Etablissements de :
Bussigny / Villars-Ste-Croix
Chavannes-près-Renens / St-Sulpice
Crissier
Ecublens

Certificat d'études secondaires VP
Epreuve écrite de mathématiques
2016-2017

Nom : ....

Prénom : ....

Classe : ....

Partie technique

- épreuve calibrée pour une durée de 30 minutes
- temps maximal à disposition : 40 minutes

Matériel autorisé : Aucun

Consignes : Soigne la présentation.
Les feuilles de brouillon doivent être rendues avec l'épreuve, mais elles ne sont pas corrigées.

Récapitulatif de l'épreuve de mathématiques

Partie technique	/ 19 pts
Partie « problèmes »	/ 51 pts
Rédaction	/ 4 pts
Epreuve écrite	/ 74 pts
Epreuve orale	/ 37 pts
Total des points	**/ 111 pts**
Note finale	**/ 6**

Rédaction : - 1^er^ erreur "pardonnée"
- puis - 0,5 pt à chaque fausse égalité, accolades, arrondi incohérent etc...

1. Calcule les valeurs exactes les plus réduites possibles des expressions suivantes :
Réponse du (c) en notation scientifique.

a) $\dfrac{\sqrt{80}+\sqrt{125}}{\sqrt{45}} = \dfrac{\sqrt{16}\cdot\sqrt{5}+\sqrt{25}\cdot\sqrt{5}}{\sqrt{9}\cdot\sqrt{5}}$

$= \dfrac{4\sqrt{5}+5\sqrt{5}}{3\sqrt{5}} = \dfrac{9\sqrt{5}}{3\sqrt{5}} = 3$ (2 pts)

- 0,5 par faute

b) $\dfrac{3}{\cancel{5}}\cdot\dfrac{\cancel{25}^{5}}{7} \div \dfrac{35}{21} - 7^0 = \dfrac{\cancel{15}^{3}}{\cancel{7}_1}\cdot\dfrac{\cancel{21}^{3}}{\cancel{35}_7} - 1 = \dfrac{9}{7} - \dfrac{7}{7} = \dfrac{2}{7}$ (2 pts)

- 0,5 par faute

c) $\dfrac{0{,}32\cdot 10^{-5}\cdot 200\cdot 10^{11}}{(4\cdot 10^{-3})^2} = \dfrac{\overset{(0,5)}{64\cdot 10^{6}}}{\underset{(0,5)}{16\cdot 10^{-6}}} = \overset{(1)}{\underline{\underline{4\cdot 10^{12}}}}$ (2 pt)

..... / 6 pts

2. Développe, réduis et ordonne les expressions suivantes :

a) $-5z^2+(z-7)^2 = -5z^2+z^2-14z+49$

$= \underline{\underline{-4z^2-14z+49}}$ (1)

b) $3m-(2-6m)(2m-5) = 3m-(4m-10-12m^2+30m)$

$= 3m-4m+10+12m^2-30m$

$= \underline{\underline{12m^2-31m+10}}$ (1)

..... / 2 pts

3. Factorise au maximum les polynômes suivants :

a) $2x^2 - 56 + 6x =$ $2(x^2+3x-28) = \underline{\underline{2(x-4)(x+7)}}$ (1)

b) $-3bm^2 - 3b =$ $\underline{\underline{-3b(m^2+1)}}$ (1)

c) $9a^4b^2 - 25a^2b^4 =$ $a^2b^2(9a^2-25b^2) = \underline{\underline{a^2b^2(3a+5b)(3a-5b)}}$ (1)

..... / 3 pts

4. Résous et donne l'ensemble des solutions :

a) $(x+1)^2 = 16$

si not. de la solution fausse, on compte dans la rédaction

$$\begin{array}{l|l} x^2+2x+1 = 16 & -16 \\ x^2+2x-15 = 0 & \\ (x+5)(x-3) = 0 & \end{array}$$

$\underline{\underline{S = \{-5\,;3\}}}$ (1,5)

