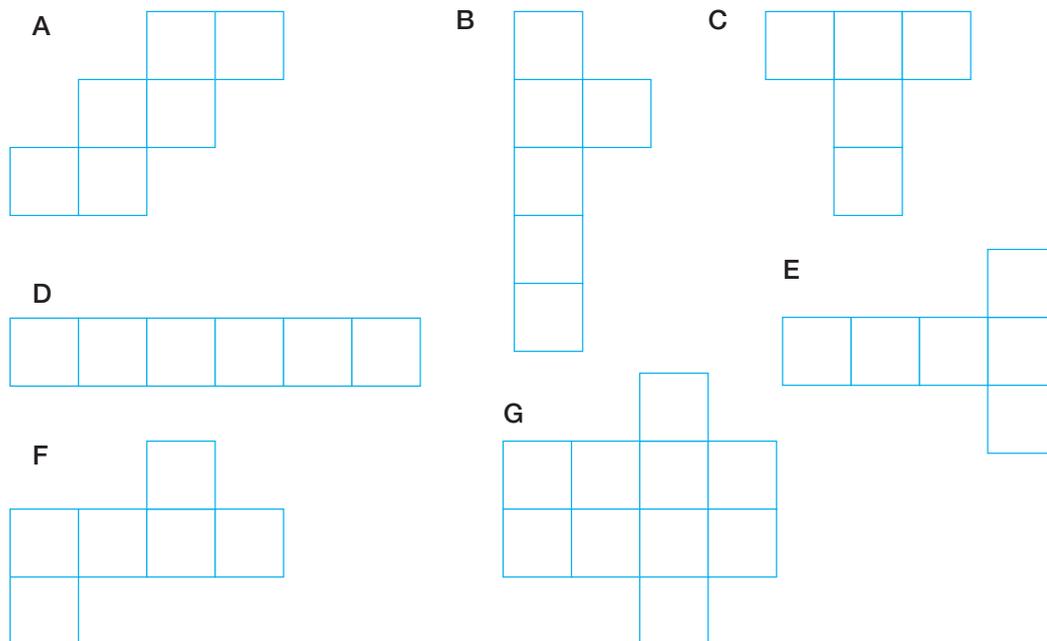
Prisme droit dont la base est un trapèze quelconque

Perspectives et développements

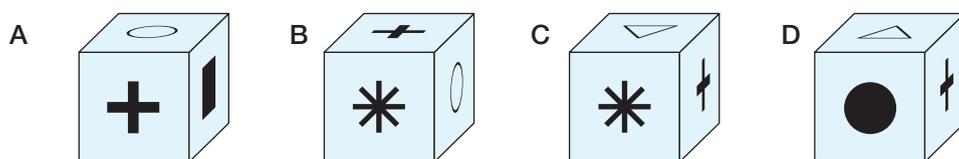
Fichier: ES101 et ES102

ES103 Patrons de cube

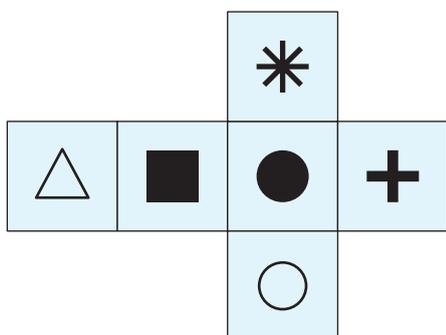
Indique les développements qui te permettront de reconstituer un cube complet.



ES104 Mise en boîte

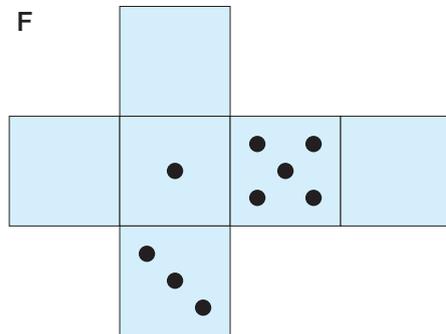
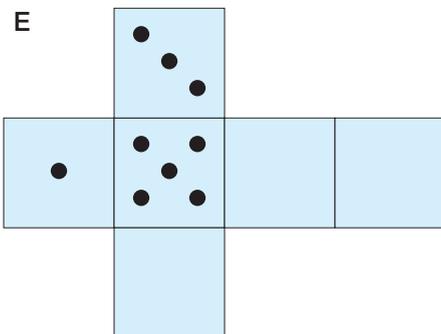
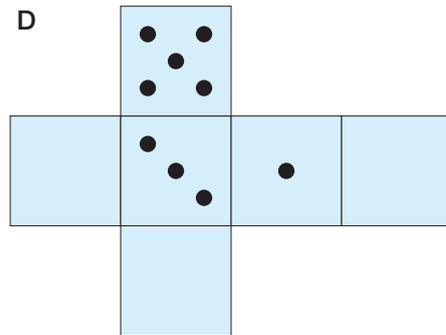
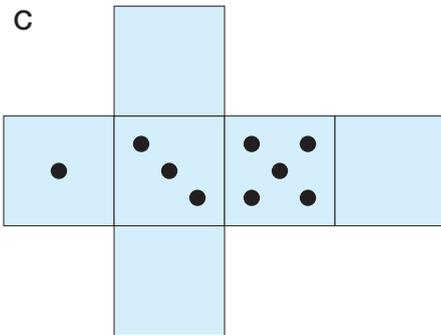
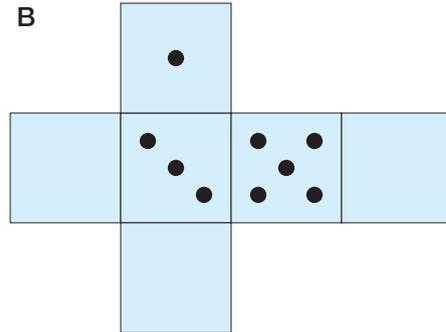
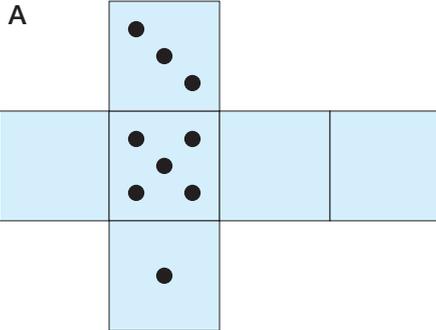
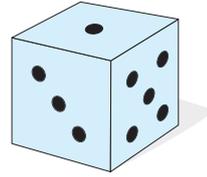


L'une des quatre boîtes a été dépliée. Voilà ce qu'elle est devenue. De quelle boîte s'agit-il ?



ES105 Patrons de dés

Réponds « vrai » ou « faux » selon que le développement, appelé aussi patron, correspond ou non à ce dé.

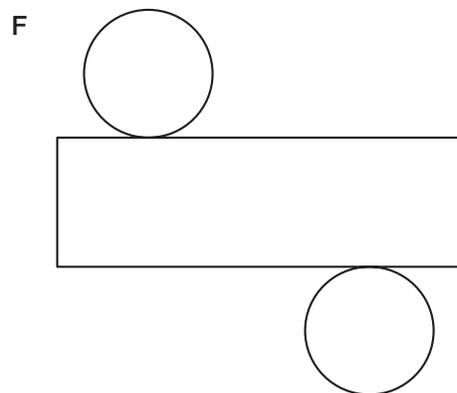
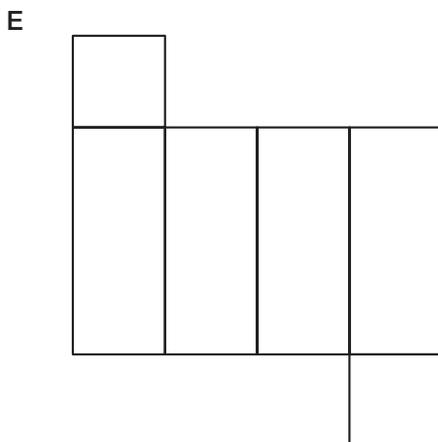
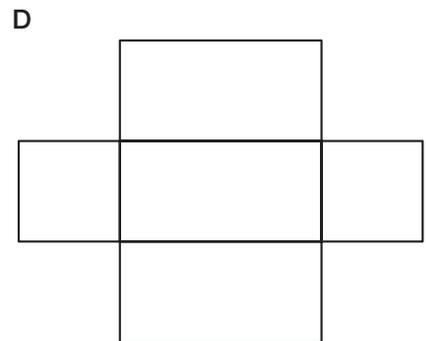
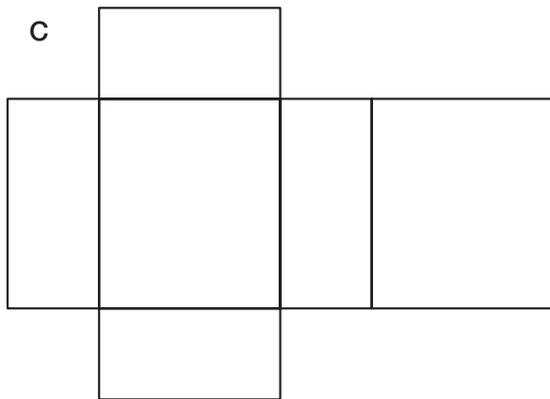
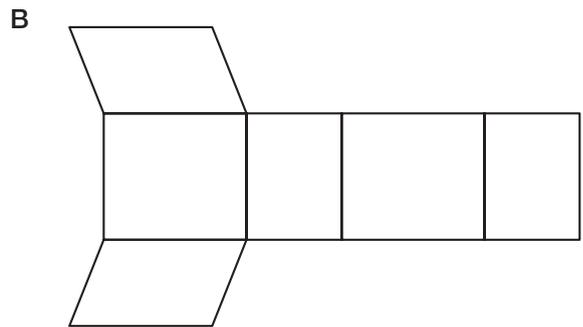
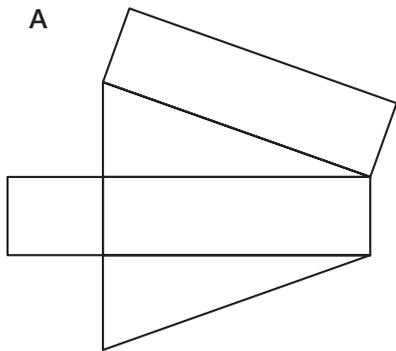


Pour réactiver certaines connaissances

ES107 De développement en développement

Parmi les développements ci-dessous, lesquels sont ceux de prismes droits ?

De parallélépipèdes rectangles ?

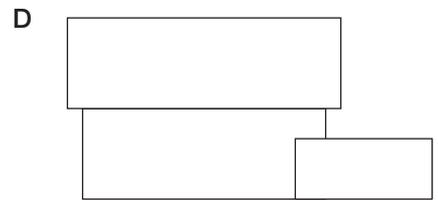
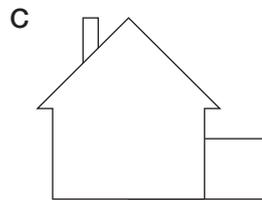
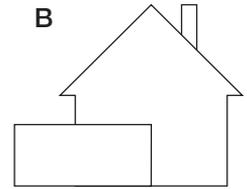
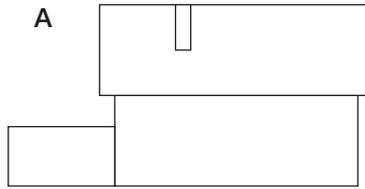
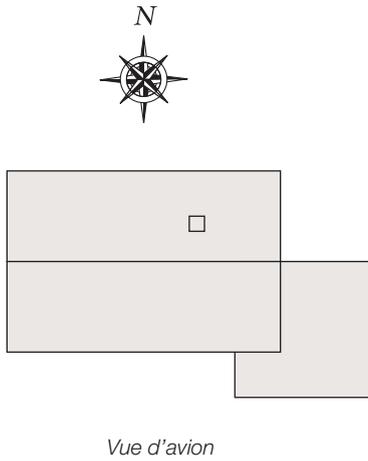


Angles de vue

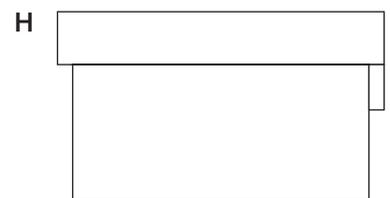
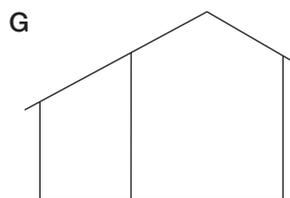
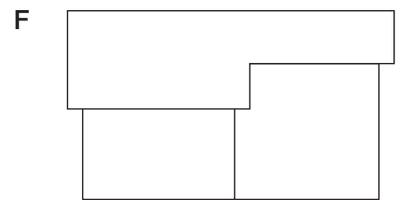
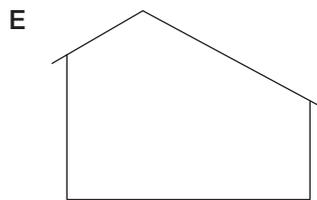
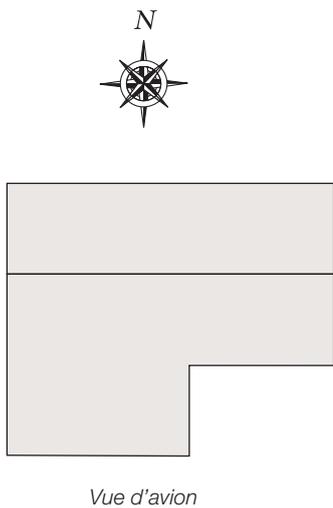
ES110 Sous toutes les coutures

Ces figures montrent une même maison, vue d'avion et de différents points cardinaux.

