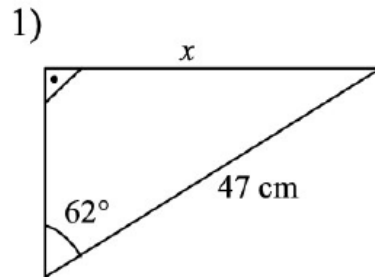


Corrigé – Exercices supplémentaires

Trigonométrie et géométrie

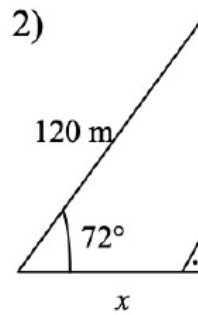
Figure 1



On utilise le sinus : $\sin(62^\circ) = x/47$.

Donc $x = 47 \cdot \sin(62^\circ) \approx 41,50 \text{ cm}$.

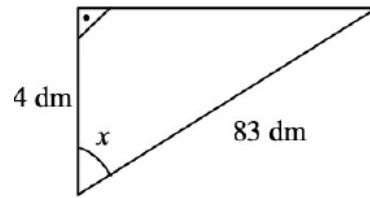
Figure 2



On utilise le cosinus : $\cos(72^\circ) = x/120$.

Donc $x = 120 \cdot \cos(72^\circ) \approx 37,08 \text{ m}$.

Figure 6

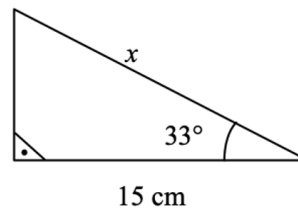


On utilise le cosinus : $\cos(x) = 4/83$.

Donc $x = \cos^{-1}(4/83) \approx 87,1^\circ$.

Figure 7

1)

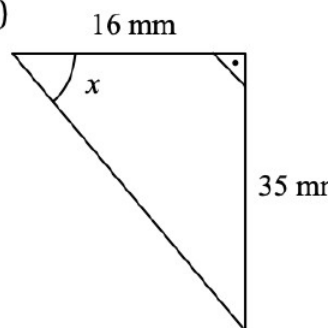


On utilise le cosinus : $\cos(33^\circ) = 15/x$.

Donc $x = 15/\cos(33^\circ) \approx 17,89$ cm.

Figure 8

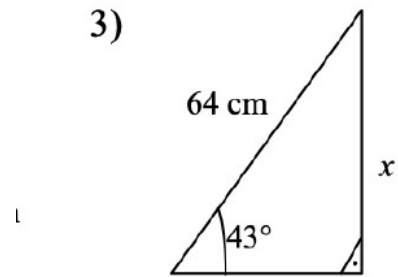
2)



On utilise la tangente : $\tan(x) = 35/16$.

Donc $x = \tan^{-1}(35/16) \approx 65,43^\circ$.

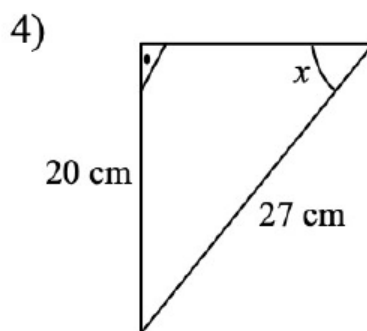
Figure 9



On utilise le sinus : $\sin(43^\circ) = x/64$.

Donc $x = 64 \cdot \sin(43^\circ) \approx 43,65$ cm.

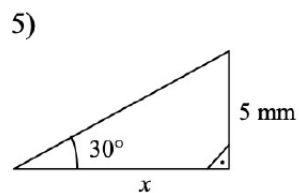
Figure 10



On utilise le sinus : $\sin(x) = 20/27$.

Donc $x = \sin^{-1}(20/27) \approx 47,79^\circ$.

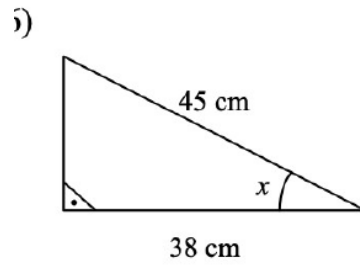
Figure 11



On utilise la tangente : $\tan(30^\circ) = 5/x$.

Donc $x = 5/\tan(30^\circ) \approx 8,66$ mm.