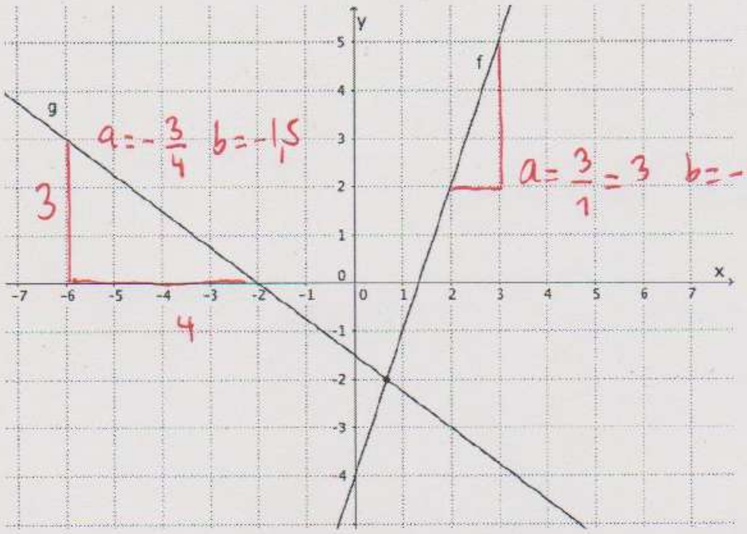
b) $\dfrac{3m-2}{5} = 3(2-m)$

$$\begin{array}{l|l} \dfrac{3m-2}{5} = 3(2-m) & \cdot 5 \\ 3m-2 = 15(2-m) & \\ 3m-2 = 30-15m & +15m \\ 18m-2 = 30 & +2 \\ 18m = 32 & :18 \\ m = \dfrac{32}{18} = \dfrac{16}{9} & \end{array}$$

$\underline{\underline{S = \left\{\dfrac{16}{9}\right\}}}$ (1,5)

..... / 3 pts

5. a) Trouve à l'aide du graphique l'expression fonctionnelle des droites ci-dessous.



$\underline{\underline{f(x) = 3x - 4}}$ (1)

$\underline{\underline{g(x) = -\frac{3}{4}x - 1,5}}$ (1)

b) Calcule avec précision les coordonnées de leur point d'intersection.

$$
\begin{array}{rcl|l}
3x - 4 & = & -\frac{3}{4}x - 1,5 & \cdot 4 \\
12x - 16 & = & -3x - 6 & +3x \\
15x - 16 & = & -6 & +16 \\
15x & = & 10 & :15 \\
x & = & \frac{10}{15} = \frac{2}{3} &
\end{array}
$$

(1)

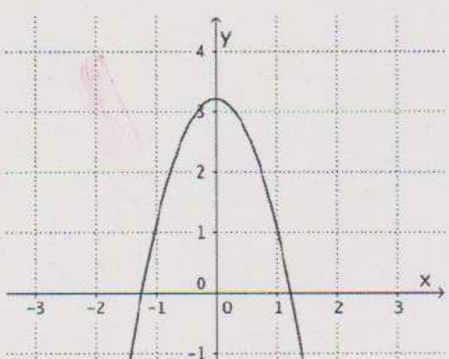
$y = \cancel{3} \cdot \frac{2}{\cancel{3}} - 4 = 2 - 4 = -2$

(1)

Intersection : $\left(\frac{2}{3}\,;\,-2\right)$

..... / 4 pts

6. Entoure les réponses possibles parmi celles qui sont proposées concernant la parabole tracée. *L'équation générale d'une parabole est f(x) = ax² + bx + c .*



3 réponses correctes → (1)
2 " " → (0,5)
1 ou 0 → rien

a > 0	a = 0	a < 0
b > 0	b = 0	b < 0
c > 0	c = 0	c < 0

..... / 1 pt

Etablissements de :
Bussigny / Villars-Ste-Croix
Chavannes-près-Renens / St-Sulpice
Crissier
Ecublens

Certificat d'études secondaires VP
Epreuve écrite de mathématiques
2016-2017

Nom : ....

Prénom : ....

Classe : ....

Partie « problèmes »

- épreuve calibrée pour une durée de 140 minutes
- temps maximal à disposition : 190 minutes

Matériel autorisé : Calculatrice non programmable.
Aide-mémoire.
Matériel de géométrie.

Consignes : Justifie tous les résultats.
Précision des résultats : arrondir de manière pertinente.
Si une valeur exacte est demandée, les racines doivent être extraites et les fractions simplifiées.
Soigne la présentation.
Les réponses sont données sous forme de phrases dans l'unité appropriée.
Les feuilles de brouillon doivent être rendues avec l'épreuve, mais elles ne sont pas corrigées.

Résultat de la partie « problèmes » :

/ 51 pts

1. Lors d'une compétition de ski nautique, les participants ont la possibilité de choisir s'ils veulent utiliser deux skis (ski nautique classique) ou un seul (monoski nautique). On sait qu'il y a 96 participants en tout et que 153 skis ont été utilisés pour cette compétition.