De quel point cardinal s'agit-il dans chaque cas ?



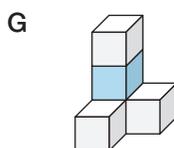
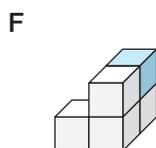
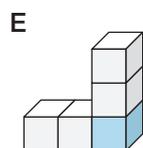
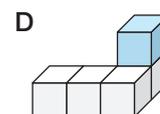
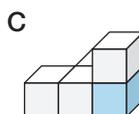
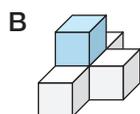
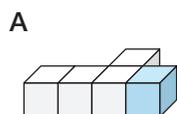
Et ici ?



ES112 D'un solide à l'autre

Ces assemblages ont été formés avec quatre cubes blancs et un cube bleu.
On est passé de l'un à l'autre en déplaçant un seul cube à chaque étape et en les dessinant depuis le même angle de vue.

- Retrouve les étapes successives en partant de la figure E.
- Pourrais-tu commencer par une autre figure ?



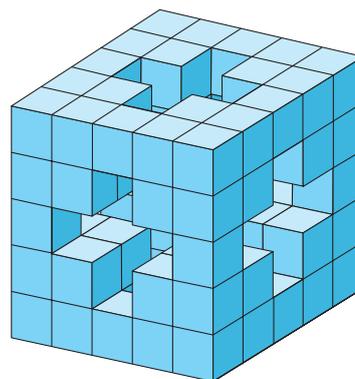
Fichier: ES113

ES114 Le cube de Simon

Simon a reçu un presse-papiers qui est représenté par la figure ci-contre.

Il a été réalisé à partir d'un cube plein grâce à des forages centraux en forme de croix.

Combien de petits cubes a-t-on extraits du cube plein lors de ces forages pour obtenir ce presse-papiers ?



Le Rubik's Cube est un casse-tête inventé en 1974 par le Hongrois *Ernő Rubik*, qui s'est rapidement répandu sur toute la planète au cours des années 80. C'est un casse-tête géométrique à trois dimensions composé de 26 petits cubes (il n'y a pas de cube central) qui, à première vue, paraissent pouvoir se déplacer sur toutes les faces et ont l'air libre de toute attache sans tomber pour autant.

Un système d'axes se cache au centre du cube.

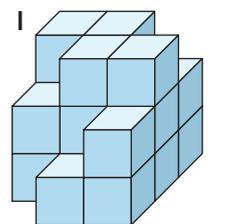
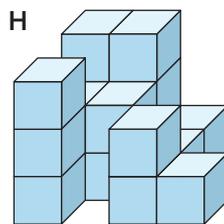
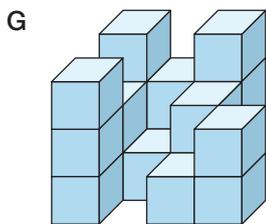
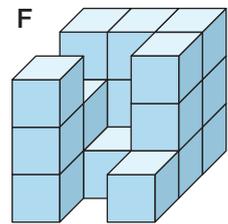
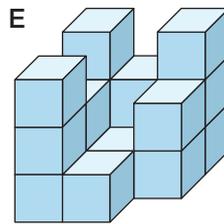
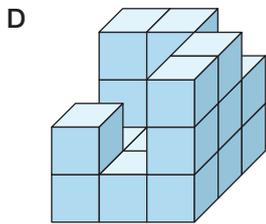
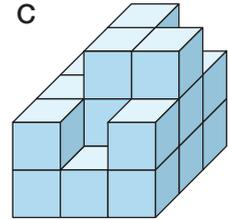
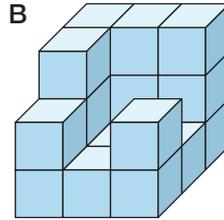
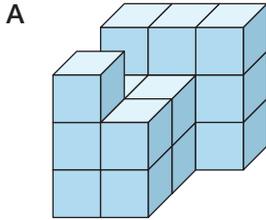
Le but du jeu est, après avoir mélangé les six faces, de manipuler le cube pour tenter de lui rendre son apparence d'origine, avec les six faces de couleurs unies.

En théorie, 20 manipulations sont nécessaires pour reconstituer le Rubik's cube 3×3×3 à partir de n'importe quelle position de départ.

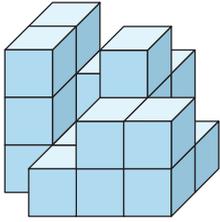
ES115 Blocs incomplets

Les tours dont on voit le sommet sont complètes.

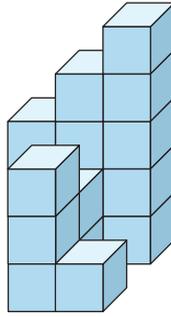
Combien de petits cubes forment les assemblages ci-dessous ?



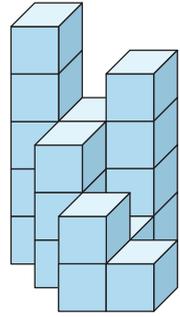
J



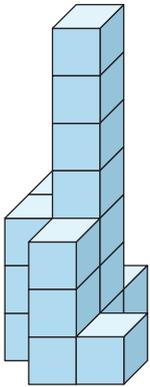
K



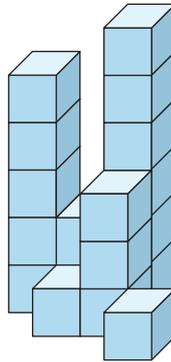
L



M



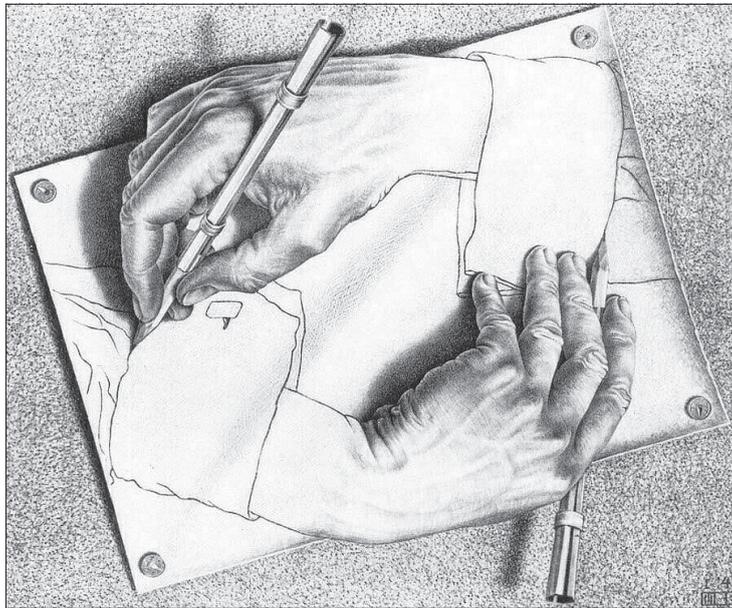
N



«L'artiste hollandais M. C. Escher fut l'auteur génial d'œuvres graphiques emplies de surprises optiques ingénieusement conçues.

Au premier abord, ses œuvres semblent naturalistes mais, au second coup d'œil, ce qui paraissait plausible se révèle impossible, et le regard, irrésistiblement attiré, va avec enchantement de découverte en découverte.

Comment Escher s'y est-il pris ? Il possédait une imagination de génie et d'exceptionnelles dispositions pour le dessin, mais la clé de ses effets déconcertants réside dans les mathématiques.»



Maurits Cornelis ESCHER (1898-1972), Dessiner, Lithographie, 1948, 70 × 50 cm

Transformations géométriques

Apprentissages visés

- Reconnaissance et dénomination d'isométries, description et identification de leurs caractéristiques
- Réalisation de frises ou de pavages à l'aide d'isométries
- Construction de l'image d'une figure plane par une isométrie
- Agrandissement et réduction de figures planes
- Utilisation de systèmes de repérage

Sommaire

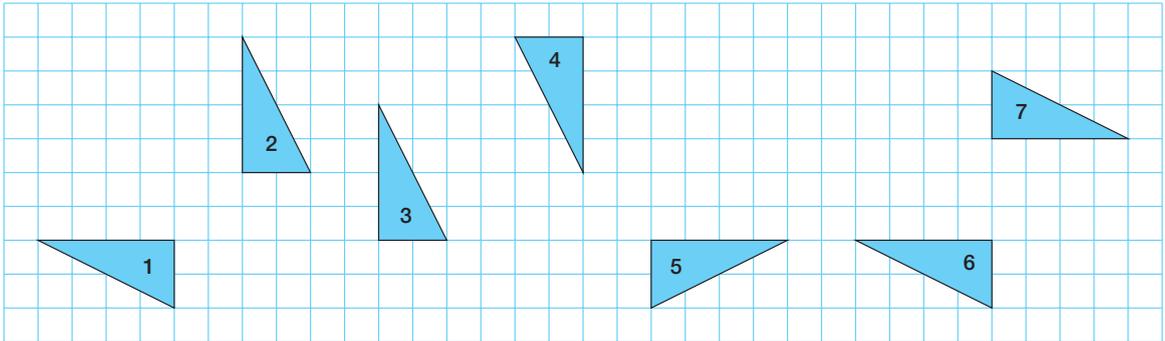
Pour réactiver certaines connaissances	140
Frises et pavages	140
Translations	143
Symétries axiales	143
Symétries centrales	144
Rotations	144
Agrandissements	144



Pour réactiver certaines connaissances

ES116 Sept à la suite

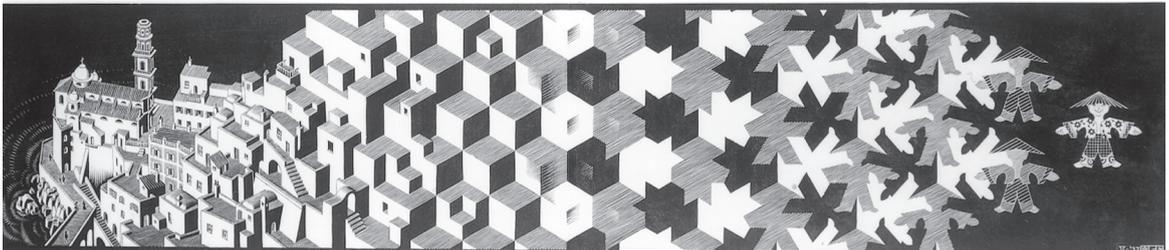
On a passé de la figure 1 à la figure 2, de la 2 à la 3, et ainsi de suite jusqu'à la 7 en utilisant six isométries que tu connais. Retrouve ces isométries dans l'ordre.



