

FA180 Largeur manquante

Détermine la mesure de la largeur d'un rectangle $ABCD$ dont la longueur mesure 50,5 m et le périmètre 140 m.

FA183 On repart du français

Écris, à l'aide d'une expression littérale :

- a) le tiers d'un nombre auquel on ajoute 70 ;
- b) le carré de la différence d'un nombre et de 5 ;
- c) l'aire d'un carré ;
- d) un nombre de deux chiffres, avec u pour le chiffre des unités et d pour le chiffre des dizaines ;
- e) une somme d'argent formée de pièces de 5 francs ;
- f) la différence de deux nombres impairs consécutifs ;
- g) la moyenne arithmétique de trois nombres ;
- h) la somme des angles d'un polygone ;
- i) le quotient de deux nombres ;
- j) l'aire d'un disque ;
- k) l'aire d'un triangle.

FA184 À tâtons ?

- a) La somme de trois nombres naturels consécutifs est 222.
Quels sont ces nombres ?
- b) Philippe et Nathalie affichent le même nombre sur l'écran de leur calculatrice.
Philippe soustrait 1,5 de ce nombre, puis multiplie le résultat obtenu par 6.
Nathalie, elle, ajoute 12 au nombre affiché.
Ils obtiennent alors exactement le même résultat.
Quel nombre ont-ils affiché au départ ?
- c) Raymond pense à un nombre. Il le multiplie par 4, puis ajoute 5 au produit.
Il obtient alors le même résultat que s'il avait ajouté 21 au nombre de départ.
À quel nombre a-t-il pensé ?

FA187 À l'aide de x

- a) Inès a dépensé x francs. Sa cousine a dépensé 25 francs de moins qu'elle. Écris en fonction de x ce qu'a dépensé sa cousine.
- b) Dans un champ, il y a 52 animaux : x vaches et des moutons. Écris en fonction de x le nombre de moutons qu'il y a dans ce champ.
- c) Marie, qui est âgée aujourd'hui de x années, est née lorsque son papa avait 28 ans. Écris, en fonction de x , l'âge de son papa aujourd'hui.
- d) Solène a parcouru x kilomètres de moins que Sabrina avec la même quantité d'essence dans le réservoir de sa voiture. Exprime, en fonction de x , le nombre de kilomètres effectué par Sabrina si Solène a parcouru 455 km.
- e) Tabea possède x pièces de 2 francs. Elle a aussi quelques pièces de 5 francs. En tout, cela fait 25 pièces. Écris en fonction de x le nombre de pièces de 5 francs de Tabea.
- f) Je possède x francs, mon frère le double de ce qui est en ma possession et ma sœur 25 francs de moins que mon frère. Exprime en fonction de x la somme totale en notre possession.
- g) Sur le premier rayon d'une bibliothèque, il y a x livres. Sur le deuxième, il y en a 5 de moins ; sur le troisième, il y en a deux fois plus que sur le deuxième. Écris en fonction de x le nombre total de livres.
- h) Dans un triangle, le plus petit côté mesure x centimètres et le plus grand vaut le triple de celui-ci. Le dernier côté mesure les trois quarts du plus grand. Écris la longueur de chaque côté en fonction de x .
- i) Julie possède x pièces de 50 centimes ; exprime, en fonction de x , la somme d'argent qu'elle possède.
- j) Dans un magasin, on accorde un rabais de 20 % sur tous les articles de sport. J'achète des souliers de foot coûtant x francs. Écris en fonction de x le rabais accordé et le prix à payer.

FA190 Laquelle ?

- a) Pour quelle valeur de x l'expression $6x - 4x + 2x$ est-elle égale à 6 ?
- b) Pour quelle valeur de x l'expression $5x - 2x + 9x - 7x$ est-elle égale à 20 ?
- c) Pour quelle valeur de a l'expression $1,5a + 4a - a$ est-elle égale à 90 ?
- d) Pour quelle valeur de a l'expression $a + 5a + 4 - 4a - 3$ est-elle égale à 16 ?
- e) Pour quelle valeur de y l'expression $2 + 7y - 9 + 3y - y - 3$ est-elle égale à 35 ?

FA191 Que d'*x*!