Combien de participants ont fait du monoski ?

x participants à monoski

$(96 - x)$ participants à skis (1pt)
y " "

(1pt) $x + 2(96 - x) = 153$

$x + 192 - 2x = 153 \quad | -192$

$-x = -39 \quad | \cdot(-1)$

(1pt) $x = 39$

(0,5) 39 participants ont fait du monoski

$\begin{cases} x + y = 96 \\ x + 2y = 153 \quad | \cdot(-1) \end{cases}$ (1pt)

$\begin{cases} x + y = 96 \\ -x - 2y = -153 \end{cases}$

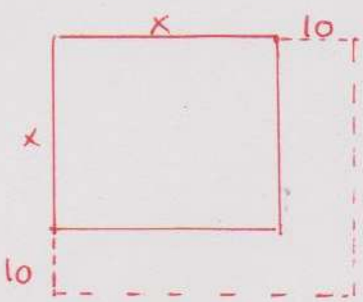
$-y = -57$

$y = 57$

$x + 57 = 96 \quad x = 39$ (1pt)

..... / 3,5 pts

2. Monsieur Richard souhaite acheter un terrain pour construire sa future maison. Il trouve une parcelle parfaitement carrée pour réaliser son rêve ! Le vendeur du terrain assure à M. Richard que si on ajoute 10 mètres à la longueur et 10 mètres à la largeur, la surface initiale sera doublée et même augmentée de 4 m^2 supplémentaires ! Quelle est la mesure du côté de la parcelle initiale ?



x = côté de la parcelle initiale (0,5pt)

Aire initiale : x^2 (0,5pt)

Aire augmentée : $(x+10)^2 = x^2 + 20x + 100$ (1pt)

$x^2 + 20x + 100 = 2x^2 + 4$ (1pt)

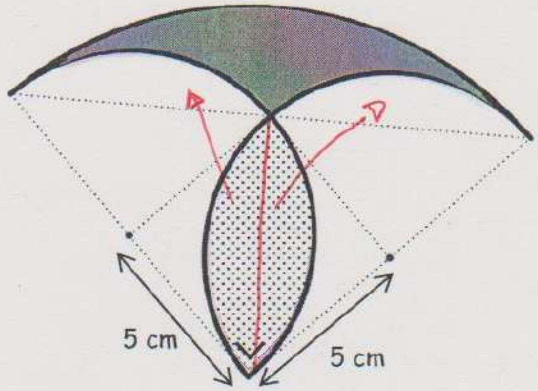
$x^2 - 20x - 96 = 0$ (0,5pt)

$(x - 24)(x + 4) = 0 \quad S = \{-4 ; 24\}$ (1pt)

le côté de la parcelle initiale est 24m (0,5pt)

..... / 5 pts

3. Un marchand de champignons fabrique un vitrail pour décorer la devanture de sa boutique. Il utilise du verre clair pour le pied et du verre foncé pour le chapeau, ainsi que du plomb pour les bordures. Voici un schéma de son projet. Les bordures en plomb sont des demi-cercles de rayons 5 cm et 10 cm.



a) Quelle est la surface de verre dont il aura le plus besoin ?
Justifie ta réponse.

$A_{⁘} = A_{\text{demi-disque}} - A_{\text{petit triangle}} = \underset{(0,5)}{\dfrac{\pi \cdot 5^2}{2}} - \underset{(0,5)}{\dfrac{10 \cdot 5}{2}}$
$= 39{,}27 - 25 = \underline{\underline{14{,}27\ \text{cm}^2}}$ (0,5)

$A_{■} = A_{\text{quart-disque}} - A_{\text{grand triangle}} - A_{⁘}$
$= \underset{(0,5)}{\dfrac{\pi \cdot 10^2}{4}} - \underset{(0,5)}{\dfrac{10 \cdot 10}{2}} - 14{,}27 =$
$78{,}54 - 50 - 14{,}27 = \underline{\underline{14{,}27\ \text{cm}^2}}$ (0,5)

Les deux surfaces sont égales (0,5) (0,5)

b) Il aura besoin de plus de plomb pour entourer le « chapeau » du champignon (en foncé) que son « pied » (en clair), mais combien de fois plus ?
Justifie ta réponse.