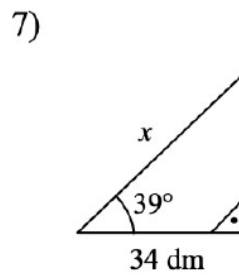
Figure 12



On utilise le cosinus : $\cos(x) = 38/45$.

Donc $x = \cos^{-1}(38/45) \approx 32,39^\circ$.

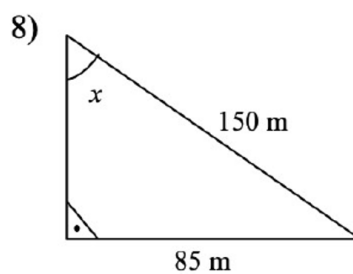
Figure 13



On utilise le cosinus : $\cos(39^\circ) = 34/x$.

Donc $x = 34/\cos(39^\circ) \approx 43,75$ dm.

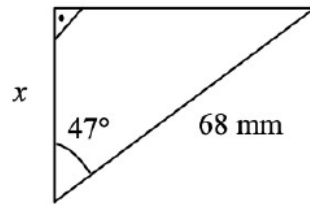
Figure 14



On utilise le sinus : $\sin(x) = 85/150$.

Donc $x = \sin^{-1}(85/150) \approx 34,52^\circ$.

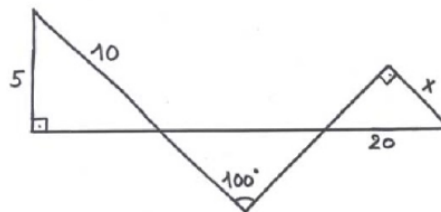
Figure 15



On utilise le cosinus : $\cos(47^\circ) = x/68$.

Donc $x = 68 \cdot \cos(47^\circ) \approx 46,38$ mm.

Figure 16

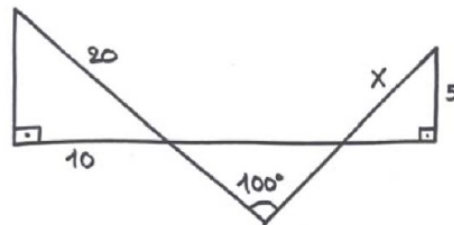


Dans le triangle de gauche, l'angle avec l'horizontale vaut 30° car le côté vertical vaut 5 et l'hypoténuse 10.

Au point bas, l'angle entre les deux segments est 100° , donc le segment de droite fait 50° avec l'horizontale.

Dans le triangle de droite, le côté de base 20 est l'hypoténuse, donc $x = 20 \cdot \sin(50^\circ) \approx 15,32$.

Figure 17



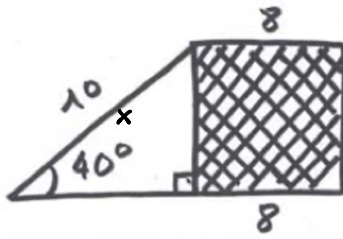
Dans le triangle de gauche, $\cos(\theta) = 10/20 = 1/2$, donc $\theta = 60^\circ$.

Au point bas, l'autre segment fait alors 20° avec l'horizontale puisque $60^\circ + 100^\circ + 20^\circ = 180^\circ$.

Dans le triangle de droite, $\sin(20^\circ) = 5/x$.

Donc $x = 5/\sin(20^\circ) \approx 14,62$.

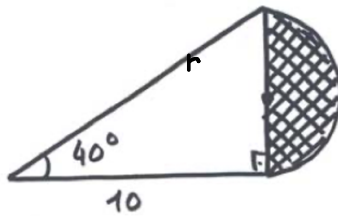
Figure 18



La partie hachurée est un rectangle de côté 8.

$X=10 \cdot \sin(40^\circ)$ donc l'aire du rectangle = $8 \cdot 10 \cdot \sin(40^\circ) \approx 51,42$

Figure 19

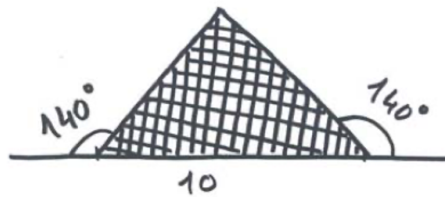


La partie hachurée est un demi-disque dont le diamètre est la hauteur du triangle rectangle.