Dans chacun des exemples suivants, par quel(s) nombre(s) peut-on remplacer x (et y) pour que l'égalité soit vérifiée ?

a) $23 + x = 44$

f) $18 = 2(x + 5)$

k) $\frac{x}{12} = 1,5$

b) $4x = 10$

g) $3(x + 12) = 36 + 3x$

l) $2^x = 1024$

c) $3x + 5 = x - 1$

h) $x + 12 = 3x$

m) $x^2 = 10 - 3x$

d) $x^2 + 7 = 151$

i) $x^3 = 4x$

n) $xy = 12$

e) $2x + 5y = 20$

j) $4x - 7 = 8 + 2x$

o) $x + 1 = x + 2$

FA192 À tester

Le nombre 4 est-il la solution de l'équation $x^3 = 5x^2 - 16$?

Même question pour :

- a) le nombre 10 et l'équation $2x^2 + 5x - 10 = x^2 + 14x$
- b) le nombre 0 et l'équation $3x - 2 = 7x - 2$
- c) le nombre 1 et l'équation $4 - 9x = 5 - 7x + x^2$
- d) les nombres 5 et -3 et l'équation $x^2 + 12x = 20x - 15$

FA193 Ensemble de solutions

1. Associe chaque équation à son ensemble de solutions.

Équations

a) $x = 5$

e) $5x = 25x$

i) $3x - 4 = x + 6$

m) $x + 9 = 4$

b) $x^2 = 25$

f) $x^2 = -5x$

j) $x^3 = 25x$

n) $5x = 0$

c) $x^2 = 5x$

g) $x + 5 = 0$

k) $x + 5 = x$

o) $x^3 = 5x^2$

d) $\frac{x}{5} = 1$

h) $x + 5 = 5$

l) $(x - 5)(x + 5) = 0$

Ensembles de solutions

$S_1 = \{-5; 0; 5\}$

$S_3 = \{-5; 0\}$

$S_5 = \{0; 5\}$

$S_7 = \{-5; 5\}$

$S_2 = \{-5\}$

$S_4 = \{0\}$

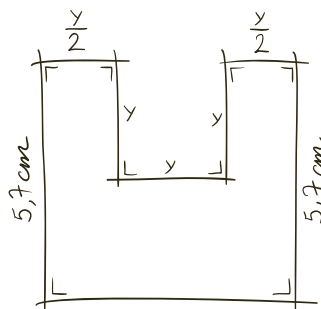
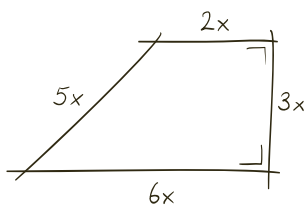
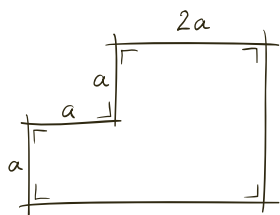
$S_6 = \{5\}$

$S_8 = \emptyset$

2. Détermine les équations qui sont équivalentes.

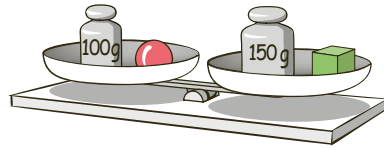
FA194 Toujours 24

Le périmètre de chacune des trois figures est de 24 cm. Construis-les en vraie grandeur.

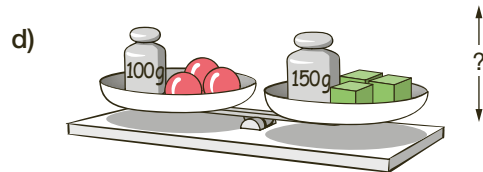
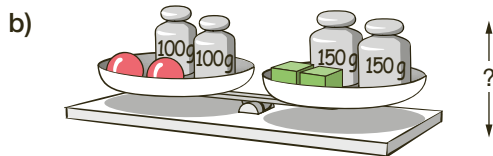
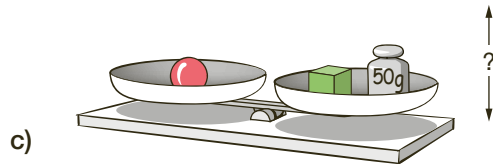
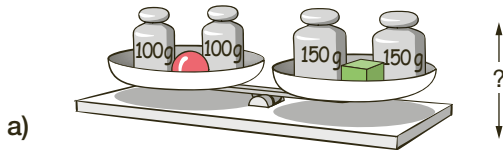


FA195 Penchera, penchera pas ?

Cette balance est en équilibre.



Et celles-ci ?