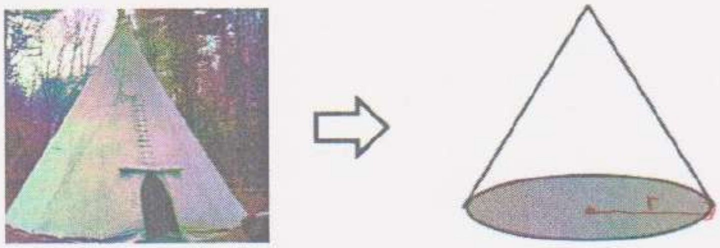
Périmètre pied : $\dfrac{2\pi \cdot 5}{2} = 5\pi$ (ou 15,71) (0,5)

Périmètre chapeau : $5\pi + \dfrac{2 \cdot \pi \cdot 10}{4} = 5\pi + 5\pi = 10\pi$ (ou 31,42) (1)

Il faudra le <u>double</u> de plomb pour le chapeau (0,5)

..... / 6 pts

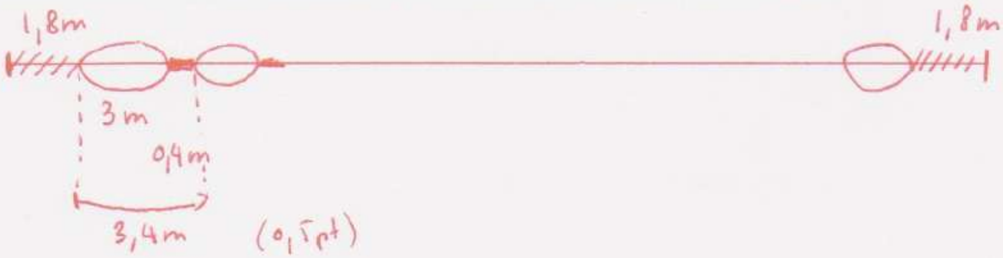
4. Madame Rougemont décide de construire un camping original le long d'une rivière parfaitement droite de 374 m de longueur. Pour cela, elle décide que son camping n'accueillera que des tentes ayant la forme ci-dessous :



r=1,5m

Chaque tente aura une base circulaire dont le diamètre atteindra 3 m exactement. Aide Madame Rougemont à répondre à ces deux questions :

a) Combien de tentes au maximum pourra-t-elle placer le long de la rivière, sachant que les premiers 18 dm ne peuvent accueillir de tentes (car le sol est marécageux) et que les 18 derniers dm non plus (car le sol est trop pentu). Sache aussi que les tentes seront séparées entre elles de 4 dm. Justifie par le calcul.



(0,5pt)

$$\underbrace{374-1{,}8-1{,}8}_{\text{bordures (0,5pt)}}+\underbrace{0{,}4}_{\text{dernière tente (0,5pt)}}=370{,}8\,m \qquad 370{,}8:3{,}4=109{,}05 \quad (1)$$

On pourra placer 109 tentes (0,5)

b) Quelle devrait être la hauteur du mât (bâton) central dans chaque tente pour que leur volume soit de $8{,}2\ m^3$?

H = hauteur du mât

$$8{,}2=\frac{\pi\cdot 1{,}5^2\cdot H}{3} \quad (0{,}5)$$

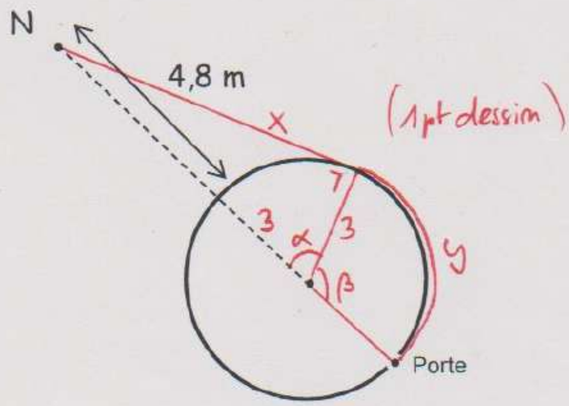
$$H=\frac{8{,}2\cdot 3}{\pi\cdot 1{,}5^2}=3{,}48$$

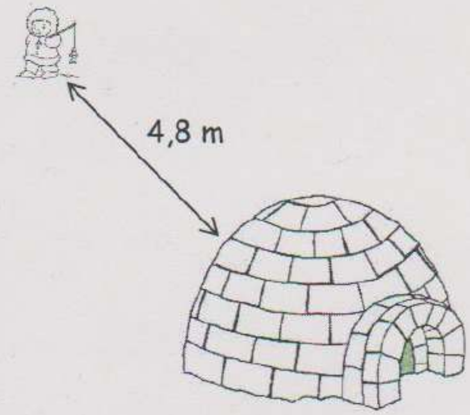
La hauteur du mât est de 3,48m (0,5)

….. / 4 pts

5. Nukilik, un jeune esquimau, se trouve à une distance de 4,8 m d'un igloo, dont le rayon est de 3 m et souhaite y rentrer au plus vite. Il se trouve à l'opposé de la porte de l'igloo. Sa petite sœur Nukka lui dit qu'il lui suffit de parcourir 14,2 m pour atteindre la porte de l'igloo.