Frises et pavages

ES120 Clin d'œil à un artiste : M. C. Escher

Le graveur hollandais Escher (XX^e siècle) est bien connu dans le monde entier par ses paysages et ses représentations « insolites », comme :



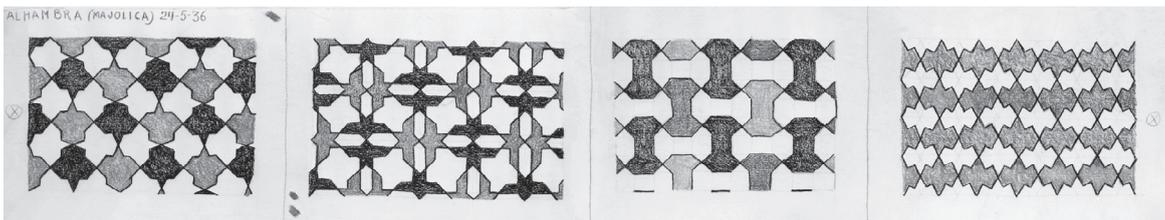
Petite métamorphose, 1937

Au début de sa vie d'artiste, il est simplement fasciné par l'architecture des villages ainsi que par les paysages de l'Italie et de la Corse. Par exemple :



Genazzano, les Abruzzes, 1929

Puis il découvre l'Espagne, où il copie plusieurs mosaïques d'origine mauresque :



Alhambra, 1936



Mosaïques

« Voilà qu'on se met à vouloir peindre avec de la pierre... »

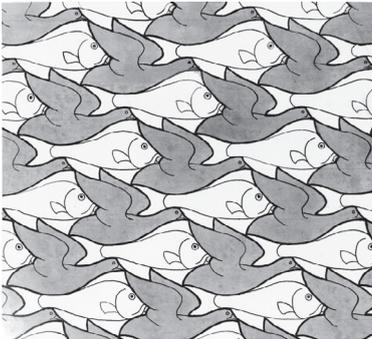
Pline l'Ancien

La mosaïque, qui apparaît dans l'Antiquité, consiste à assembler des « tesselles », petits morceaux de matériaux divers, pierre, verre, etc., de couleurs et de tailles différentes.

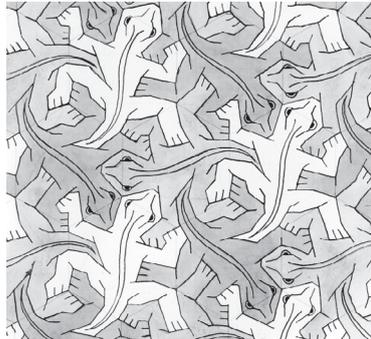
Les motifs sont plus ou moins complexes et détaillés ; les mosaïques peuvent aussi bien décorer des sols que des murs et représenter des motifs géométriques ou mettre en scène des personnages ou des animaux.

*Vallon (Suisse) : Mosaïque de la venatio (chasse), début du III^e siècle apr. J.-C.
Détail du médaillon du cerf et du molosse*

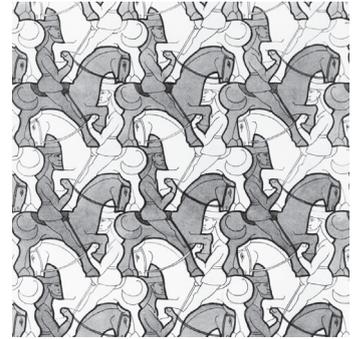
Pour reproduire ses motifs de base à l'infini, Escher s'inspire des transformations du plan :



Étude d'un remplissage périodique d'un plan avec des poissons et des oiseaux, 1938

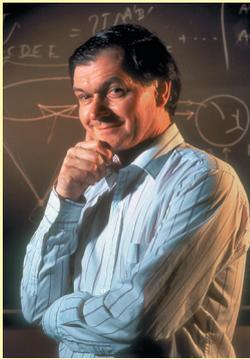


Étude d'un remplissage périodique d'un plan avec reptiles, 1939



Étude d'un remplissage périodique d'un plan avec cavaliers, 1936

Et toi, pourrais-tu également paver le plan avec un motif de ton invention ?



M. C. Escher (17 juin 1898 – 27 mars 1972) était proche du mathématicien anglais **Roger Penrose** (né le 8 août 1931), et leurs travaux se complètent et s'inspirent mutuellement.

Les pavages de Penrose intègrent, entre autres, le *nombre d'or*, rapport « idéal » entre deux dimensions, connu déjà chez les Grecs : $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$; ce nombre est souvent désigné par la lettre grecque φ (phi), en l'honneur du sculpteur

Phidias (V^e siècle av. J.-C.) qui aurait utilisé ce rapport pour dessiner les plans du Parthénon, célèbre temple d'Athènes.

Se fondant sur le *nombre d'or*, Penrose définit des éléments de base aux dimensions le respectant : partant d'un « triangle d'or », il construit différents motifs comme le losange, le cerf-volant, le fer de lance ou la flèche. Il pave ensuite le plan en les multipliant, les colorant différemment et les combinant.

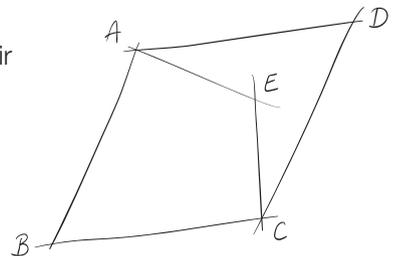
ES121 Pavage « doré »

Le côté de ce losange mesure 8,1 cm. $AE = CE = DE = 5$ cm.

Construis plusieurs mêmes losanges et découpe-les afin d'obtenir une série de cerfs-volants et de fers de lance.

Forme un pavage avec les pièces de plusieurs camarades.

Reproduis ce pavage sur une grande feuille, à l'aide de constructions géométriques précises.



Translations

ES122 Losange en translation

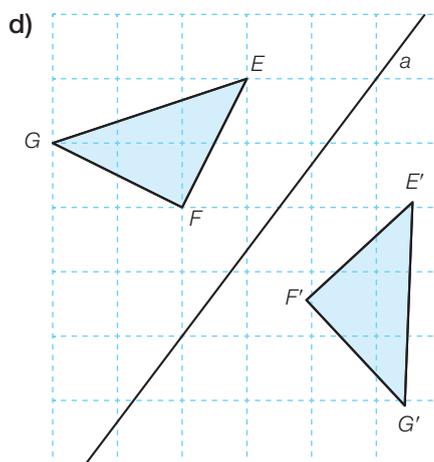
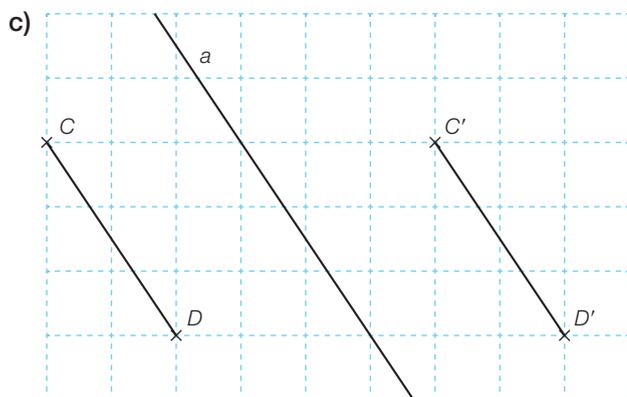
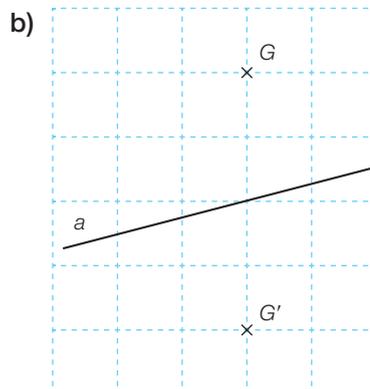
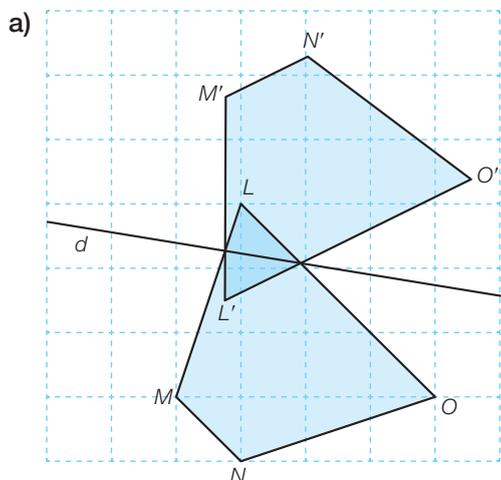
Construis un losange $ABCD$ dont les diagonales mesurent 4 cm et 6 cm.
Effectue ensuite une translation de vecteur \overline{AB} de ce losange.

Fichier: ES123 à ES125

Symétries axiales

ES126 Symétrie axiale ?

Parmi les dessins ci-dessous, lesquels représentent une symétrie axiale ?



Fichier: ES127 à ES132

Symétries centrales

Fichier: **ES133**

ES134 Lettres, chiffres et symétries

- Dessine trois lettres et trois chiffres qui possèdent un centre de symétrie.
- Dessine de nouveau trois lettres et trois chiffres qui possèdent un ou deux axes de symétrie. Cela peut être les mêmes lettres ou chiffres que pour la question **a)**.

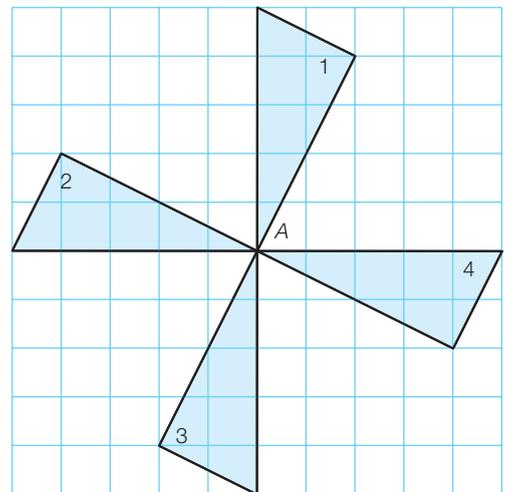
Fichier: **ES135 à ES137**

Rotations

ES138 Ça tourne!

Auquel des quatre triangles, numérotés de 1 à 4, se superposera :

- le triangle 1 si on le fait tourner de $+90^\circ$ autour de A ?
- le triangle 2 si on le fait tourner de -90° autour de A ?
- le triangle 3 si on le fait tourner de $+180^\circ$ autour de A ?
- le triangle 4 si on le fait tourner de -270° autour de A ?



Fichier: **ES139 à ES142**

Fichier: **Faire le point p. 177**

Agrandissements

ES143 Plus petit, plus grand?

Construis un triangle ABC dont les dimensions sont :

$$AB = 6 \text{ cm}, BC = 8 \text{ cm}, AC = 10 \text{ cm}.$$

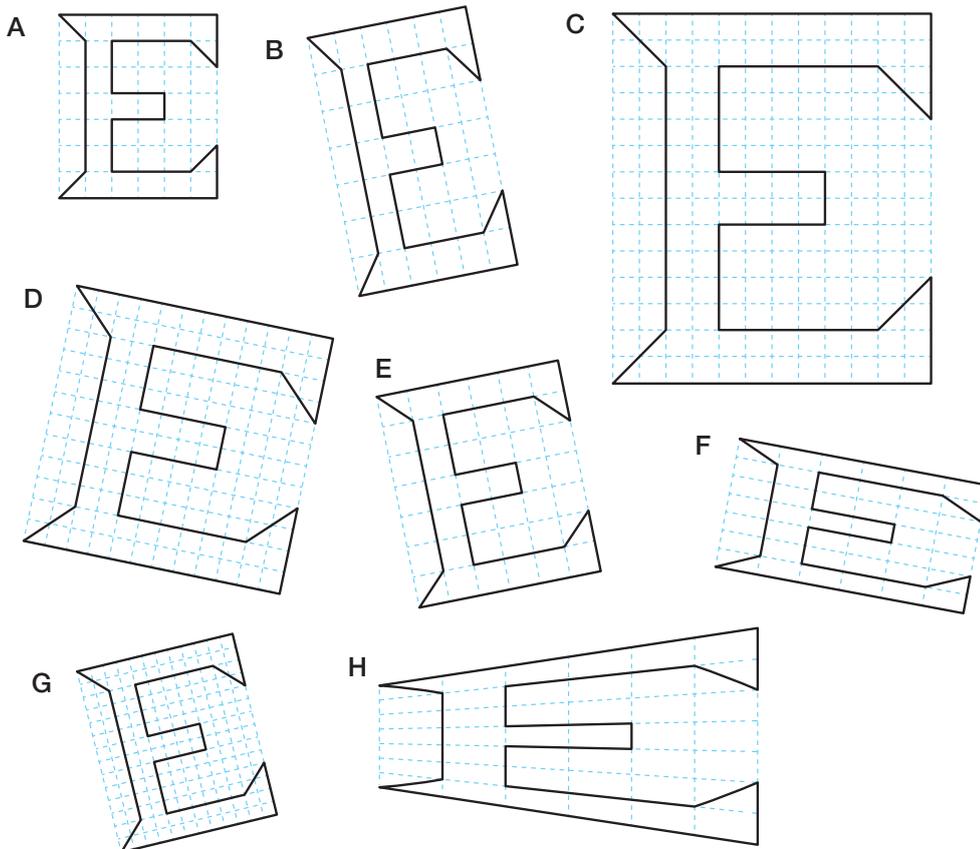
- Construis un triangle DEF en multipliant chacune des dimensions du triangle ABC par 0,4.
- Construis un triangle GHI en multipliant chacune des dimensions du triangle DEF par 2,5.
- Compare les dimensions des triangles ABC et GHI . Que peux-tu dire?