FA197 À résoudre

Résous ces équations.

a) $28x = 266$

e) $45x = 227,2 + 2,4x$

i) $0,5x^2 = 200$

b) $4x - 42 = 160$

f) $3(x - 15) = 78$

j) $54 + 3x = 0$

c) $12x + 23 = 5x + 72$

g) $5x = 3x$

d) $2,5x - 4 = 7 - 1,5x$

h) $x = 29x + 84$

FA198 Encore des équations

Résous ces équations.

a) $6x = 18$

b) $45 = 4,5x + 9$

c) $19 - 3,7x = 19$

d) $2x + 1 = 2x + 1$

e) $2x + 4(5 - x) = 72$

f) $12x + 15 = -15$

g) $7x - 3 = 2x + 1 + 5x$

h) $50000 = 20(40 + 2x)$

i) $2x + x^2 = x^2 - 8$

j) $2x + 1 = 4(2x + 4) - (4x + 8)$

FA199 Toujours des équations

Résous ces équations.

a) $\frac{x+5}{2} = 12$

b) $x + (x + 1) + (x + 2) = x + 3$

c) $4,3 - 2x = 0,5x + 2,3$

d) $4(x + 5) = 5(x + 6)$

e) $5x + 7 - 3x = 4 + 2x + 3$

f) $1,2(x + 6) = 4,8 + 3x$

g) $\frac{x}{2} - \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$

h) $x^2 = x^2 + 13$

i) $10(x^2 + 3) = -2x^2 + x + 12x^2$

j) $\frac{2}{3}x - 75 = 25$

FA200 **Mentalement**

Chaque fois que tu le peux, résous ces équations mentalement.

a) $15x = 45$

b) $13 = 6x$

c) $3x + 1 = 2x$

d) $17 - 5,8x = 17$

e) $2(x + 1) = x$

f) $x - 2x = -5$

g) $3x + 10 = 3x + 10$

h) $12x + 25x = 40x - 6$

i) $20 = \frac{3+x}{6}$

j) $12 + (8 - x) = 13$

k) $100 = 450 - 2x$

l) $\frac{4x+2}{2} = 7$

m) $10(x + 4) = 92$

n) $5(x + 1) = 7x + 4 - 2x$

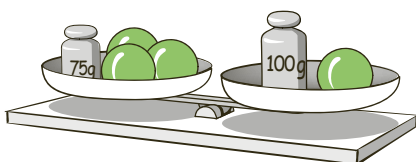
o) $x - 15 = 36$

p) $4 - \frac{x}{3} = \frac{1}{5}$

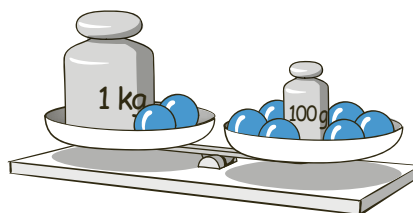
FA203 À la masse

Dans chaque situation, les balances sont équilibrées. Détermine la masse de chaque boule.

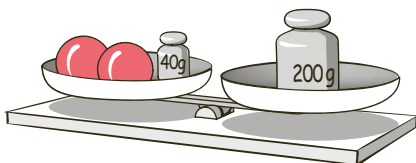
a)



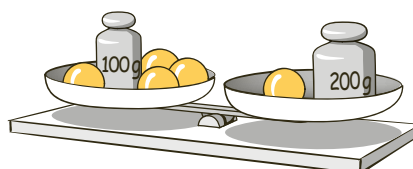
c)



b)



d)



FA204 Identifications

Traduis chacune des situations par une équation, puis détermine les solutions.

- a) Si on ajoute 5 à mon quadruple, on obtient la moitié de mon triple.
- b) Si on ajoute 15 à ma valeur, je deviens inférieur de 5 à mon double.
- c) Si on m'enlève 6, je deviens égal à ma moitié.
- d) Si on multiplie par 2 la moitié du quart d'un nombre, on obtient le quintuple du quart de ce nombre.

FA205 Le prix du billet

Vincent et Joël s'envoient des messages au stade de foot.

Sachant que Vincent et Joël avaient la même somme d'argent dans leur porte-monnaie, calcule le prix d'un billet.

Vincent :

J'ai acheté trois billets pour la tribune A et il me reste 51 francs.

Joël :

Moi, j'en ai acheté cinq pour la même tribune et il me reste 20 francs.

FA206 Ils se suivent

La somme de cinq nombres naturels consécutifs est 870.

Quel est le plus petit de ces nombres ?

FA207 Trouve la bonne

Associe chaque phrase à la traduction littérale qui convient (x désigne le nombre cherché).