Nukilik réfléchit un moment et affirme, à raison, qu'il connaît un chemin plus court que celui proposé par sa sœur. Il prétend même connaître le chemin <u>le plus court</u>.





Dessine le chemin le plus court proposé par Nukilik.

Calcule la distance la plus courte que Nukilik doit parcourir pour atteindre la porte de cet igloo.

x : th. Pythagore $\quad (4{,}8+3)^2 = x^2 + 3^2$

$x = \underline{\underline{7{,}2\,m}}$ (1)

Trigo : $\sin\alpha = \dfrac{7{,}2}{7{,}8} \cong 0{,}923 \quad \underline{\underline{\alpha = 67{,}4°}}$ (1)

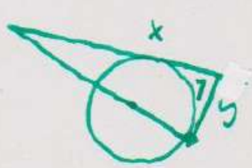
$\beta = 180 - 67{,}4 = \underline{\underline{112{,}6°}}$ (0,5)

$y = \dfrac{2\pi \cdot 3 \cdot 112{,}6}{360} = \underline{\underline{5{,}9}}$ (1)

Nukilik doit parcourir $5{,}9 + 7{,}2 = \underline{\underline{13{,}1\,m}}$ (0,5)

---

si le chemin calculé est :

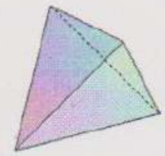


x+y avec calculs cohérents, on compte 2pts

..... / 5 pts

6. Deux amies jouent aux dés avec des dés en forme de tétraèdre.
Elles lancent chacune leur tour leur dé une seule fois et la personne qui a le plus grand nombre gagne la partie.

Adèle a un tétraèdre dont les faces affichent les nombres 2, 5, 7 et 8.



Brigitte a un tétraèdre dont les faces affichent les nombres 2, 4, 6 et 11.

Malheureusement, elles constatent que le jeu n'est pas tout-à-fait équitable !

a) Qui devrait gagner le plus de partie ? Justifie ta réponse.

	gagne	perd
si A fait 2, elle	0 fois	3 fois
si A fait 5, elle	2	2
si A fait 7, elle	3	1
si A fait 8, elle	3	1
	8/16 (1pt)	7/16 (1pt)

C'est Adèle qui a le plus de chances de gagner ! $\left(\frac{8}{16} > \frac{7}{16}\right)$ (0,5pt)
(0pt si pas de raisonnement)

b) Tu dois faire en sorte que le jeu soit parfaitement équitable. Pour cela tu peux changer le nombre indiqué sur une des faces du dé de Brigitte.
Indique un changement qui rende ce jeu équitable.

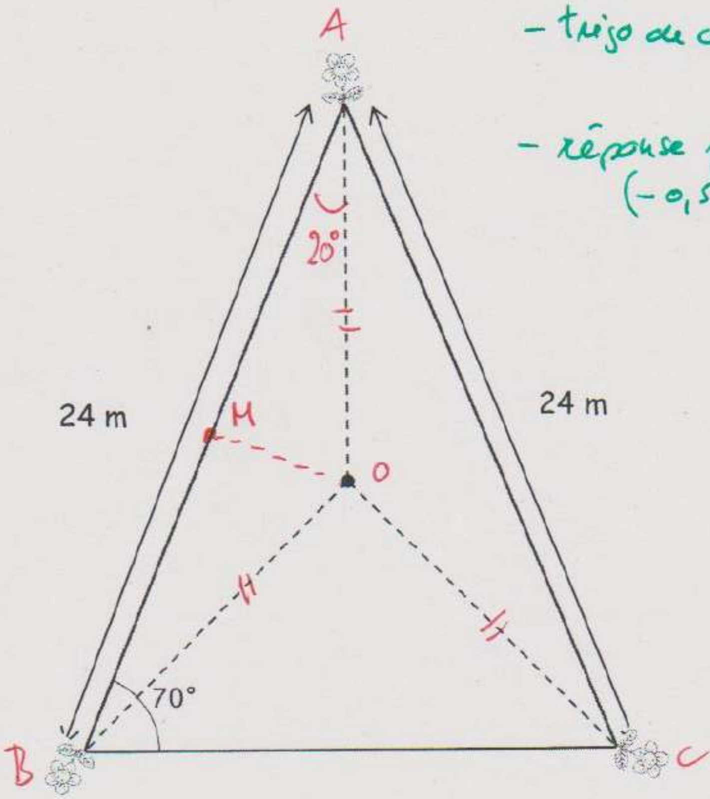
On met un 3 à la place du 2 chez Brigitte (0,5)