Fichier: **ES144**

ES145 Erika

Erika, grande admiratrice de Superwoman, est fière de l'initiale qu'elle a créée. Elle se sert de différents réseaux pour la reproduire.

- a) Quelles sont les images de son E de départ (figure A) par un agrandissement ?
 b) Dans les autres cas, indique pourquoi ce n'est pas un agrandissement.



Superwoman apparaît pour la première fois en 1943 dans un *Comics* (bandes dessinées aux États-Unis). C'est la première fois que Lois Lane, journaliste au Daily Planet et dont Superman est amoureux, dispose des mêmes pouvoirs que lui.

Protégeant le monde, le sauvant même des pires catastrophes, les deux super-héros sont très identifiables, avec leur costume

bleu, jaune et rouge, leur cape flottant au vent et, sur le torse, le dessin d'un 'S' rouge sur un écu jaune.

Superman a pour sa part été créé en 1933 par deux camarades de classe, Jerry Siegel et Joe Shuster, alors âgés de 17 ans.

Grandeurs et mesures

- Lignes et surfaces
- Solides
- Diverses mesures



Grandeurs et mesures

**Mobiliser
la mesure
pour comparer
des grandeurs**

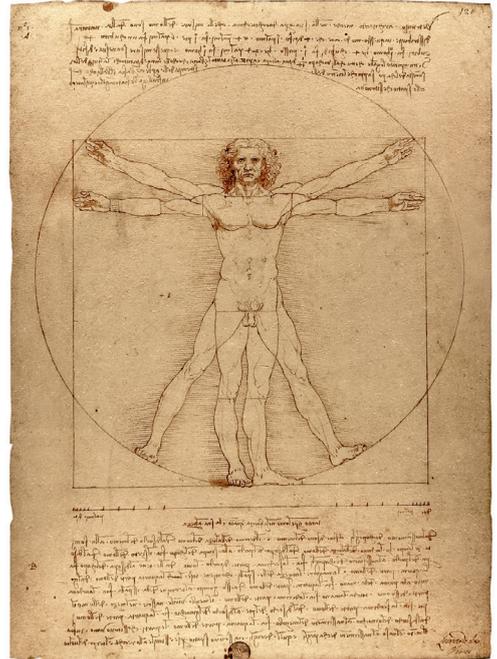
Résolution de problèmes
de mesurage en lien
avec les grandeurs
et les théorèmes étudiés.

L'origine des mesures de longueur se perd dans la nuit des temps ; pour se repérer, l'être humain a besoin de connaître les distances entre les lieux, les altitudes, mais il doit aussi être capable de calculer les surfaces d'un terrain, de prévoir les dimensions nécessaires à la construction de maisons et monuments...

Les unités de longueurs ont longtemps été choisies en fonction des mesures du corps humain : *pouce*, *pied*, *empan* (largeur d'une main ouverte, du bout du pouce jusqu'au bout du petit doigt), *coudée*, *pas*, etc. De même, pour parler de surfaces, on se référait au corps humain ou au travail des hommes.

Ces unités variaient d'un pays à l'autre, voire d'une région ou d'une ville à l'autre ; les échanges commerciaux et les voyages plus fréquents incitèrent à unifier ces unités de longueur et d'aire.

Certaines de ces unités, comme nous le verrons, sont pourtant encore utilisées de nos jours.



L'Homme de Vitruve, Léonard de Vinci (1452-1519). Ce dessin illustre un passage du livre *De Architectura* de l'auteur latin Vitruve (Marcus Vitruvius Pollo, 1^{er} siècle av. J.-C., actif sous Jules César et Auguste). Vitruvius y affirmait que les proportions d'un bâtiment devraient correspondre à ceux d'une personne, et il y fixait ce qu'il considérait être les mesures idéales d'un corps humain.

Lignes et surfaces

Apprentissages visés

- Estimation, comparaison, classement et mesure de grandeurs par manipulation de lignes et de surfaces
- Mesure des dimensions adéquates, calcul du périmètre et de l'aire d'un polygone, en particulier de quadrilatères

Sommaire

Pour réactiver certaines connaissances	150
Périmètres et aires	150
Transformation d'unités	151
Vers des formules d'aires	152
Utiliser des formules d'aires	153
Périmètres et aires de figures composées	155
Encore quelques problèmes	157



Fichier: Que sais-je ? p. 183

Pour réactiver certaines connaissances

GM1 On tourne autour

Calcule le périmètre :

- d'un triangle équilatéral JK dont le côté vaut 15 m ;
- d'un losange $LMNO$ dont le côté mesure 5,6 cm.

GM2 Plus grand périmètre, plus grande aire ?

$ABCD$ est un rectangle dont la longueur mesure 6 cm et la largeur 4 cm.

$EFGH$ est un rectangle dont la longueur vaut 8 cm et la largeur 3 cm.

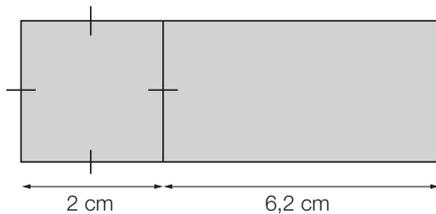
- Construis ces deux rectangles.
- Quel rectangle a le plus grand périmètre ?
- À vue d'œil, lequel a la plus grande aire ?
- Vérifie ton pronostic par le calcul.

Fichier: GM3 et GM4

Périmètres et aires

GM5 Figure grisée

Calcule le périmètre et l'aire de la figure grisée suivante :



Fichier: GM6 à GM10

Transformation d'unités

Le mètre (symbole m, du grec *metron*, mesure) est l'unité de base de longueur du Système international (SI).

Le mètre fut officiellement défini pour la première fois le 26 mars 1791 par l'Académie des sciences comme étant la dix millionième partie d'un quart de méridien terrestre. En 1795, la loi précisa : « (...) il n'y aura qu'un seul étalon des poids et mesures pour toute la République ; ce sera une règle de platine sur laquelle sera tracé le mètre... »

La Convention nationale, afin de généraliser l'usage du système métrique, fit installer, entre 1796 et 1797, seize mètres-étalons en marbre dans les lieux les plus fréquentés de Paris. Ci-contre, l'un des deux derniers qui s'y trouvent encore.

En 1889, le Bureau des poids et mesures redéfinit le mètre comme étant la distance entre deux points sur une barre d'un alliage de platine et d'iridium. Cette barre est conservée à Sèvres en France.

Le mètre est défini, depuis 1983, comme la distance parcourue par la lumière dans le vide en $1/299\,792\,458^e$ de seconde.



Mètre-étalon situé au coin de la rue de Vaugirard et de la rue Garancière à Paris VI^e

GM11 Quelle unité ?

Quatre élèves se prononcent sur le périmètre et l'aire d'une bande de tissu de 1,5 m de longueur et de 6 cm de largeur, sans mentionner d'unités :

	Jean	Jules	Aline	Joanne
Périmètre	312	15	31,2	3,12
Aire	900	9	9	0,09

Selon toi, comment ont-ils procédé ?

Fichier: **GM12 et GM13**

GM14 Conversions d'unités d'aire

1. Convertis en m^2 :

- a) 22 hm^2
- b) 480 dm^2
- c) 863 cm^2
- d) 1,45 km^2
- e) 630 000 mm^2
- f) 1,027 dam^2

2. Convertis en cm^2 :

- a) 2,3 m^2
- b) 1200 mm^2
- c) 0,0005 dam^2
- d) 47 dm^2
- e) 1,4 mm^2
- f) 0,2 dm^2

Fichier: **GM15 à GM19**

Vers des formules d'aires

GM20 Reconstitution

Dessine un parallélogramme.

Partage-le en deux morceaux afin de reconstituer un rectangle équivalent.

- Quel est le périmètre de ce rectangle ? Et son aire ?
- Quel est le périmètre du parallélogramme ? Et son aire ?

GM21 Demi-parallélogramme

Dessine un triangle quelconque.

Considère ce triangle comme un demi-parallélogramme.

- Construis le parallélogramme en entier.
- Calcule son aire, puis celle du triangle.

GM22 Du trapèze au parallélogramme

Dessine un trapèze.

- Construis un second trapèze, isométrique au premier, afin que, sans se superposer, ces deux trapèzes forment un parallélogramme.
- Calcule l'aire du parallélogramme, puis celle du trapèze.

GM23 En deux coups de ciseaux

Dessine un trapèze.

Deux coups de ciseaux te suffisent pour reconstituer un rectangle équivalent.

- Quelles sont les dimensions de ce rectangle ?
- Quelle est l'aire du trapèze initial ?

GM24 Du losange au rectangle

Dessine un losange.

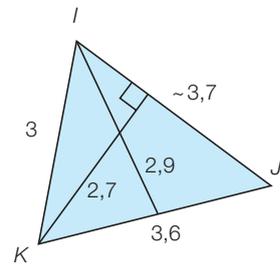
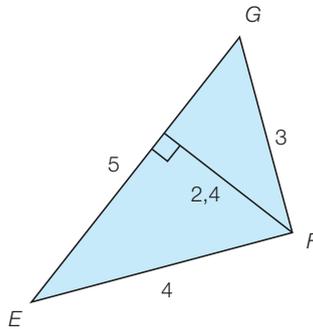
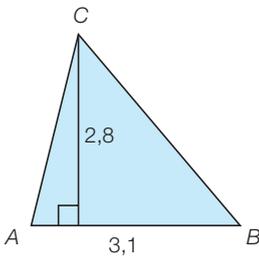
- a) Construis trois rectangles de même aire que le losange de telle sorte que :
- un côté du premier rectangle soit confondu avec la grande diagonale du losange ;
 - un côté du deuxième rectangle soit confondu avec la petite diagonale du losange ;
 - un côté du troisième rectangle soit confondu avec un côté du losange.
- b) Calcule de trois manières différentes l'aire de ce losange.

Fichier: GM25

Utiliser des formules d'aires

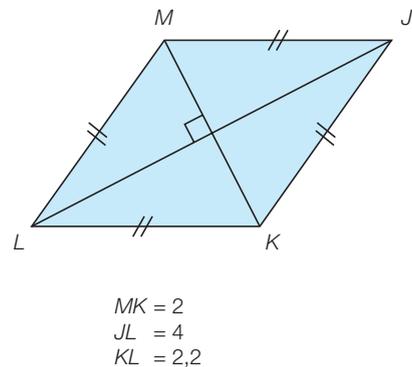
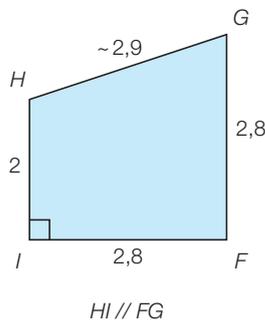
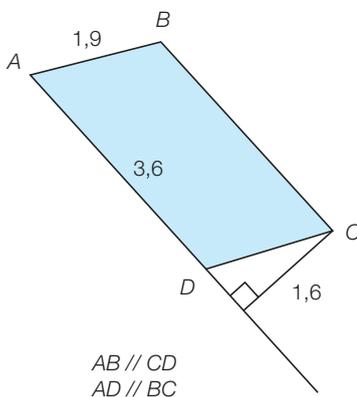
GM26 Aires de triangles

Calcule l'aire des triangles ABC , EFG et IJK .



GM27 Aires de quadrilatères

Calcule l'aire de ces quadrilatères.