Hauteur = $10 \cdot \tan(40^\circ)$, donc rayon $r=5 \cdot \tan(40^\circ)$.

Aire = $\frac{1}{2} \cdot \pi r^2 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (5 \cdot \tan(40^\circ))^2 \approx 27,65$.

Figure 20

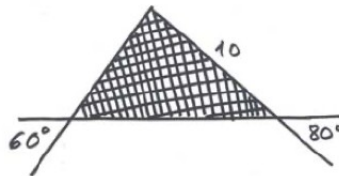


Les angles extérieurs de 140° donnent des angles intérieurs de base de 40° .

La hauteur vaut $h=5 \cdot \tan(40^\circ)$.

Aire = $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot h = 25 \cdot \tan(40^\circ) \approx 20,98$.

Figure 21



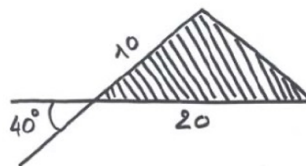
Les angles à la base valent 60° et 80° ; l'angle au sommet vaut donc 40°.

Le côté marqué 10 est opposé à l'angle de 60°.

Par la loi des sinus, l'autre côté vaut $a = 10 \cdot \sin(80^\circ) / \sin(60^\circ)$.

Aire = $\frac{1}{2} \cdot a \cdot 10 \cdot \sin(40^\circ) \approx 36,55$

Figure 22

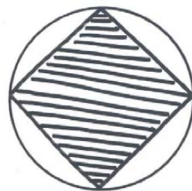


La base vaut 20 et le côté gauche vaut 10. L'angle intérieur à gauche vaut 40°.

La hauteur vaut $h = 10 \cdot \sin(40^\circ)$.

Aire = $\frac{1}{2} \cdot 20 \cdot h = 100 \cdot \sin(40^\circ) \approx 64,28$.

Figure 23



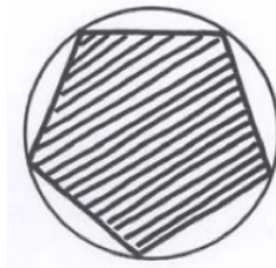
Carré inscrit dans un cercle
de 10 cm de rayon

Carré inscrit dans un cercle de rayon 10 : le diamètre du cercle est la diagonale du carré.

Diagonale = 20,

Aire du carré = $\frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 20 = 200 \text{ cm}^2$.

Figure 24



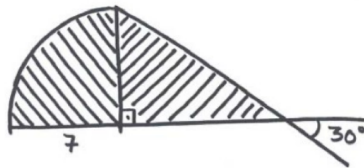
Pentagone inscrit dans un cerc

Pour un pentagone régulier inscrit dans un cercle de rayon 10, l'aire vaut

$$A = \frac{5}{2} \cdot R^2 \cdot \sin(72^\circ).$$

$$\text{Donc } A = \frac{5}{2} \cdot 10^2 \cdot \sin(72^\circ) \approx 237,76 \text{ cm}^2.$$

Figure 25



La figure hachurée est composée d'un demi-disque de rayon 7 et d'un triangle rectangle de hauteur 7.

À droite, l'angle vaut 30° , donc la base du triangle vaut $7/\tan(30^\circ)$.

$$\text{Aire du triangle} = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 7/\tan(30^\circ)$$

$$\text{Aire totale} = \frac{49}{4} \cdot \pi + \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 7/\tan(30^\circ) \approx 119,40 \text{ u}^2.$$

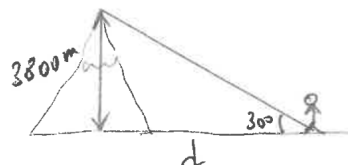
Exercices rédigés

Exercice 8 – Distance jusqu'au Mt Fuji

On modélise la situation par un triangle rectangle dont la hauteur vaut 3 800 m et l'angle d'élévation 30° .

$$\tan(30^\circ) = 3800/d, \text{ donc } d = 3800/\tan(30^\circ) \approx 6\,581,79 \text{ m.}$$

Distance cherchée : environ 6,58 km.