..... / 3 pts

7. Une chèvre est attachée à un poteau au milieu d'un champ en forme de triangle isocèle. Des massifs de fleurs se trouvent aux « coins » du terrain, tous à la même distance du poteau. On ne veut pas que la chèvre puisse atteindre les massifs de fleurs. Pour atteindre ce qu'elle convoite, cette chèvre très gourmande arrive à étendre sa tête jusqu'à 30 cm de la corde qui la retient.

Calcule la longueur maximale de la corde.

Si autre méthode :
- angle 20° (1 pt)
- trigo ou calculs intermédiaires (2 pts)
- réponse finale (1 pt) (−0,5 si tête non soustraite)



le triangle est isocèle en A ⇒ $\widehat{BCA} = 70°$ et $\widehat{CAB} = 180 - 140 = 40°$ (0,5)

$\widehat{OAB} = \frac{40}{2} = 20°$ (0,5) AM = 12 m (0,5) (M milieu de AB)

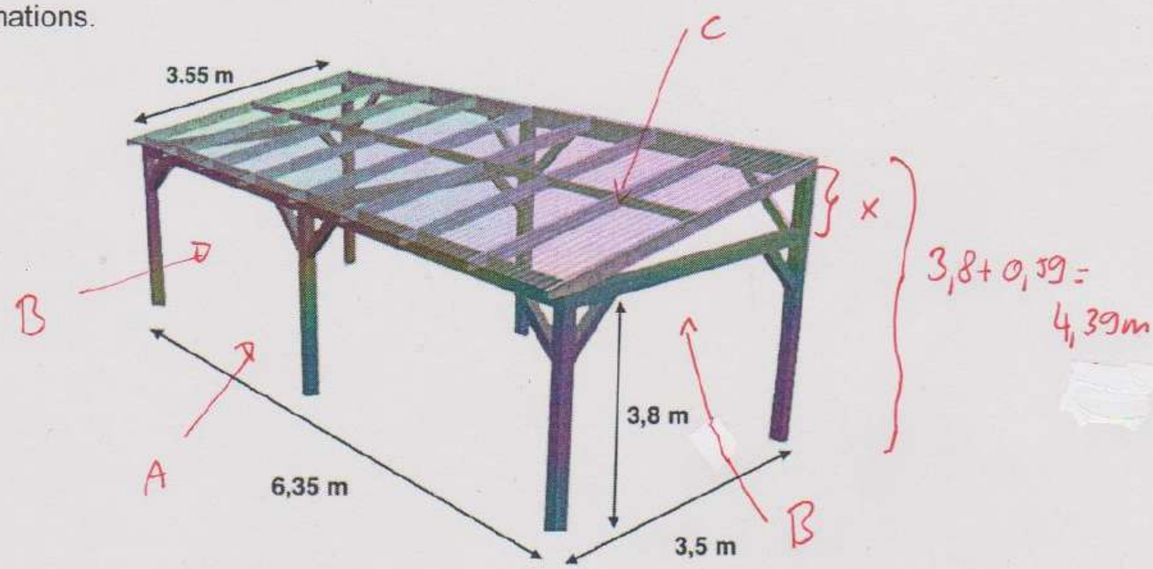
Trigo $\cos 20 = \frac{12}{OA}$ (1) OA = 12,77 m (0,5)

Il faut enlever 0,30 m pour la tête 12,77 − 0,3 = 12,47 m (0,5)

la corde devra faire au maximum 12,47 m (0,5)

..... / 4 pts

8. Voici un kit de charpente que l'on peut acheter sur un site internet, à monter soi-même. C'est en réalité un garage pour voitures. Mais tu décides d'en faire une serre pour y accueillir tes plantes tropicales. Pour cela, il te faut un certain nombre d'informations.



a) Tout d'abord, tu te rends compte que si tu achètes ce kit, on te fournit également un toit en plastique qui te sera bien utile (comme sur le modèle ci-dessus). Il ne te reste donc qu'à acheter la bonne surface de vitre pour fermer la serre sur ses faces latérales. Quelle surface de verre te faudra-t-il ?