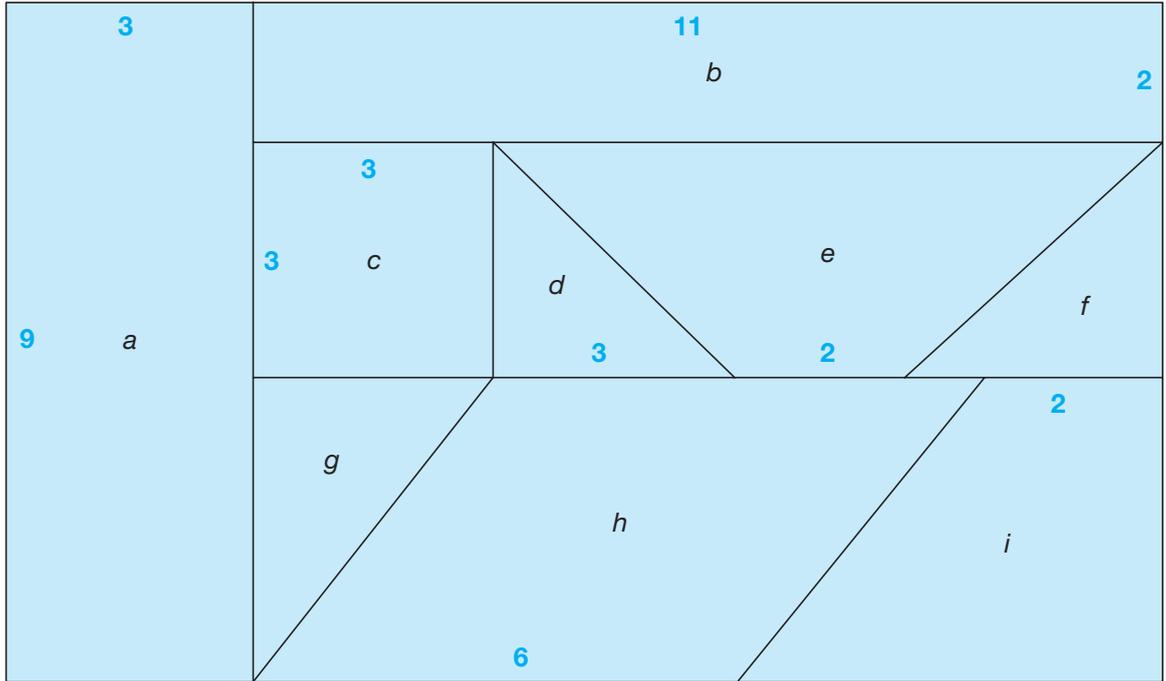


Fichier: GM28 à GM30

GM31 De l'unité à la figure

Ce puzzle rectangulaire est constitué de neuf polygones.

Calcule l'aire de chacun d'eux, puis l'aire du puzzle.



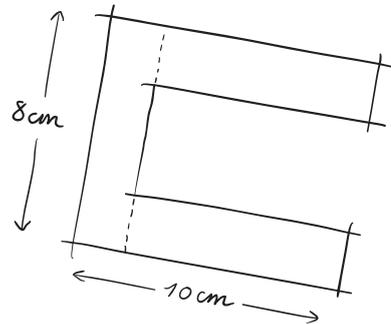
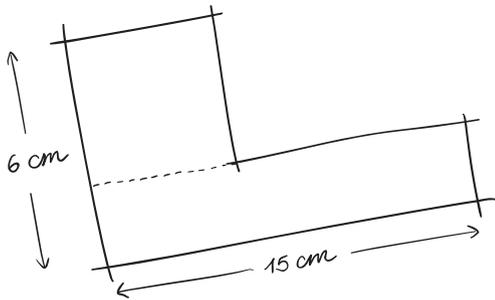
Unités [cm]

Périmètres et aires de figures composées

GM32 Périmètres

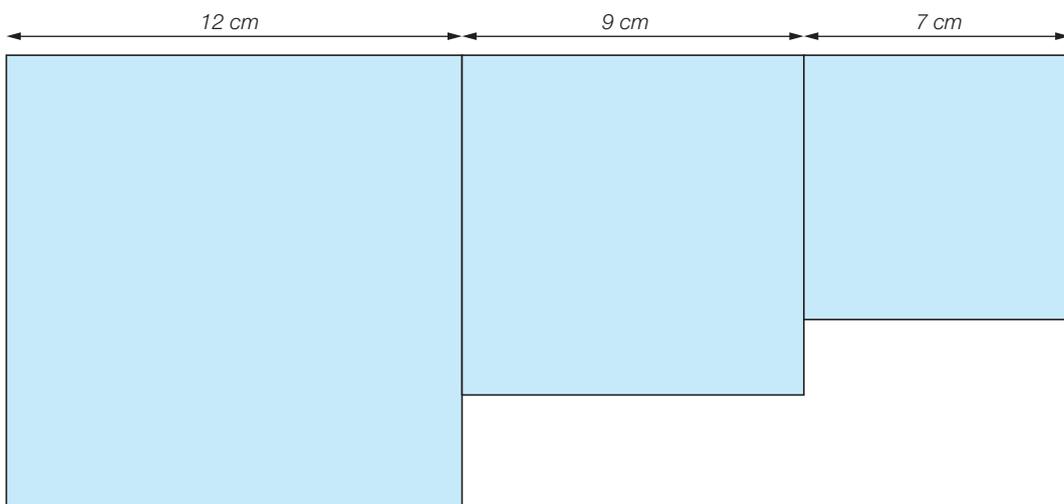
Quel est le périmètre :

- a) d'un losange formé de deux triangles équilatéraux de 12 cm de périmètre chacun ?
- b) d'un carré formé de deux rectangles de 18 cm de périmètre chacun ?
- c) de cet hexagone, formé d'un rectangle et d'un carré ?
- d) de cet octogone, formé de trois rectangles isométriques ?



GM33 Aires de carrés

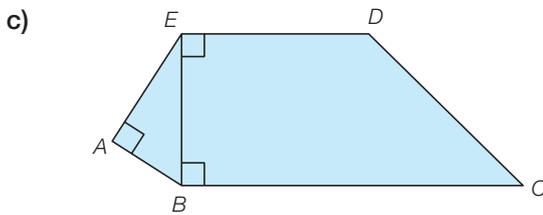
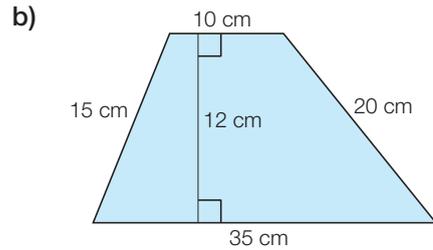
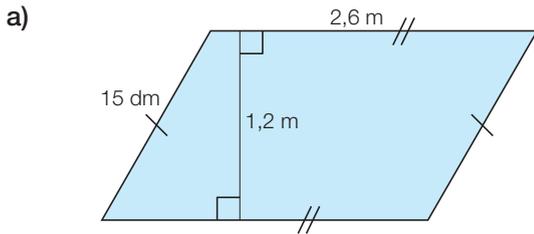
- a) Quelle est l'aire de la figure ci-dessous composée de carrés ?



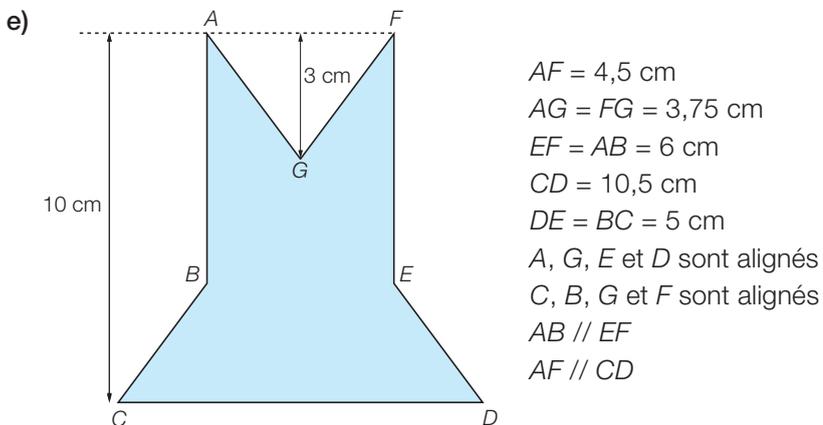
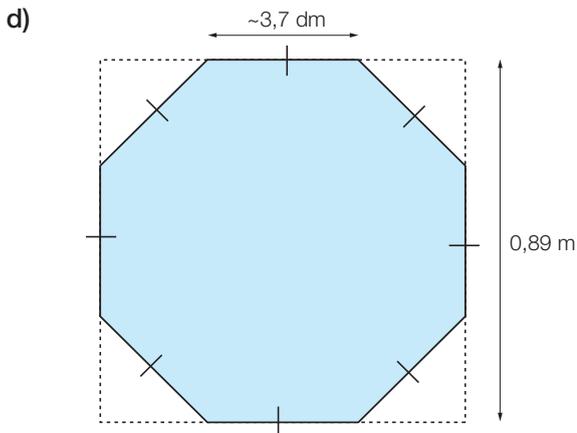
- b) Quel est son périmètre ?

GM34 Des simples et des composées

Calcule le périmètre et l'aire des figures suivantes :



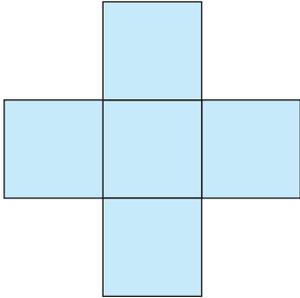
$ED = 4 \text{ cm}$
 $DC \cong 5,4 \text{ cm}$
 $AE = 0,4 \text{ dm}$
 $AB = 3 \text{ cm}$
 $EB = 0,05 \text{ m}$
 $BC = 6 \text{ cm}$



$AF = 4,5 \text{ cm}$
 $AG = FG = 3,75 \text{ cm}$
 $EF = AB = 6 \text{ cm}$
 $CD = 10,5 \text{ cm}$
 $DE = BC = 5 \text{ cm}$
 $A, G, E \text{ et } D \text{ sont alignés}$
 $C, B, G \text{ et } F \text{ sont alignés}$
 $AB \parallel EF$
 $AF \parallel CD$

GM35 Les carrés en croix

Calcule l'aire et le périmètre de la figure ci-dessous, constituée de carrés de 4,2 cm de côté.



Tous les drapeaux du monde sont rectangulaires, sauf ceux du Népal, pentagonal, de la Suisse et du Vatican, carrés.

Tout a commencé en 1339 à la bataille de Laupen où, pour se différencier des autres combattants, les soldats « suisses » – en réalité bernois – cousirent sur leurs vêtements une croix blanche.

La forme carrée n'est pas définie par la loi ; il s'agit simplement d'une tradition. En revanche, la loi, depuis 1889, impose que la croix ne soit pas constituée de cinq carrés égaux ; en effet, les quatre branches de la croix – identiques entre elles – doivent être d'un sixième plus longues que larges.

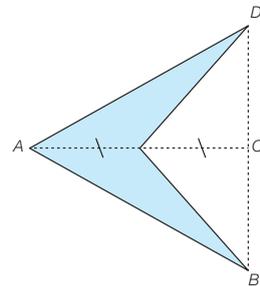
Quant à la couleur du drapeau, elle est fixée depuis le 1^{er} janvier 2007 : un rouge dénommé *Pantone 485*, soit 100 % de magenta et 100 % de jaune.

GM36 Dans le ciel

Calcule l'aire de ce fer de lance de deux manières différentes.

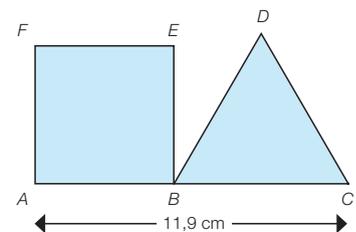
$$BD = 50 \text{ cm}$$

$$AC = 80 \text{ cm}$$



GM37 Un carré et un triangle

Détermine AB pour que le périmètre de $ABEF$ soit égal au périmètre du triangle BDC sachant que $AC = 11,9 \text{ cm}$, que $ABEF$ est un carré et que BCD est un triangle équilatéral.



Encore quelques problèmes

GM38 Plus grand, mais plus petit

Comme chaque mois de septembre, Aloys sème du rampon dans son jardin potager, après avoir délimité un rectangle à l'aide d'une ficelle.

Aujourd'hui, André, son vieux copain de toujours, prétend qu'il aurait pu, à l'aide de la même ficelle, obtenir une surface rectangulaire plus grande.

Comment Aloys doit-il faire pour que l'aire de son rectangle soit maximale ?

GM39 On va par trois

Construis trois parallélogrammes et trois triangles non rectangles, tous différents les uns des autres, mais dont l'aire est chaque fois 24 cm^2 .

GM40 On va par quatre

Peux-tu construire quatre polygones différents de 9 cm^2 d'aire chacun ?

Et quatre rectangles différents de 18 cm^2 d'aire chacun ?

Et quatre triangles rectangles différents de 18 cm^2 d'aire chacun ?

GM41 Dans le journal

Lu dans le journal :



Si toutes les forêts (bois privés et communaux) étaient réparties entre les 20 000 habitants, combien de mètres carrés posséderait chaque habitant ?

GM42 Périmètres ou aires ?

- a) Découpe un rectangle en deux rectangles isométriques.

Juxtapose les deux morceaux pour former un nouveau rectangle.

A-t-il la même aire et le même périmètre que le rectangle initial ?