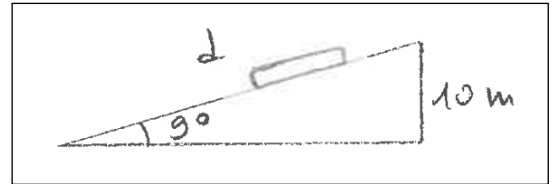


Exercice 9 – Les blocs de Stonehenge

La pierre est montée sur une rampe faisant un angle de 9° avec l'horizontale.

$$\sin(9^\circ) = 10/d, \text{ donc } d = 10/\sin(9^\circ) \approx 63,92 \text{ m.}$$

Distance parcourue sur la rampe : environ 63,9 m.



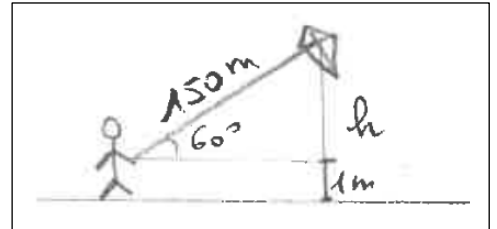
Exercice 10 – Hauteur d'un cerf-volant

Le fil mesure 150 m et fait un angle de 60° avec l'horizontale.

$$\text{La hausse verticale vaut } 150 \cdot \sin(60^\circ) \approx 129,90 \text{ m.}$$

Comme la main est à 1 m du sol, hauteur totale $\approx 129,90 + 1 = 130,90$ m.

Hauteur du cerf-volant : environ 130,9 m.

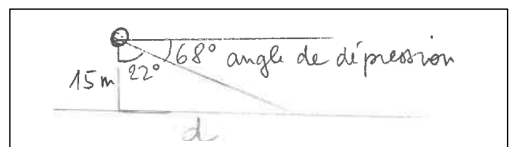


Exercice 11 – Topographie

L'angle de dépression est égal à l'angle d'élevation depuis l'objet, donc 68° .

$$\tan(68^\circ) = 15/d, \text{ donc } d = 15/\tan(68^\circ) \approx 6,06 \text{ m.}$$

Distance horizontale : environ 6,06 m.

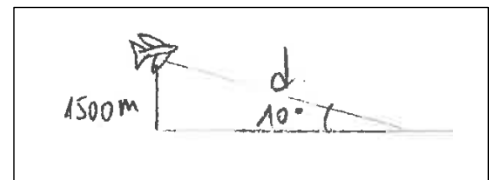


Exercice 12 – Atterrissage d'un avion

On cherche la distance directe entre l'avion et les numéros de piste.

$$\sin(10^\circ) = 1500/d, \text{ donc } d = 1500/\sin(10^\circ) \approx 8\,638,16 \text{ m.}$$

À 100 m près : environ 8 600 m.

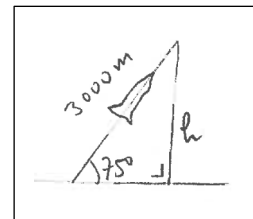


Exercice 13 – Altitude d'une fusée

L'altitude est la composante verticale du trajet.

$$h = 3000 \cdot \sin(75^\circ) \approx 2\,897,78 \text{ m.}$$

Au mètre près : 2 898 m.

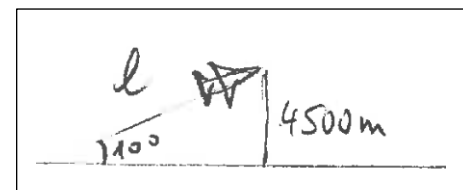


Exercice 14 – Décollage d'un avion

La vitesse verticale est $75 \cdot \sin(10^\circ) \approx 13,02$ m/s.

Le temps nécessaire pour atteindre 4 500 m est donc $t = 4500 / (75 \cdot \sin(10^\circ)) \approx 345,53$ s.

Cela représente environ 5 min 46 s.

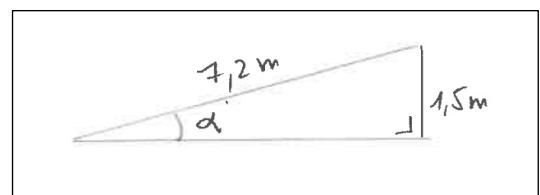


Exercice 15 – Construction d'une rampe

On connaît l'hypoténuse 7,2 m et le côté opposé 1,5 m. α

$$\sin(\alpha) = 1,5/7,2, \text{ donc } \alpha = \sin^{-1}(1,5/7,2) \approx 12,02^\circ.$$

Angle recherché : environ $12,0^\circ$.

