

## Consignes générales

Les directives concernant l'ensemble des épreuves cantonales pour l'examen de certificat se trouvent sur le document en annexe et sur le SharePoint dédié: <https://eduvd.sharepoint.com/sites/epreuves-cantonales> ou code QR ci-contre. Ces directives contiennent notamment des indications relatives aux élèves concernés par les épreuves cantonales ainsi que les consignes de passation, de correction et de transmission des résultats.



Pour assurer la meilleure égalité de traitement entre tous les élèves du canton ainsi que la fiabilité des résultats, les consignes de correction doivent être strictement respectées.

En cas de doute dans l'interprétation d'une consigne de correction ou dans l'attribution des points, privilégier les échanges entre pairs. Les questions qui n'ont pas pu être résolues au sein de l'établissement peuvent être adressées, par la personne désignée par le conseil de direction (cheffe ou chef de file, doyenne ou doyen, personne responsable du groupe de correction, etc.), à la Direction pédagogique aux coordonnées suivantes: examen11s.math@vd.ch – 021 316 32 50 (Sélection 1).

Durant la période de correction, nous vous recommandons de consulter régulièrement la foire aux questions (FAQ) sur la page du SharePoint dédiée aux épreuves de mathématiques. En plus de certaines réponses aux questions adressées à la Direction pédagogique, des compléments d'information peuvent s'y trouver. Le code QR ci-contre permet d'y accéder directement.



La confidentialité des épreuves (contenus, consignes de correction, résultats, etc.) doit être préservée jusqu'à la fin de la session des examens.

## Composition de l'épreuve

La partie technique de l'épreuve a été conçue et prétestée pour être réalisée en 60 minutes. Afin de laisser suffisamment de temps aux élèves qui en auraient besoin (qu'ils aient un aménagement prévoyant du temps supplémentaire ou non), le temps à disposition peut aller jusqu'à 80 minutes.

La partie problèmes de l'épreuve a été conçue et prétestée pour être réalisée en 120 minutes. Afin de laisser suffisamment de temps aux élèves qui en auraient besoin (qu'ils aient un aménagement prévoyant du temps supplémentaire ou non), le temps à disposition peut aller jusqu'à 160 minutes.

## Déroulement de l'épreuve

Avant la distribution de la partie technique, transmettre les informations suivantes aux élèves :

- L'épreuve de ce matin est composée d'une première partie de 80 minutes au maximum avec matériel de géométrie, mais sans calculatrice ni formulaire.
- Dès que vous aurez fini cette partie, vous la rendrez et recevrez le formulaire et la deuxième partie.
- Vous aurez alors droit à votre calculatrice, au formulaire et à votre matériel de géométrie.
- Tous les calculs ou explications doivent être écrits sur l'épreuve. Ils sont indispensables pour obtenir le maximum de points.
- Les calculs doivent être inscrits sans présence de fausses égalités.
- Seules les réponses numériques finales doivent être arrondies au 1/100 près. Les calculs intermédiaires ne sont pas arrondis. Vous devez aussi indiquer les unités.
- Toutes ces consignes sont inscrites sur la première page de chaque partie de l'épreuve.

## Consignes générales de correction

- Ne pas pénaliser les erreurs en cascade.
- Les nombres utilisés dans les algorithmes doivent être en cohérence avec les données des problèmes.
- Seules les réponses numériques finales sont arrondies avec une précision au 1/100 près. L'élève doit alors avoir arrondi correctement sa réponse finale. Cette exigence est évaluée dans l'activité « L'olivier ».
- À l'exception de l'« Activité 2 » et de l'écriture du théorème de Pythagore dans l'activité « Hôtel », les fausses égalités ne sont pas pénalisées, mais uniquement signalées.

## Activité 1

5 pts

- a) -6
- b) 2,52
- c) 110 ou  $1,1 \cdot 10^2$
- d) -15
- e) 4

1 pt par résultat correct

5 pts

## Activité 2

3 pts

a)  $0,35 - \frac{8}{15} = \frac{35}{100} - \frac{8}{15} = \frac{7}{20} - \frac{8}{15} = \frac{21}{60} - \frac{32}{60} = -\frac{11}{60}$

b)  $\frac{3}{4} - \frac{7}{20} : \frac{28}{35} = \frac{3}{4} - \frac{1}{20} \cdot \frac{7}{28} = \frac{3}{4} - \frac{7}{16} = \frac{12}{16} - \frac{7}{16} = \frac{5}{16}$

a) 1 pt:  $-\frac{11}{60}$

b) 1 pt: passage correct de division par une fraction à multiplication par son inverse et respect de la priorité des opérations

1 pt:  $\frac{5}{16}$

Enlever 1 pt en présence d'une ou plusieurs fausses égalités dans cette activité.