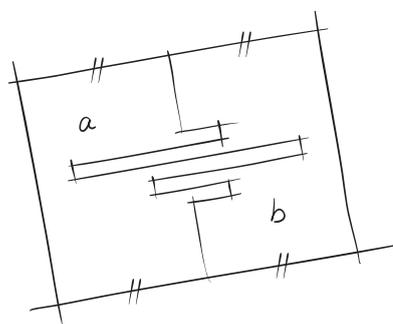
- b) Aloys a planté deux piquets, distants de 25 m. Il possède une corde de 105 m.

Où va-t-il planter un troisième piquet pour former, avec sa corde, un enclos dont l'aire sera la plus grande possible ?

- c) Jennifer et Christophe doivent se partager ces deux parcelles a et b qu'ils ont reçues en héritage de leur père Serge.

Jennifer souhaite recevoir celle qui possède la plus grande aire et Christophe celle dont le périmètre est le plus grand.

Laquelle vont-ils choisir ?



GM43 Échec aux maths !

Dans la cour d'école, on peint un échiquier dont le côté de chaque case mesure 3 dm.

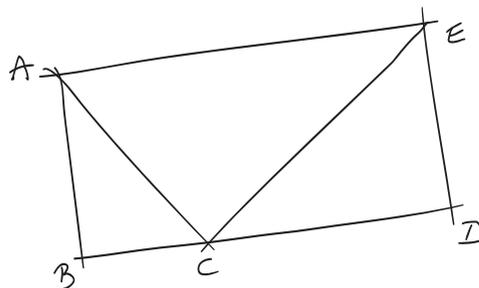
Quelle est l'aire de la surface peinte en noir ?

Quel est le périmètre de cet échiquier ?

GM44 Le troisième triangle

Dans le rectangle $ABDE$, l'aire du triangle ACE vaut 24 et celle du triangle CDE 13.

Quelle est l'aire du triangle ABC ?



GM45 Des hauteurs, des triangles

Le segment AH est une hauteur d'un triangle ABC . Calcule :

- l'aire de ce triangle si $BC = 4,8$ cm et $AH = 3,5$ cm ;
- AH si l'aire vaut $22,5$ cm² et $BC = 6$ cm ;
- BC si l'aire vaut 42 cm² et $AH = 4,2$ cm.

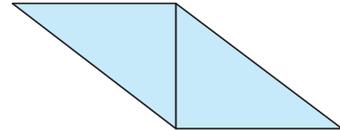
Fichier: GM46

GM47 Des polygones convexes

Tu disposes de triangles rectangles isométriques dont les côtés mesurent 3 cm, 4 cm et 5 cm.

En utilisant à chaque fois trois de ces triangles, juxtaposés bord à bord, tu peux former des polygones convexes.

Exemple de deux triangles juxtaposés bord à bord :

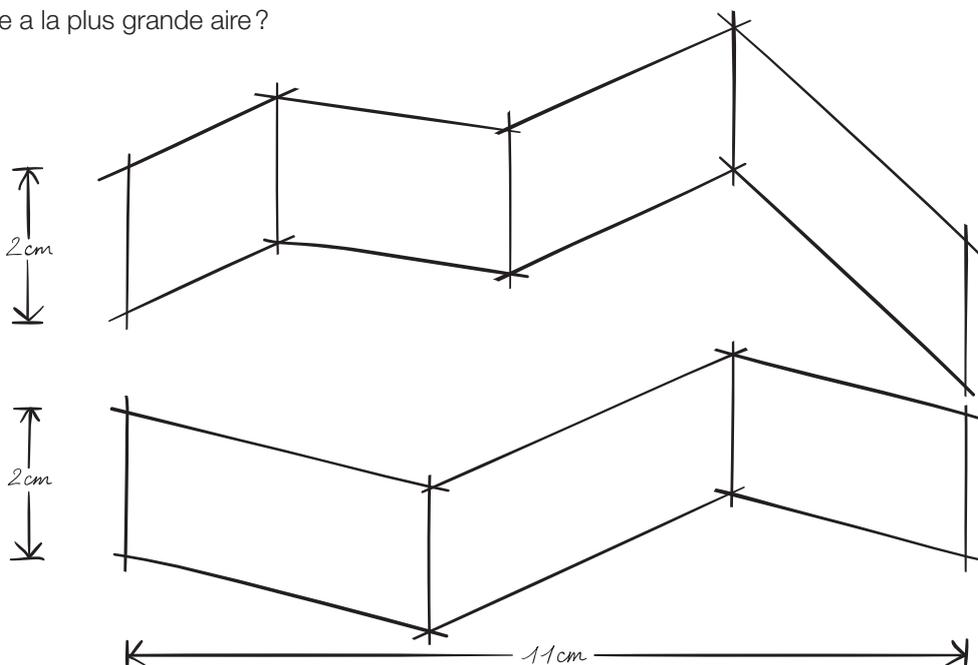


- Cherche au moins quatre polygones convexes différents.
- Dessine chaque polygone trouvé et calcule l'aire ainsi que le périmètre de chacun d'eux.
- Que peux-tu dire des résultats obtenus ?

GM48 Bandes de parallélogrammes

Ces deux bandes sont formées de parallélogrammes.

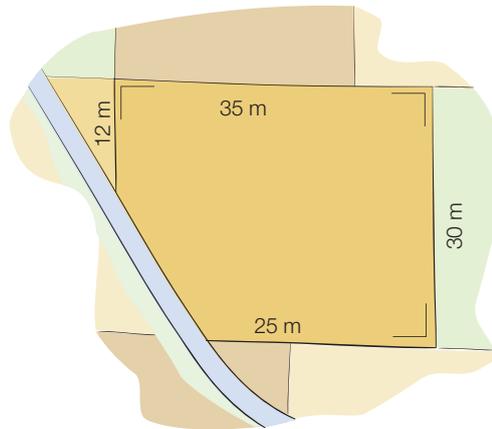
Laquelle a la plus grande aire ?



GM49 À vendre

Ce terrain est vendu à Fr. 185.–/m².

Quel est son prix ?



GM50 Football et mesures

Un terrain de football est long de 105 m. Sa largeur vaut les deux tiers de sa longueur. On l'entoure d'une barrière distante de 3 m du bord du terrain.

- Combien de mètres carrés de gazon faut-il pour couvrir ce terrain jusqu'à la barrière ?
- Quelle est la longueur totale de cette barrière ?



Extrait du règlement de la FIFA

(Fédération internationale de football association) :

Les matchs peuvent être disputés sur des surfaces naturelles ou artificielles, conformément au règlement de la compétition en question. Les terrains artificiels doivent être de couleur verte.

Le terrain de jeu est divisé en deux moitiés par la ligne médiane qui joint le milieu des lignes de touche.

Le point central est marqué au milieu de la ligne médiane. Autour de ce point est tracé un cercle de 9,15 m de rayon.

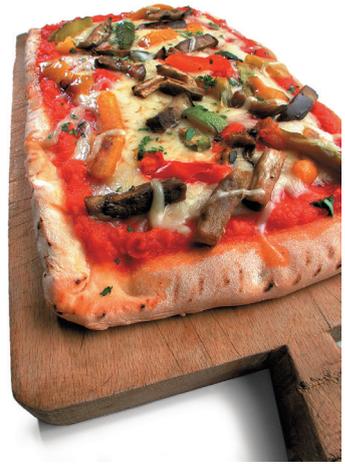
Dimensions du terrain – Matches internationaux :

- Longueur (ligne de touche) :
minimum 100 m, maximum 110 m.
- Largeur (ligne de but) :
minimum 64 m, maximum 75 m.
- La pente maximale ne doit pas excéder 0,5 à 0,8%.

GM51 Un gros mangeur

Jean mange une pizza rectangulaire de $18\text{ cm} \times 25\text{ cm}$;
Jacques mange une autre pizza rectangulaire de $15\text{ cm} \times 30\text{ cm}$.

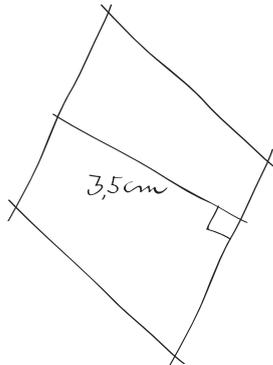
Calcule le côté de la pizza carrée de Joe pour qu'il ait autant à manger que Jacques et Jean réunis.



GM52 Du périmètre à l'aire

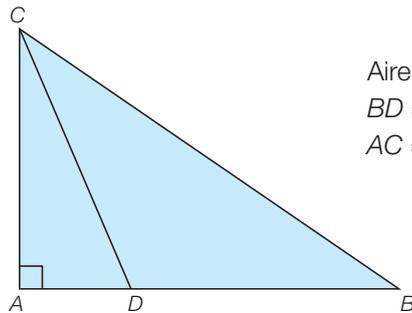
Le périmètre du losange ci-dessous est égal à 168 mm .

Calcule son aire.



GM53 Pas si simple qu'il en a l'air

Calcule l'aire du triangle ADC .



Aire du triangle $ABC = 6 \text{ cm}^2$

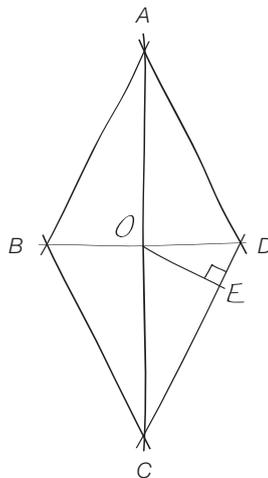
$BD = 2,5 \text{ cm}$

$AC = 3 \text{ cm}$

GM54 De la diagonale au périmètre

Calcule le périmètre du losange ci-dessous si ses diagonales mesurent 8 cm et 6 cm.

$OE = 24 \text{ mm}$



« *Alea jacta est* » (Les dés sont jetés ; le sort en est jeté)

Jules César (Caius Julius Caesar, 101-44 av. J.-C.), grand général, homme politique et empereur romain, au moment de franchir le fleuve Rubicon et de déclencher la guerre civile qui allait le porter au pouvoir, en 49 av. J.-C.



Un solide souvent rencontré est le dé cubique. L'usage des dés pour des jeux de hasard remonte à 5000 ans : on en a retrouvé dans des tombes royales sumériennes à Ur (autrefois la Chaldée, aujourd'hui l'Irak).

Les dés se sont généralisés dès le VII^e siècle av. J.-C., depuis la Grèce.

Chez les Romains, comme pour nos dés actuels, le total des points de deux faces opposées valait toujours 7.

Solides

Apprentissages visés

- Estimation, comparaison, classement et mesure de grandeurs par manipulation de solides
- Mesure des dimensions adéquates, calcul du volume et de l'aire de cubes, de parallélépipèdes rectangles et de prismes droits

Sommaire

Pour réactiver certaines connaissances	_____	166
Longueurs, aires et volumes	_____	166

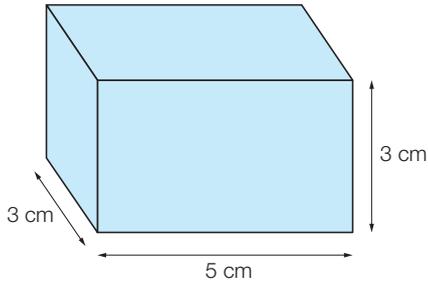


Pour réactiver certaines connaissances

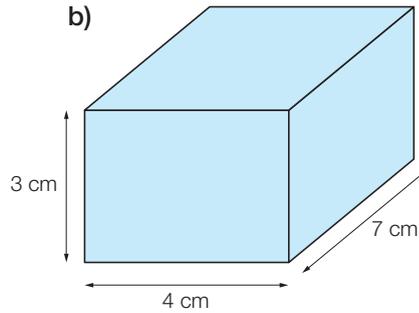
GM55 Parallélépipèdes rectangles

Calcule le volume de ces parallélépipèdes rectangles.

a)



b)



GM56 Encore des parallélépipèdes

- Calcule le volume d'un cube dont l'arête vaut 4 mm.
- Calcule le volume d'un parallélépipède rectangle dont les dimensions sont 3 dm, 5 dm et 6 dm.

Longueurs, aires et volumes

GM59 Dimensions différentes

Un parallélépipède rectangle a un volume de 96 dm^3 .

Certaines de ses arêtes mesurent 80 cm, tandis que d'autres mesurent 0,4 m.

Calcule la longueur des autres arêtes et donne la réponse en décimètres.

GM60 En boîte!

Un fabricant d'allumettes désire utiliser un film plastique pour emballer ensemble un certain nombre de boîtes d'allumettes. Celles-ci ont la forme de parallélépipèdes rectangles dont les dimensions sont respectivement 1 cm, 3 cm et 5 cm.

Comment les disposer, toutes dans le même sens, pour utiliser le moins de plastique possible ?



- S'il y a 4 boîtes.
- Pour n'importe quel nombre de boîtes d'allumettes.