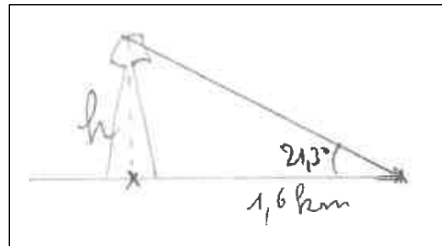


Exercice 16 – Tour de télévision

Distance horizontale : 1,6 km = 1 600 m.

$$h = 1600 \cdot \tan(21,3^\circ) \approx 623,81 \text{ m.}$$

Au mètre près : 624 m.

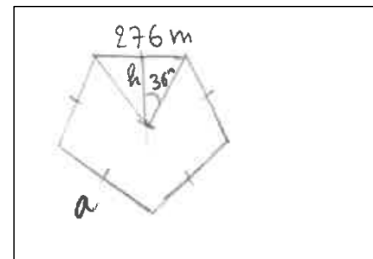


Exercice 17 – La surface du Pentagone

Pour un pentagone régulier de côté a, l'aire vaut $A = 5a^2 / (4 \cdot \tan(36^\circ))$.

$$A = 5 \cdot 276^2 / (4 \cdot \tan(36^\circ)) \approx 131059,09 \text{ m}^2.$$

Aire de la base : environ 131 059,09 m².

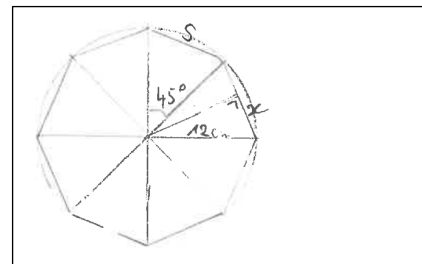


Exercice 18 – Un octogone régulier

Dans un octogone régulier inscrit dans un cercle de rayon 12,

la longueur d'un côté vaut $s = 2R \cdot \sin(22,5^\circ) = 24 \cdot \sin(22,5^\circ) \approx 9,1844 \text{ cm}$.

Périmètre = 8s ≈ 73,48 cm.



Exercice 20 – Aire du quadrilatère ABCD

On découpe le quadrilatère en deux triangles : ABD et DBC.

Dans ABD, $\tan(35^\circ) = AD/50$, donc $AD \approx 35,01 \text{ cm}$.

$$\text{Aire}(ABD) = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot AD \approx 875,26 \text{ cm}^2.$$

De plus, $DB = 50 / \cos(35^\circ) \approx 61,04 \text{ cm}$.

Dans DBC, l'angle en B vaut 90° et BC=60, donc $\text{Aire}(DBC) = \frac{1}{2} \cdot DB \cdot 60 \approx 1831,16 \text{ cm}^2$.

Aire totale ≈ 2706,42 cm².

Exercice 21 – Calcul de la hauteur d'un mât

$\tan(30^\circ) = h/7,5$, donc $h = 7,5 \cdot \tan(30^\circ) \approx 4,33 \text{ m}$.

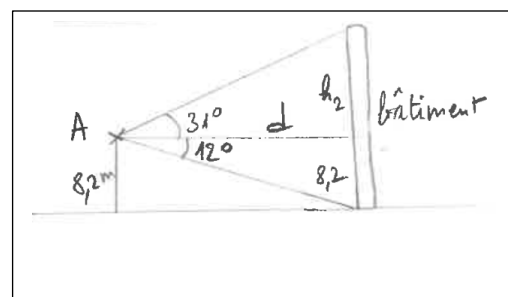
Hauteur du mât : environ 4,33 m.

Exercice 22 – Hauteur d'un bâtiment

La distance horizontale au bâtiment vaut $d = 8,20 / \tan(12^\circ) \approx 38,88 \text{ m}$.

La partie située au-dessus du point A vaut $h_2 = d \cdot \tan(31^\circ) \approx 23,18 \text{ m}$.

Hauteur totale du bâtiment ≈ 8,20 + 23,18 = 31,38 m.