Phrase	Traduction littérale
1. La somme d'un nombre et de sa moitié est 60.	a) $x - 60 = 2x$
2. La moitié d'un nombre est 60.	b) $2x = 60$
3. La différence entre un nombre et 60 est égale au double de ce nombre.	c) $2x - \frac{x}{2} = 60$
4. La différence entre un nombre et sa moitié est 60.	d) $2x - x = 60$
5. La somme d'un nombre et de son double est 60.	e) $x + \frac{x}{2} = 60$
6. La différence entre le double d'un nombre et la moitié de ce nombre est 60.	f) $\frac{x}{2} - 60 = x$
7. La différence entre la moitié d'un nombre et 60 est égale à ce nombre.	g) $\frac{x}{2} + 2x = 60$
8. La différence entre le double d'un nombre et ce nombre est 60.	h) $x + 60 = 2x$
9. Le double d'un nombre est 60.	i) $\frac{x}{2} = 60$
10. La somme de la moitié d'un nombre et de 60 est égale à ce nombre.	j) $x + 2x = 60$
11. La somme de la moitié d'un nombre et du double de ce nombre est 60.	k) $\frac{x}{2} + 60 = x$
12. La somme d'un nombre et de 60 est égale au double de ce nombre.	l) $x - \frac{x}{2} = 60$

FA208 Mesures d'angles...

D'un triangle rectangle, on sait qu'un angle aigu est égal au triple de l'autre angle aigu.

Quelle est la mesure de chacun des trois angles ?

FA209 ... et mesures de côtés

Le périmètre d'un triangle est 15,5 cm. Le petit côté est la moitié du grand qui mesure 2 cm de plus que le moyen.

Quelle est la mesure du grand côté de ce triangle ?

FA210 **Calculettes**

Catherine et Michel affichent le même nombre sur leur calculatrice.

Catherine multiplie le nombre affiché par 2, puis enlève 7 au produit obtenu.

Michel multiplie le nombre affiché par 6, puis ajoute 3 au produit obtenu.

Ils s'aperçoivent alors que le même résultat apparaît sur l'écran de leurs calculatrices.

Quel nombre ont-ils affiché au départ ?

FA211 Maisonnette

Cette maisonnette est formée d'un cube de 5 m d'arête surmonté d'un prisme droit à base triangulaire. Son volume est 160 m^3 .

Calcule sa hauteur totale.



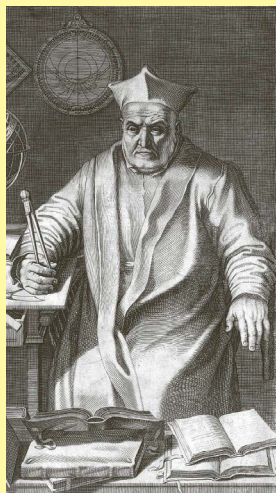
FA212 Marchandage

Afin d'encourager son fils à étudier l'arithmétique, un père accepte de lui donner 8 sous pour chaque problème correctement résolu. Mais il lui prend 5 sous dans le cas contraire. Après 26 problèmes, chacun a donné autant qu'il a reçu.

Combien de problèmes l'enfant a-t-il résolus convenablement ?

Propre comme un sou neuf, être sans le sou, une machine à sous, une pièce de cent sous ou de quatre sous...

Nombreuses sont les expressions qui ont conservé le nom de cette très ancienne monnaie française, le **sou** – venant du *solidus* romain de l'empereur Constantin (IV^e s. apr. J.-C.) –, qui désigne, chez nous, la petite pièce jaune de 5 centimes.



On doit ce problème à **Christophorus Clavius**, savant jésuite allemand (1538-1612). C'est également à lui que l'on doit le *calendrier grégorien*, adopté dès mi-octobre 1582 par les pays catholiques, sur ordre du pape Grégoire XIII, et toujours utilisé aujourd'hui dans la majeure partie du monde.

Auparavant était en vigueur, depuis Jules César en 46 av. J.-C., le *calendrier julien* qui comportait 365 jours. Or, la Terre effectue un tour complet autour du Soleil en environ 365,25 jours ; du fait de ce quart de jour en plus, le décalage entre le calendrier julien et notre position par rapport au soleil était devenu très important, après plus de 1500 ans d'utilisation.