Pythagore $3,55^2 = 3,5^2 + x^2$ $x \cong 0,59\,m$ (0,5)

Aire rectangle A (gauche) : $6,35 \cdot 3,8 = 24,13\,m^2$ (0,5)

Aire rectangle C (toit) : $6,35 \cdot 4,39 = 27,9\,m^2$ (0,5)

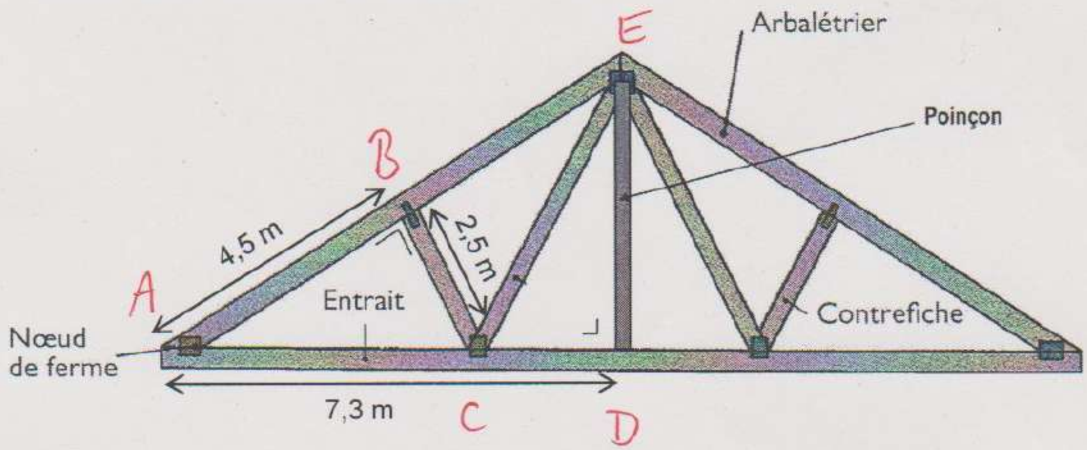
Aire trapèzes B (avant et arrière) : $\frac{3,8 + 4,39}{2} \cdot 3,5 = 14,34\,m^2$ (1)

A verre $= 24,13 + 27,9 + 14,34 \cdot 2 = \underline{\underline{80,71\,m^2}}$ (0,5)

b) Quel volume d'air se trouvera alors à l'intérieur de la serre ?

$V = \frac{4,39+3,8}{2} \cdot 3,5 \cdot 6,35 = \underline{\underline{91,05 \, m^3}}$ (1)

c) Une autre charpente, vendue sur le même site, t'intéresse beaucoup. Mais cette fois, c'est pour le toit de ta maison ! Voici le modèle montré sur le site :



Connaissant les indications données sur ce modèle, retrouve la hauteur du poinçon (pièce centrale de la charpente). Justifie tes calculs et ton raisonnement.

les $\triangle ABC$ et $\triangle ADE$ sont semblables (un angle commun et un angle droit) ⇒ leurs côtés sont proportionnels

(1 pt par méthode justifiée)

$\frac{ED}{2,5} = \frac{7,3}{4,5}$ $ED = 4,1$ m

La hauteur du poinçon est de $\underline{\underline{4m}}$

(1)

..... / 6 pts

9. Un artisan fabrique des perles noires et des perles dorées. Un sac contenant 3 perles noires et 7 perles dorées est vendu 488 francs. Un sac contenant 7 perles noires et 3 perles dorées est vendu lui 392 francs. Combien serait vendu un sac contenant 4 perles noires et 3 perles dorées ?

x : prix perles noires   y : prix perles dorées   (1)

$\begin{cases} 3x + 7y = 488 \\ 7x + 3y = 392 \end{cases}$ (1) $\begin{cases} 21x + 49y = 3416 \\ -21x - 9y = -1176 \end{cases}$

$40y = 2240 \quad | :40$

$y = 56$ (1 pt pour 1ère inconnue)

$3x + 7 \cdot 56 = 488$

$3x + 392 = 488 \quad | -392$

$3x = 96 \quad | :3$

$x = 32$ (0,5)