Environ un million de tonnes de matières plastiques sont utilisées chaque année en Suisse, soit 125 kg par habitant pour fabriquer aussi bien des produits qui ont une durée d'utilisation très longue, comme des cadres de fenêtre ou des pièces de carrosserie de voiture, que des produits à courte durée de vie, tels des emballages ou de la vaisselle.

Puisque la Suisse, contrairement à de nombreux autres pays, ne stocke plus ses déchets combustibles dans des décharges depuis 2000 déjà, tous les déchets plastiques doivent faire l'objet d'une valorisation matière ou énergétique respectueuse de l'environnement.

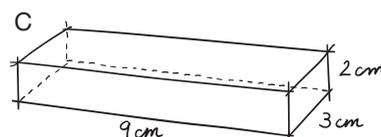
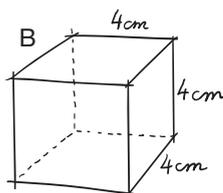
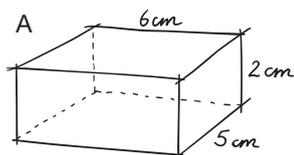
Environ 790 000 tonnes sont soit valorisées thermiquement, dans les usines d'incinération des ordures ménagères et les cimenteries, soit réintroduites dans le cycle des matières en étant recyclées

et réutilisées. Environ 80 000 tonnes sont recyclées. S'agissant du recyclage des matières plastiques :

- le PET (Polytéréphtalate d'éthylène) qui compose les bouteilles en plastique deviendra de nouvelles bouteilles ou bien des stylos ;
- les flacons seront transformés en fibres textiles pour fabriquer des polaires ou bien du rembourrage pour les couettes et les peluches.
- certaines matières, plus épaisses, serviront pour la construction d'objets plus gros, comme des bacs de collecte ou des arrosoirs, et les nouvelles techniques de tri et recyclage permettent même désormais de créer des sacs poubelles à partir de films plastiques !
- enfin, d'autres types de plastiques serviront à la production de matériaux de chantier ou de mobilier.

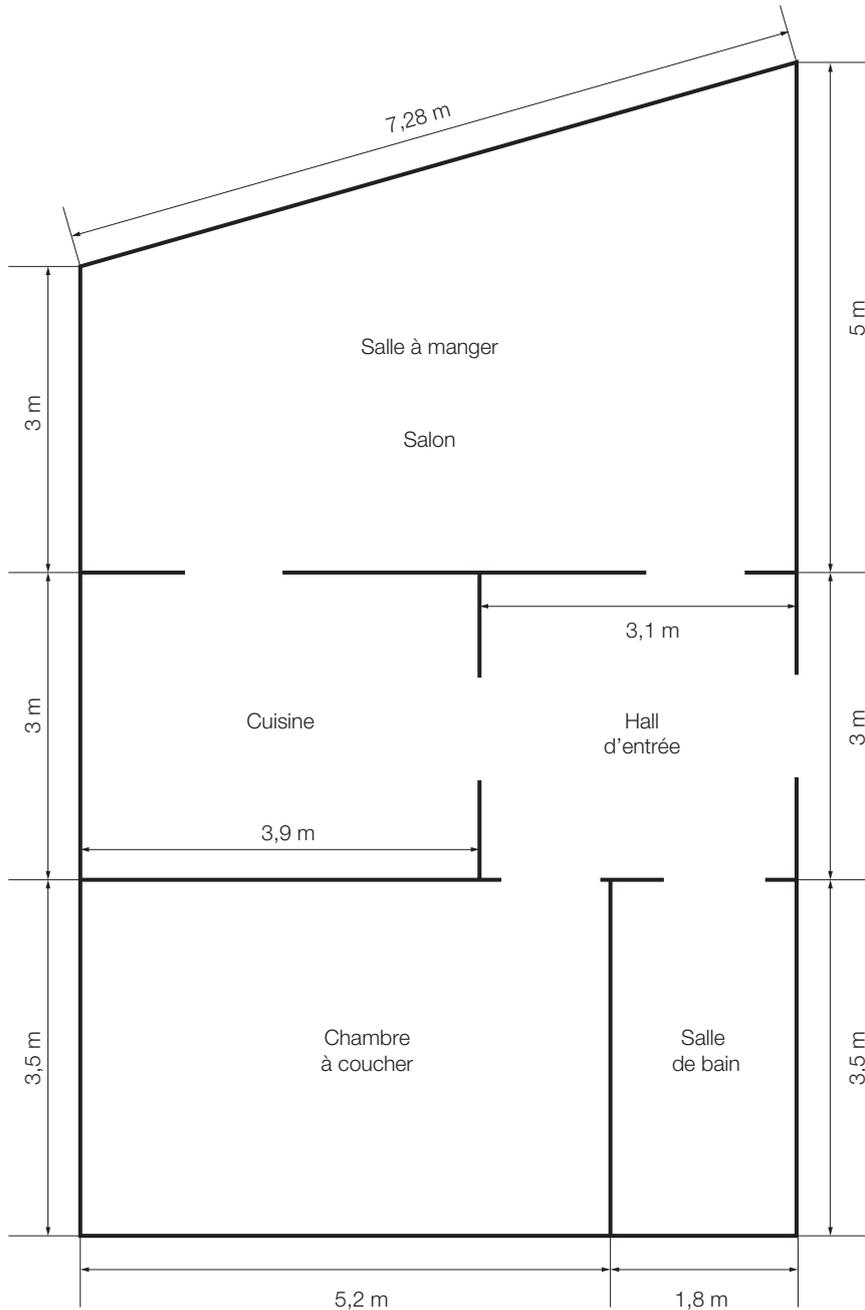
GM61 Trois boîtes

- Si tu remplissais d'eau chacune de ces boîtes, laquelle en contiendrait le plus ?
- Si tu peignais leurs faces extérieures, laquelle nécessiterait le plus de peinture ?
- Et si tu construisais leurs armatures avec du fil de fer, pour laquelle devrais-tu prévoir le plus de fil ?



GM62 L'appartement

Voici le schéma d'un appartement :



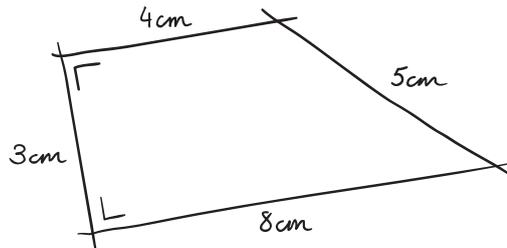
La hauteur de chaque pièce est de $2,5\text{ m}$.

Calcule le volume de chacune des pièces et celui de tout l'appartement.

GM64 Prisme droit

Voici un croquis d'un trapèze rectangle qui est la base d'un prisme droit de 7,5 cm de hauteur.

- Quel est son volume ?
- Quelle est la longueur totale des arêtes du prisme ?
- Quelle est l'aire totale du prisme ?

**GM65 Aire minimale**

Parmi tous les parallélépipèdes rectangles de 36 cm^3 de volume dont la mesure des arêtes est un nombre entier de centimètres, lequel a la plus petite aire totale ?

« On peut distinguer trois mesures », note l'*Encyclopédie* de D'Alembert et Diderot en 1751, « celle des temps, celle des lieux, celle du commerce ».

De tout temps, l'être humain a cherché à mesurer son environnement, en particulier pour des raisons d'échanges, de vente et d'achat – de terrains, de minerai, de nourriture...

Chaque peuple, chaque région avait développé, dans ce but, son propre système de mesures, tant pour les masses, les longueurs ou les surfaces, que pour les monnaies.

Pour simplifier les échanges et harmoniser les unités, on fonda en 1960 le **Système international** d'unités (SI), dont les bases sont le *mètre* (longueur), le *kilogramme* (masse), la *seconde* (temps), l'*ampère* (électricité), le *kelvin* (température), la *candela* (intensité lumineuse) et la *mole* (quantité de matière).



Duchesse D'aiguillon, protectrice de Marie Crous

D'origine modeste, Marie Crous (XII^e siècle) devient préceptrice (enseignante privée d'enfants de classes aisées) et étudie le système décimal, qu'elle met en lien avec l'usage des unités de mesure: « Il me semble que (...) ce serait aux souverains de changer la division de leurs monnaies, poids et mesures (...) » et elle propose l'adoption d'un système métrique décimal, qui ne sera mis en place en France qu'à la fin du XVIII^e siècle.

Diverses mesures

Apprentissages visés

- Estimation, comparaison, classement et mesure de grandeurs dans diverses unités : masse, temps, longueur, aire, volume et capacité
- Choix d'une unité adéquate et prise de mesure à l'aide d'un instrument adapté
- Sensibilisation aux aspects culturels et historiques de la mesure

Sommaire

Unités de temps	172
Unités de masse	176
Diverses unités	177



Unités de temps

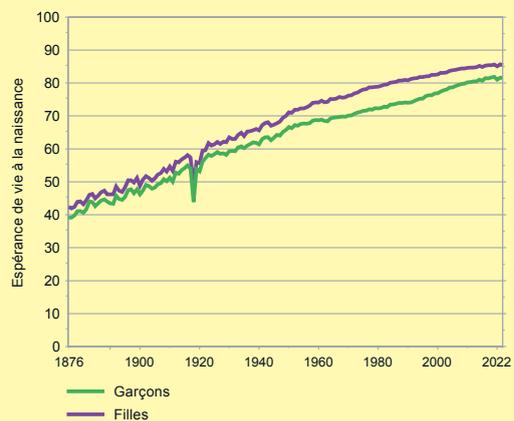
GM67 Une année bien remplie

Estime le temps que tu passes, durant une année :

- à dormir,
- à manger,
- en classe,
- sur le chemin de l'école,
- à faire tes devoirs,
- à pratiquer ton sport favori,
- devant ton ordinateur,
- devant ta console de jeux,
- à envoyer des messages,
- à ranger la vaisselle.

L'espérance de vie à la naissance indique le nombre d'années qu'un nouveau-né pourra vivre, si les règles générales de mortalité au moment de sa naissance restent les mêmes tout au long de sa vie.

Espérance de vie à la naissance



Espérance de vie d'un nouveau-né en Suisse si les conditions de mortalité restent inchangées.

GM68 Atout cœur

Le cœur d'un adolescent bat en moyenne au rythme de 64 pulsations par minute.

Estime le nombre de battements de ton cœur depuis ta naissance jusqu'à aujourd'hui, puis calcule-le.

Quel âge auras-tu lorsque ton cœur aura battu 3 milliards de fois ?

GM69 La radio

Chaque matin, Aline écoute sa radio de 7 h 45 à 8 h 10.

Combien de temps, en heures et en minutes, a-t-elle écouté la radio pendant le mois d'avril ?

GM70 Le lac des Quatre-Cantons

Trois bateaux à vapeur partent de Lucerne en direction de Flüelen (lac des Quatre-Cantons) selon l'horaire suivant :

<i>Schiller</i>	dép.	9 h 15	Lucerne
	arr.	11 h 55	Flüelen
<i>Uri</i>	dép.	11 h 20	Lucerne
	arr.	13 h 47	Flüelen
<i>Gallia</i>	dép.	13 h 15	Lucerne
	arr.	16 h 03	Flüelen

Calcule la durée de chaque course, ainsi que celle de chaque trajet aller-retour, en supposant que le temps du retour est le même que celui de l'aller.

Fichier: **GM71**

GM72 Entraînement de VTT

Jules et Julie sont des « accros » du VTT. Voici leurs durées d'entraînement au cours de leurs sorties respectives :

Jours	Julie	Jules
Lundi	1 h 55	3 h 15
Mardi	2 h 30	3 h 20
Mercredi	4 h	4 h 25
Jeudi	5 h 15	...

Jules ne se souvient pas de la durée de son dernier entraînement, mais Julie sait que tous deux ont un même temps total après les quatre jours.

Pendant combien de temps Jules a-t-il pédalé le jeudi ?

Fichier: **GM73 à GM75**

GM76 En tout temps!

Effectue les calculs suivants :

- a) 1 h 45 min + 3 h 15 min
- b) 5 h 50 min + 1 h 20 min
- c) 1 h 54 min + 2 h 06 min
- d) 3 h 25 min – 2 h 20 min
- e) 1 h 30 min · 2
- f) 2 h 49 min – 39 min
- g) 40 h : 8
- h) 15 min · 6

Le temps est divisé d'une façon bien étrange, non ? Au lieu de se fonder sur le système décimal, on compte 12 mois dans une année, 24 h en un jour. Et les heures possèdent 60 min, chaque minute 60 s.