C'est la raison pour laquelle Clavius et d'autres scientifiques proposèrent ce nouveau calendrier appelé *grégorien*. Il fallut supprimer 10 jours du calendrier, entre le 4 et le 15 octobre 1582, et instituer un 29 février, tous les quatre ans, pour ne plus être décalé par rapport au Soleil.

En l'honneur de ce mathématicien, son nom a été donné au cratère Clavius, le deuxième plus grand de la face visible de la Lune.

FA213 Vingt et un

Lorsqu'on ajoute 21 au double d'un nombre, on obtient le même résultat qu'en retranchant 21 du quadruple du même nombre.

Quel est ce nombre ?

FA214 Trois consécutifs

Trouve trois nombres entiers consécutifs tels que la somme du premier et du troisième soit égale au triple du deuxième.

FA215 L'âge du capitaine

Jean-Luc, capitaine de marine marchande, a 38 ans et son fils 7 ans.

Dans combien d'années l'âge du fils sera-t-il égal à la moitié de celui du père ?

FA216 Les moutons

Topaze le berger, interrogé sur le nombre de ses moutons, répond : « Au tiers du nombre total, ajoutez huit moutons et vous aurez la moitié de mon troupeau. »

Combien Topaze possède-t-il de moutons ?

FA217 En deux parties

Partager 451 en deux parties telles que la première augmentée de 14 soit égale au quotient de la seconde par 14.

FA218 À la ferme

Éléonore élève des poules et des lapins. Quand elle compte les têtes, elle en trouve 8 ; quand elle compte les pattes, elle en trouve 28.

Combien a-t-elle de poules et de lapins ?

FA219 Dans le coffre

Dans un coffre-fort, il y a des billets de 500 et de 1000 francs, soit au total 58 billets.

Sachant que ce coffre-fort contient 38 500 francs, calcule le nombre de billets de chaque sorte.

FA220 Héritage

Résous ce problème posé par Leonhard Euler (voir p. 152).

Septieme question. Un pere laisse quatre fils , qui partagent son bien de la maniere qui suit :

Le premier prend la moitié de l'héritage , moins 3000-livres.

Le second prend le tiers ; moins 1000l.

Le troisieme prend exactement le quart du bien.

Le quatrieme prend 600 livres , & la cinquieme partie du bien.

De combien étoit l'héritage , & combien chaque fils a-t-il reçu ?

FA221 La différence

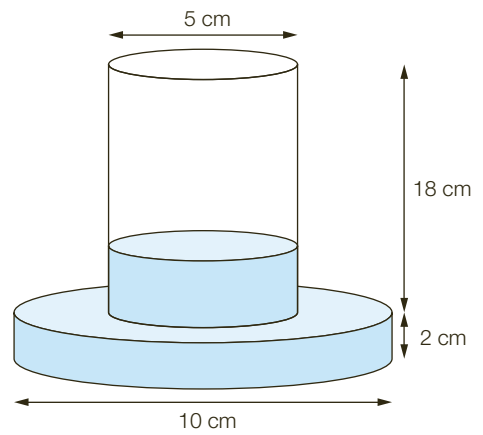
La différence des carrés de deux nombres pairs consécutifs est égale à 1788.

Quels sont ces deux nombres ?

FA222 Dites-le avec des fleurs

Ce vase est rempli d'eau à la moitié de sa capacité totale.

Quelle hauteur (en cm) atteint le liquide ?



FA223 Quel sport!

Après une épreuve de gymnastique, on distribue 180 barres de céréales aux dix participants.

Le premier en reçoit le plus ; le deuxième en reçoit deux de moins que le premier, le troisième deux de moins que le deuxième, et ainsi de suite jusqu'au dernier.

Combien de barres de céréales donne-t-on au septième ?

FA224 À la foire

Un marchand participe à trois foires.

À la première, il double son argent, puis dépense 30 pistoles.

À la deuxième, il triple son argent, puis dépense 54 pistoles.

À la troisième, il quadruple son argent, puis dépense 72 pistoles.

Il lui reste alors 48 pistoles.

Combien de pistoles avait-il au départ ?

Problème de Nicolas Chuquet, 1484

La **pistole** est une ancienne monnaie utilisée au Moyen-Âge et jusqu'à la fin du XVIII^e siècle dans de nombreux pays. Être *cousu de pistoles* se disait des hommes fort riches : « Un de ces jours on me viendra chez moi couper la gorge, dans la pensée que je suis tout cousu de pistoles. »

[Molière, *L'Avare*]

premier Item son doit savoir que dng million vault mille milliers de mille. et dng byllion vault mille millions de millions. et tryllion vault mille milliers de byllions. et dng quadrillion vault mille milliers de tryllions et ainsi des autres. Et de ce en est pose dng exemple nombre dng et pncipale ainsi que devant est dit. tout lequel nombre monte : 744324. tryllions : 504300. byllions. 700013. millions. 644711. Exemple : 74432450430007000075654321.