3 pts

## Activité 3

2 pts

a)  $\frac{5 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-12}} = 2,5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{12} = 2,5 \cdot 10^{10}$

b)  $5 \cdot 10^8 + 2,4 \cdot 10^9 = 2,9 \cdot 10^9$

a) 1 pt:  $2,5 \cdot 10^{10}$

b) 1 pt:  $2,9 \cdot 10^9$

2 pts

### Activité 4

1 pt

$$\sqrt{1200} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{100} \cdot \sqrt{3} = 2 \cdot 10 \cdot \sqrt{3} = 20\sqrt{3}$$

1 pt:  $20\sqrt{3}$

1 pt

### Activité 5

3 pts

a)  $x \cdot x - x \cdot x^2 + x^2 + x^3 = x^2 - x^3 + x^2 + x^3 = 2x^2$

b)  $(4x - 7)(11x + 5) = 44x^2 + 20x - 77x - 35 = 44x^2 - 57x - 35$

c)  $(3x - 4)^2 - (x - 1)^2 = 9x^2 - 24x + 16 - x^2 + 2x - 1 = 8x^2 - 22x + 15$

a) 1 pt:  $2x^2$

3 pts

b) 1 pt:  $44x^2 - 57x - 35$

c) 1 pt:  $8x^2 - 22x + 15$

*Les réponses non-ordonnées sont acceptées.*

### Activité 6

2 pts

a)  $25a^2 - 16 = (5a - 4)(5a + 4)$

b)  $12x^3 + 4x^2 + 8x = 4x(3x^2 + x + 2)$

a) 1 pt:  $(5a - 4)(5a + 4)$

2 pts

b) 1 pt:  $4x(3x^2 + x + 2)$

### Activité 7

3 pts

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$(x - 5)(x + 3) = 0$$

$$S = \{-3; 5\}$$

1 pt: équation factorisée ou  $\Delta = 64$

3 pts

1 pt:  $x_1 = -3$  et  $x_2 = 5$  (peut être implicite)

1 pt:  $S = \{-3; 5\}$

ou  $S = \{5; -3\}$

### Activité 8

3 pts

|  |  |
|--|--|
| $\begin{cases} 6x - 5y = 180 & \cdot 1 \\ -3x + y = -40 & \cdot 2 \end{cases}$ | $\begin{cases} 6x - 5y = 180 & \cdot 1 \\ -3x + y = -40 & \cdot 5 \end{cases}$ |
| $\begin{cases} 6x - 5y = 180 \\ -6x + 2y = -80 \end{cases}$                    | $\begin{cases} 6x - 5y = 180 \\ -15x + 5y = -200 \end{cases}$                  |
| $-3y = 100$  | $-9x = -20$  |
| $y = -\frac{100}{3}$   | $x = \frac{20}{9}$   |
| $S = \left\{ \left( \frac{20}{9}; -\frac{100}{3} \right) \right\}$             |  |

|   |       |
|---|-------|
| <p>2 pts: Capital de 2 pts pour la résolution de ce système d'équations, déduire un point par erreur</p> <p>1 pt: <math>S = \left\{ \left( \frac{20}{9}; -\frac{100}{3} \right) \right\}</math> ou écriture de l'ensemble des solutions cohérente avec les résultats précédents</p> | 3 pts |
|---|-------|

### Activité 9

1 pt

$$D = \frac{2A}{d}$$

|                          |      |
|--------------------------|------|
| 1 pt: $D = \frac{2A}{d}$ | 1 pt |
|--------------------------|------|

### Activité 10

2 pts

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x - 4 \\ g(x) &= -0,5x + 3 \end{aligned}$$

|  |       |
|--|-------|
| 1 pt: $2x - 4$<br>1 pt: $-0,5x + 3$ ou $-\frac{1}{2}x + 3$ | 2 pts |
|--|-------|

### Activité 11

2 pts

Utiliser le calque annexé pour la correction.

|  |       |
|--|-------|
| 1 pt: au moins un des sommets du triangle A'B'C' est dans la zone grisée correspondante du calque selon $H \left( 0; -\frac{1}{2} \right)$ | 2 pts |
| 1 pt: le triangle A'B'C' est tracé et ses trois sommets se situent dans les zones grisées du calque  |       |