Cette décomposition en 60 est une trace des Babyloniens, relayés ensuite par les Grecs et les Romains ; ils utilisaient une numérotation de base 60, peut-être parce que ce nombre a des propriétés mathématiques intéressantes : 60 est, entre autres, divisible par 2, 3, 4, 6, 12.

Les astronomes de Babylone représentaient l'année par un cercle de 360° (leur année comptait 360 jours), et ce cercle était divisé en six parties de 60° : toujours de 60 en 60.

Le cercle figurait aussi une journée entière puisqu'elle correspondait à un « cycle » du Soleil. Elle aussi a été divisée en 6 : 3 sections de jour et 3 sections de nuit. Ces sections ont été divisées 2 fois par 2 pour obtenir une plus grande précision, d'où le découpage en 24 h. De la même façon, 1 h a été divisée en 60 min (vient du latin *minuta* signifiant menu, petit).

GM77 Quelles durées ?

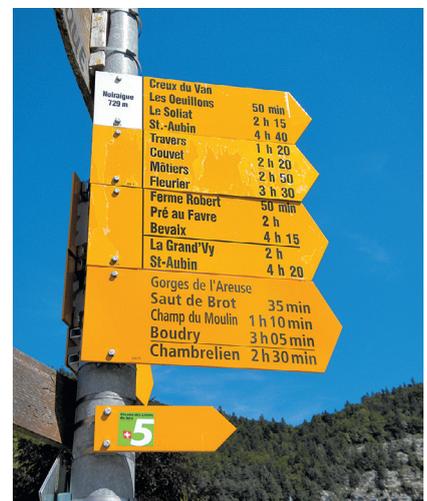
Effectue les calculs suivants :

- a) 2 h 55 min + 3 h 25 min
- b) 4 h 37 min + 1 h 28 min
- c) 7 h 35 min – 3 h 50 min
- d) 1 h 15 min · 6
- e) 4 h 07 min – 1 h 17 min
- f) 42 h : 8
- g) 11 h 43 min + 20 h 35 min
- h) 8 min 15 s · 12

GM78 Randonnée en pays neuchâtelois

Lors d'une belle journée de printemps, Sandrine a prévu de faire une randonnée de Couvet à Boudry, en passant par Noiraigue.

En t'aidant du panneau ci-contre, rencontré en cours de route, calcule la durée totale de la randonnée de Sandrine.



GM79 Formule 1

Lors du Grand Prix d'Europe 2010 de Formule 1, le vainqueur a effectué 57 tours de circuit avec un temps moyen de 1 min 46 s par tour.

Calcule la durée totale de sa course.

GM80 En bus, à pied et en bateau

L'itinéraire d'un voyageur qui veut se rendre de l'arrêt « Susette » à l'arrêt « Anières », dans le canton de Genève, est détaillé ci-après.

Arrêt/gare	Date	Arr.	Dép.	Moyen de transport	Remarques
Susette	29.10.10		15:38	Bus 28	Bus direction : Jardin Botanique
Jardin Botanique		15:48			
Jardin Botanique			15:54	Bus 1	Bus direction : Rive
Sécheron		15:56			
Sécheron				Parcours à pied	4 min
Genève-Perle-du-Lac					
Genève-Perle-du-Lac			16:00	BAT M4	BAT
Genève-Plage SMGN		16:10			
Genève-Plage SMGN				Parcours à pied	2 min
Genève-Plage					
Genève-Plage			16:14	Bus E	Bus direction : Hermance
Anières		16:34			

Détermine :

- la durée du parcours en bateau ;
- la durée totale des parcours à pied ;
- la durée de son déplacement de « Susette » à « Anières » ;
- la durée totale des parcours en bus.

GM81 Quel match!

Un match de foot international a débuté à 16 h 00 précises. L'arbitre a donné le coup de sifflet final à 17 h 51. Entre les deux périodes de jeu, les joueurs ont fait une pause de 15 min exactement, durant laquelle ils sont restés dans les vestiaires.

Combien de temps la partie a-t-elle duré ?

Unités de masse

Fichier: GM82 et GM83

GM84 Petits problèmes... de masses!

- a) Un boulanger a rangé 42 pains de 320 g dans un chariot.

Quelle est la masse totale de pain transporté ?

- b) Une palette de porc, avec son os, pèse 2,405 kg. Une fois désossée, elle ne pèse plus que 1,975 kg.

Quelle est la masse de l'os ?

- c) Sur un camion vide pesant 3,5 t, on charge 60 sacs de ciment de 40 kg chacun.

Peut-il s'engager sur un pont interdit aux véhicules de plus de 5 t ?

- d) Pour faire des confitures, Madame Tartine achète 12 kg d'abricots. Une fois dénoyautés, les abricots ont perdu 1,92 kg de leur masse.

Elle ajoute 750 g de sucre par kilo de fruits. À la cuisson, le mélange perd, par évaporation, 3,750 kg.

Quelle est la masse de confiture obtenue ?

Combien de pots de 350 g pourra-t-on remplir ?

- e) Un bricoleur veut coller des panneaux au plafond de son sous-sol. Il lit sur l'étiquette d'un pot de colle :

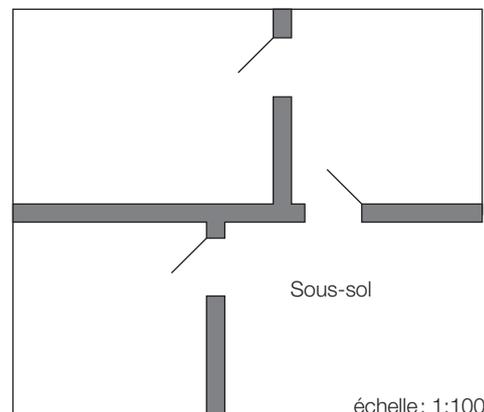
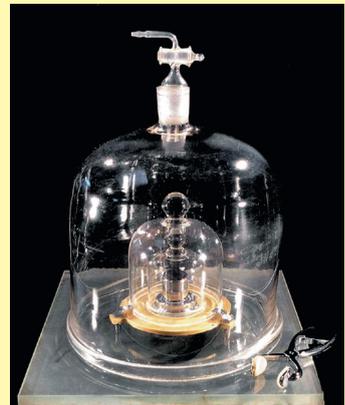
Poids: 2 kg

Consommation: Au moins 150 g/m² selon la capacité d'absorption des matériaux.

Mise en œuvre: Bien remuer avant l'usage!
Au moyen d'une spatule crénelée, d'un pinceau dur ou d'un rouleau encolleur approprié, appliquer en couche suffisante sur les deux faces à coller.

Combien doit-il acheter de pots de colle ?

Le kilogramme est défini actuellement comme étant la masse d'un modèle en platine iridié (un alliage de 90 % de platine et de 10 % d'iridium), reconnu par la *Conférence générale des poids et mesures* tenue à Paris en 1889 et déposé au Bureau international des poids et mesures, à Sèvres, en France.



Diverses unités

Fichier: GM85 et GM86

GM87 Le bon choix

Quelle unité de mesure utiliserais-tu pour exprimer :

- la masse d'un éléphant ?
- la distance Paris–Moscou ?
- la durée d'un vol Genève–New-York ?
- l'épaisseur d'un livre ?
- la durée de la vie d'un chat ?
- la capacité d'une citerne à mazout ?
- la durée d'une course du 100 m ?
- la surface d'un terrain de basket ?
- le volume d'une piscine publique ?
- la durée d'un marathon ?



Fichier: GM88 et GM89

GM90 Coudées et pieds

La distance qui sépare la porte d'entrée de ta maison de celle de ton école est très précisément de 314,4 m. Exprime cette distance :

- en coudées égyptiennes ;
- en pieds romains.

La coudée égyptienne est une unité de longueur qui désignait la distance entre le coude et le bout du majeur, ce qui représente environ 50 cm.

Une coudée standard fut établie sur du granit noir. Appelée coudée royale, elle mesurait à l'origine 52,4 cm.

Le pied humain fut utilisé comme unité de mesure, dès 1500 av. J.-C. par les Babyloniens. Cette mesure équivalait à 33 cm. Quant aux pieds romains et grecs, ils mesuraient 30 cm.

GM91 Terre, terre !

Les marins calculent les distances en milles marins et non en kilomètres.



« Il nous reste 40 milles marins à parcourir », annonce, par radio, un marin à sa femme et ses enfants. « Ça fait combien de kilomètres ? », lui demande sa fille.

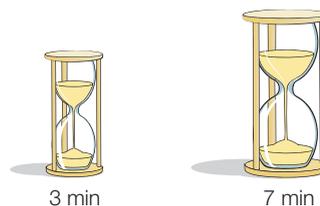
Aide-le à répondre à cette question.

GM92 Le sablier

Ta pizza doit rester exactement 8 min au four.

Pour mesurer le temps, tu ne possèdes que deux vieux sabliers : l'un de 3 min, l'autre de 7 min.

Comment vas-tu procéder ?



Un **sablier** est un instrument qui permet de mesurer un intervalle de temps par écoulement de sable (ou de quelque matière solide fractionnée).

Dès le XIV^e siècle, les sabliers sont couramment utilisés. On les appelait aussi « monticules d'instants perdus ».

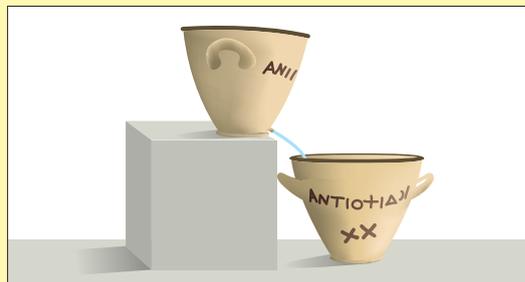
Les **clepsydras**, dont l'origine est beaucoup plus ancienne (~3000 av. J.-C.), sont des sortes d'horloges à eau fonctionnant sur le même principe que le sablier. Elles étaient également utilisées en ces temps-là, mais c'était plus économique et plus simple de fabriquer des sabliers.

Les avantages du sablier étaient déterminants : le sable s'égraine à toute température et en tout climat – contrairement à l'eau des clepsydras.

Dans la marine, le sablier était un instrument fiable permettant de calculer la vitesse d'un navire : une fois par heure, un matelot lançait à la mer une planche attachée à un cordage, retournait le sablier, et laissait filer le cor-

dage le long du flanc du bateau ; à la fin de la coulée de sable, il récupérait le cordage et mesurait la longueur déroulée pendant cette durée.

Actuellement, en général, les sabliers communs écoulent leur sable en 1 à 5 min. Une utilisation courante et familière est le contrôle de la cuisson des œufs à la coque et la mesure des tours de jeu dans les jeux de société.



Clepsydre

Crédits photographiques

© Photographie reproduite avec l'accord du BIPM qui conserve l'intégralité des droits d'auteur, protégés internationalement sur la forme et le contenu de ce document : 176

© Ivan Cominbœuf : 83, 92

© Jean-Pierre Couderc/Roger-Viollet : 56

© QiangBa DanZhen / Fotolia.com : 48g

© 2011 The M.C. Escher Company-Holland.
All rights reserved. www.mcescher.com ;
M.C. Escher's «Drawing Hands» : 138,
«Metamorphosis I» : 140, «Genazzano, les Abruzzes» : 141h, «Sketch from the Alhambra a, b, c, d» : 141m, M.C. Escher's «Symmetry Drawing E22, E25, E67» : 142h

© Yves Gabioud : 84b, 85b, 167, 178b

© Iberfoto / Photoaisa / Roger-Viollet : 148

© Bob Mahoney // Time Life pictures / Getty Images : 142

© Meteonews, F. Glassey : 89

© Myrtille MLB / Fotolia.com : 53d

© NASA / courtesy of nasaimages.org. : 85

© NK éditions : 22, 32, 48d, 87, 135, 147

© Denis Odiet : 161

© Dominique Ottello : 151

© Pascal06 / Fotolia.com : 53g

© Courtesy of the Penn Museum, image #E2748 : 106

© Edmond-Marie Poullain / BHVP / Roger-Viollet : 28h

© Dean Pennala / Fotolia.com : 109

© Probox / Fotolia.com : 14

© Rafael Ramirez / Fotolia.com : 178h

© Roger-Viollet : 130

© Service archéologique de l'État de Fribourg, photo J. Mülhauser : 141b

© Serhiy Shullye / Fotolia.com : 76

© Comugnero Silvana / Fotolia.com : 162

© stonerlucky / Fotolia.com : 164

© The Trustees of the British Museum : 36

© Yann Zitouni : 27

© Office fédéral de la statistique : 172

Droits réservés : 37, 39, 174

Libre de droits : 28b, 44, 128, 170

Sources

Croix-Rouge Suisse : 97bd

Office fédéral de la statistique : 95

science-et-vie.net : 98