Extrait de la page manuscrite de Nicolas Chuquet dans laquelle il explique sa méthode de notation des grands nombres.

Nicolas Chuquet (1445-1488) est un médecin et mathématicien français ; il a publié en 1484 son œuvre majeure, *Triparty en la science des nombres*, ouvrage dans lequel figure ce problème. Dans cet ouvrage, il propose également, entre autres, de simplifier l'écriture et les notations algébriques et numériques : par exemple, « Au lieu de dire mille milliers, on dira million, au lieu de dire mille millions, on dira byllion, etc., et tryllion, quadrillion... octyllion, nonyllion, et ainsi des autres si plus outre on voulait proceder. »

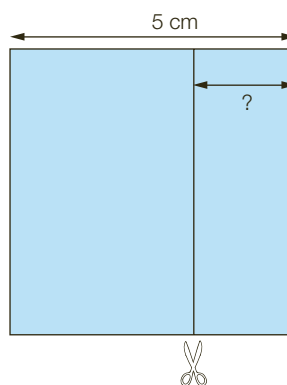
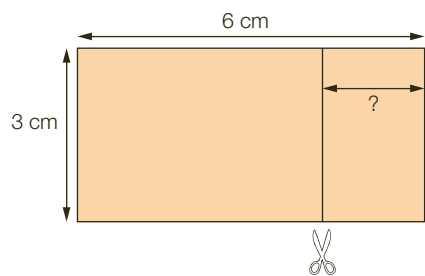
FA225 Quatre en bandes

Alice a découpé deux bandes de papier de même largeur, l'une dans une feuille rectangulaire orange et l'autre dans une feuille carrée bleue.

Elle a obtenu quatre figures, dont deux de même aire et de couleur différente.

Quelle est la largeur de ces bandes ?

Y a-t-il plusieurs solutions ?



FA226 Se faire les dents

Résous les équations suivantes.

a) $x - (2 - x) = 2(1 - x)$

b) $3x - (5x + 7) = 2x$

c) $5x - 7(x + 1) = -6x + 2(x - 7)$

d) $\frac{2x+1}{2} = \frac{5x+3-x}{4}$

e) $4(x + 5) = 10(3x + 2)$

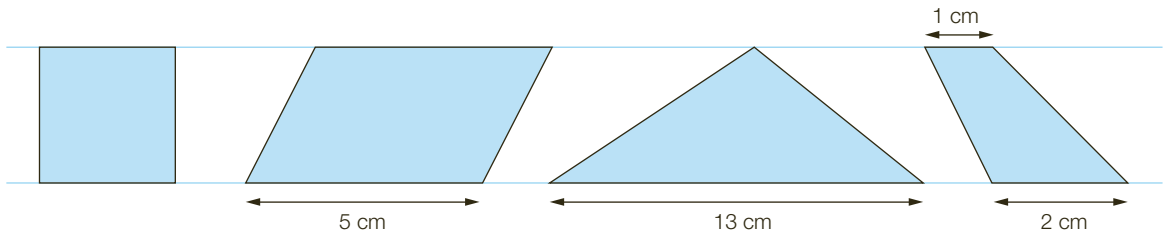
f) $\frac{3x+9}{5} = x + 3$

g) $(x - 2)^2 = (x + 5)^2$

h) $6x(3x - 5) = 2x(9x - 3)$

FA227 Avec quatre polygones

On souhaite construire ces quatre polygones de manière que la somme des aires du carré et du parallélogramme dépasse de 25 cm^2 la différence des aires du triangle et du trapèze.



Quelle doit être la mesure de la hauteur de ces polygones ?

FA228 Jetons en carré

Yann et Christophe possèdent le même nombre de jetons.

Chacun essaie de les disposer en carré, accolés les uns aux autres, comme l'illustre la figure ci-contre.

Yann constate qu'une fois son carré terminé, il lui reste 20 jetons.

Christophe essaie de réaliser un carré qui a une ligne et une colonne de plus que celui de son frère; malheureusement, il ne peut pas finir son carré, car il lui manque 33 jetons.

Combien chacun a-t-il de jetons ?