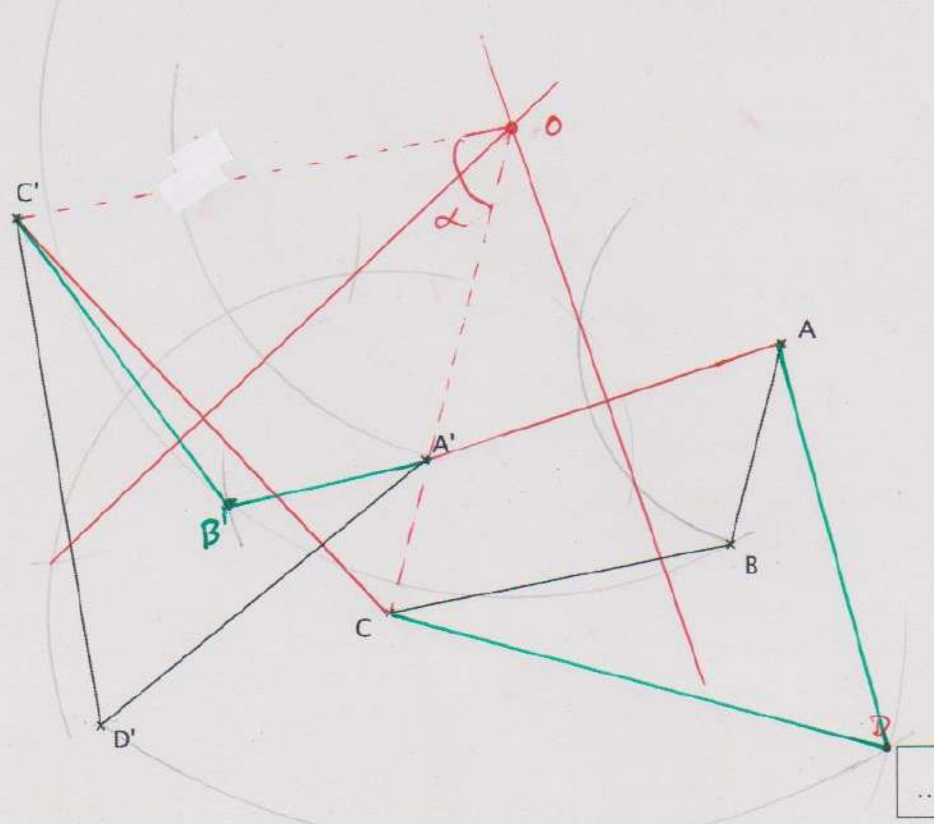
le sac serait vendu $4 \cdot 32 + 3 \cdot 56 = \underline{\underline{296.- \text{Fr}}}$ (1)

..... / 4,5 pts

10. La figure ABCD a pour image la figure A'BC'D' par une rotation.

a) Construis la position du centre de rotation et mesure l'angle de cette rotation. (1)
L'angle de la rotation mesure : ...$-65°$... (1)

b) Complète les deux figures. (1)



..... / 3 pts

11. Le nouveau pont ferroviaire de Massongex est, en Suisse, le pont qui a la plus longue portée (longueur). Il est constitué d'un arc métallique dont la forme est une parabole. La fonction associée à cette parabole est:

$$f(x) = -0.006x^2 + 0.76x$$

maxima $\frac{-b}{2a} = 63,\bar{3}$

a) Trace soigneusement la courbe sur le graphique ci-dessous en utilisant le tableau de valeurs si tu le souhaites.

(2 pts)

x	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
f(x)	7	12,8	17,4	20,8	23	24	23,8	22,4	19,8	16	11	4,8

b) Calcule précisément (arrondir au dm) la longueur du pont. Le graphique ne pourra te servir qu'à vérifier la cohérence de ta réponse.

$-0,006x^2+0,76x=0$ $\Delta = 0,76^2-0=0,5776$ (0,5)

$S=\frac{-0,76\pm\sqrt{0,5776}}{-0,012}$ ↗ 0 ↘ $126,\bar{6}$ (1)

Le pont mesure 126,7 m de long (0,5)

c) Calcule précisément (arrondir au dm) la distance maximale entre les voies de chemin de fer et l'arc métallique. Le graphique ne pourra te servir qu'à vérifier la cohérence de ta réponse.

$x=\frac{-b}{2a}=63,\bar{3}$ (1)

$y=-0,006\cdot 63,\bar{3}+0,76\cdot 63,\bar{3}$

$=24,1$ m (1)

d) La construction de ce pont a nécessité 2'300 tonnes d'acier.
Calcule le volume d'acier qui a été utilisé, sachant que la masse volumique de l'acier est de 7'500 [kg/m^3]

$7500\ kg/m^3=\frac{2'300'000}{v}$ (0,5)

$v=306,\bar{6}\ m^3$

Le volume utilisé est de 306,7 m^3 (0,5)

..... / 7 pts