## Des petits trous

8 pts

On pose  $x$  = diamètre d'un trou en mm et  $y$  = distance entre deux trous en mm

Horizontalement, on a :  $14 + 4x + 3y + 14 = 204$

En écriture réduite :  $4x + 3y = 176$

Verticalement, on a :  $14 + 2x + y + 14 = 108$

En écriture réduite :  $2x + y = 80$

Système à résoudre :

$$\begin{cases} 4x + 3y = 176 & \cdot 1 \\ 2x + y = 80 & \cdot (-2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 3y = 176 \\ -4x - 2y = -160 \end{cases}$$

$$y = 16$$

$$\begin{cases} 4x + 3y = 176 & \cdot 1 \\ 2x + y = 80 & \cdot (-3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 3y = 176 \\ -6x - 3y = -240 \end{cases}$$

$$-2x = -64$$

$$x = 32$$

$$S = \{(32; 16)\}$$

Diamètre d'un trou : **32 mm**

Distance entre deux trous : **16 mm**

1 pt: les deux inconnues sont posées ou clairement identifiées sur le croquis

1 pt:  $4x + 3y = 176$  ou expression équivalente

1 pt:  $2x + y = 80$  ou expression équivalente

1 pt:  $\begin{cases} 4x + 3y = 176 \\ 2x + y = 80 \end{cases}$  ou système posé cohérent avec les calculs précédents

3 pts: Capital de 3 pts pour la résolution de ce système d'équations, déduire un point par erreur

1 pt: Diamètre d'un trou : 32 mm et distance entre deux trous : 16 mm, présence d'une unité de longueur avec les résultats pour attribuer ce point

8 pts

## Angles

8 pts

Le triangle ABO est isocèle en O car  $AO = OB = \text{rayon du cercle } c$ .

Comme le triangle ABO est isocèle, on a  $\widehat{OAB} = 35^\circ$ .

Somme des angles dans le triangle ABO :  $180 - 35 - 35 = 110$  d'où  $\widehat{AOB} = 110^\circ$

En appliquant le théorème de l'angle inscrit à  $\widehat{AOB}$  (angle au centre) et  $\widehat{ACB}$  (angle inscrit), qui interceptent l'arc de cercle AB, on a  $\widehat{ACB} = 110 : 2 = 55^\circ$ .

Angle BCD plat :  $180 - 55 = 125$  d'où  $\widehat{ACD} = 125^\circ$

Triangle ACD isocèle :  $\widehat{ADC} = (180 - 125) : 2 = 27,5^\circ$

$\widehat{ADC} = 27,5^\circ$

*L'appellation théorème de l'angle inscrit prête à discussion. Dans le livre géométrie plane, André Delessert fait référence au théorème essentiel sur les angles inscrits dans un cercle. L'ouvrage Mathématiques 11S intitule une activité utilisant cette propriété théorème de l'angle inscrit. Enfin, dans l'usage courant ce résultat peut se nommer théorème de l'angle au centre.*

Remarque : pour obtenir le maximum de points à cette activité, la présence écrite des propriétés est exigée. Des annotations sur le croquis ne sont pas considérées comme une justification suffisante. L'élève qui a déterminé les valeurs des angles sans écrire son raisonnement et ses calculs peut obtenir au maximum 4 pts à cette activité.

8 pts

1 pt:  $AO = OB = \text{rayon du cercle } c$   
présence d'une justification pour  $\Delta ABO$  isocèle pour attribuer ce point

1 pt:  $\widehat{OAB} = 35^\circ$

1 pt:  $180 - 35 - 35 = 110$   
présence du calcul de la somme des angles d'un triangle ou de la propriété « la somme des angles d'un triangle vaut  $180^\circ$  » pour attribuer ce point

1 pt: présence de la propriété entre un angle inscrit et un angle au centre qui interceptent le même arc

1 pt:  $\widehat{ACB} = 55^\circ$

1 pt:  $180 - 55 = 125$  ou présence de  $\widehat{BCD}$  est un angle plat

1 pt:  $\widehat{ACD} = 125^\circ$  ou réponse cohérente avec BCD angle plat et les calculs précédents

1 pt:  $\widehat{ADC} = 27,5^\circ$  ou réponse cohérente avec ACD triangle isocèle et les calculs précédents

## Surface grisée

7 pts

- a)  $25 - (5 - 2x)^2 = -4x^2 + 20x$   
ou  $4x^2 + 4x(5 - 2x) = 4x^2 + 20x - 8x^2 = -4x^2 + 20x$   
ou  $5x + 5x + x(5 - 2x) + x(5 - 2x) = -4x^2 + 20x$   
Aire de la surface grisée :  $-4x^2 + 20x$