Exercice 23 – Calculs d'échelles

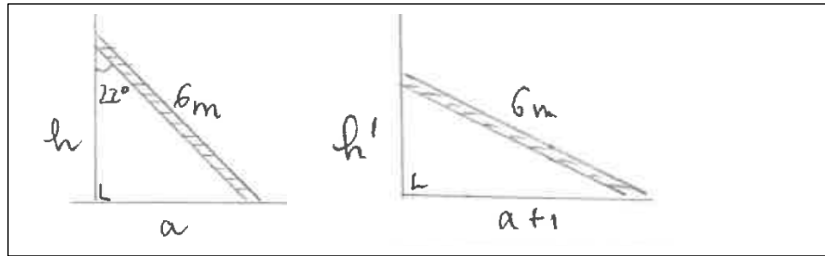
(a) L'angle entre l'échelle et le mur vaut 22° , donc la distance au mur est $a = 6 \cdot \sin(22^\circ) \approx 2.25$ m.

(b) La hauteur initiale vaut $h = 6 \cdot \cos(22^\circ) \approx 5.56$ m.

La nouvelle distance au mur est $a+1 = 2.25+1 \approx 3.25$ m.

La nouvelle hauteur vaut $h' = \sqrt{6^2 - (3.25)^2} \approx 5.05$ m.

Le point d'appui descend donc d'environ $h-h' = 0.52$ m.



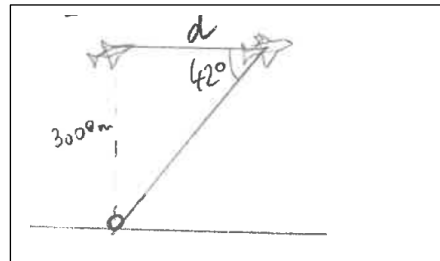
Exercice 24 – Vitesse d'un avion

Une minute après être passé à la verticale de l'objet, la distance horizontale vaut $d = 3000 / \tan(42^\circ) \approx 3\,331,84$ m.

En 1 minute, l'avion parcourt donc environ 3,332 km.

Sa vitesse est donc $3,332 \times 60 \approx 199,91$ km/h.

À 1 km/h près : 200 km/h.



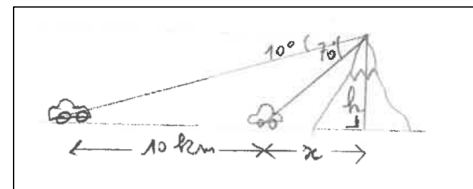
Exercice 25* – Hauteur d'une montagne

En 10 minutes à 60 km/h, le motocycliste parcourt 10 km.

Si h est la hauteur de la montagne et d la distance initiale à son pied, alors

$\tan(10^\circ) = h/d$ et $\tan(70^\circ) = h/(d-10)$.

En résolvant, on obtient $h \approx 1.884$ km, soit environ 1 884 m.



Exercice 26* – Valeurs remarquables

À partir du triangle équilatéral de côté 20 (coupé en deux) et du carré de côté 20, on retrouve :

$\sin(30^\circ) = 1/2$; $\cos(30^\circ) = \sqrt{3}/2$; $\tan(30^\circ) = \sqrt{3}/3$.

$\sin(60^\circ) = \sqrt{3}/2$; $\cos(60^\circ) = 1/2$; $\tan(60^\circ) = \sqrt{3}$.

$\sin(45^\circ) = \sqrt{2}/2$; $\cos(45^\circ) = \sqrt{2}/2$; $\tan(45^\circ) = 1$.

Exercice 27* – Démonstration des identités

Dans le triangle rectangle, par définition : $\sin(\alpha) = a/c$, $\cos(\alpha) = b/c$ et $\tan(\alpha) = a/b$.

1) $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = a^2/c^2 + b^2/c^2 = (a^2 + b^2)/c^2 = 1$, d'après le théorème de Pythagore.

2) $\sin(\alpha)/\cos(\alpha) = (a/c)/(b/c) = a/b = \tan(\alpha)$.

3) L'angle complémentaire de α vaut $90^\circ - \alpha$. Dans le même triangle, le cosinus de $90^\circ - \alpha$ est égal au rapport côté adjacent / hypoténuse, soit a/c .

Donc $\cos(90^\circ - \alpha) = a/c = \sin(\alpha)$.