- b) Utiliser le calque annexé pour corriger le graphe de la fonction.  
Pour information, voici l'aire de la surface grisée en fonction de  $x$  :

| $x$ | Aire surface grisée |
|-----|---------------------|
| 0   | 0                   |
| 0,5 | 9                   |
| 1   | 16                  |
| 1,5 | 21                  |
| 2   | 24                  |
| 2,5 | 25                  |

- a) 1 pt: présence de  $(5 - 2x)$   
1 pt:  $25 - (5 - 2x)^2$  ou  $4x^2 + 4x(5 - 2x)$  ou  $5x + 5x + x(5 - 2x) + x(5 - 2x)$   
ou expression littérale équivalente  
1 pt:  $-4x^2 + 20x$

3 pts

- b) 1 pt: présence d'au moins deux points dans la zone grisée du calque  
ou en cohérence avec l'expression littérale du a)  
1 pt: présence d'au moins quatre points dans la zone grisée du calque  
ou en cohérence avec l'expression littérale du a)  
1 pt: l'élève a tracé une courbe  
Ne pas accorder ce point si les points sont reliés à la règle.  
1 pt: courbe entièrement dans la zone grisée du calque ou courbe cohérente  
avec l'expression littérale du a)  
Ne pas accorder ce point si les points sont reliés à la règle.

4 pts

Déduire 1 pt en présence d'une erreur de graduation.

L'élève qui a obtenu une expression littérale du premier degré à la partie a)  
et qui a tracé correctement le graphe correspondant à cette expression obtient  
un seul point à la partie b).

a) Mesure d'un côté de la base carrée (en m) :  $\sqrt{33124} = 182$

Mesures sur le développement à l'échelle 1 : 2800

en m :  $182 : 2800 = 0,065$

en cm :  $18200 : 2800 = 6,5$

en m :  $167,4 : 2800 \approx 0,06$

en cm :  $16740 : 2800 \approx 5,98$

Utiliser le calque annexé pour corriger la précision de la construction du développement.

b) On note  $d$  la diagonale de la base (en m) :  $\sqrt{33124 + 33124} \approx 257,39$

On note  $h$  la hauteur de la pyramide.

$$h = \sqrt{167,4^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{28022,76 - 16562} = \sqrt{11460,76} \approx 107,05$$

$$h = \mathbf{107,05 \text{ m}}$$

ou en passant par le calcul de l'apothème  $a$  de la pyramide :

$$a = \sqrt{167,4^2 - 91^2} = \sqrt{28022,76 - 8281} = \sqrt{19741,76} \approx 140,51$$

$$h = \sqrt{a^2 - 91^2} = \sqrt{19741,76 - 8281} = \sqrt{11460,76} \approx 107,05$$

a) 1 pt :  $\sqrt{33124}$  ou 182 (peut être implicite)

7 pts

1 pt : utilisation correcte de l'échelle 1 : 2800 (peut être implicite)

1 pt : dessin de la base carré, ses sommets sont dans les zones grisées du calque

1 pt : dessin d'un triangle isocèle, ses sommets sont dans les zones grisées du calque ou en cohérence avec la base carrée

1 pt : dessin des quatre triangles isocèles, leurs sommets sont dans les zones grisées du calque ou en cohérence avec la base carrée

1 pt : toutes les paires de segments formant une même arête de la pyramide sont composées de segments isométriques

1 pt : les cinq faces sont bien placées (attribuer ce point même si les longueurs des côtés des faces ne correspondent pas)

b) 1 pt : 257,39 (diagonale de la base) ou 140,51 (apothème)

4 pts

1 pt : une écriture correcte du théorème de Pythagore pour déterminer la hauteur de la pyramide

0 pt si cette écriture comporte une fausse égalité

1 pt : 107,05 ou réponse cohérente avec les calculs précédents

1 pt : réponse accompagnée de m

- a) Nous sommes en présence de deux triangles semblables (un angle commun et deux paires d'angles correspondants). Il est plus aisé d'utiliser les deux triangles rectangles semblables (un angle commun et une paire d'angles droits).

Pour déterminer la hauteur, on peut utiliser le théorème de Thalès.

Avec  $x$  = hauteur du petit cône, on a

$$\frac{30}{25} = \frac{45 + x}{x}$$

$$25(45 + x) = 30 \cdot x$$

$$25x + 1125 = 30x$$

$$5x = 1125$$

$$x = 225$$

$$\text{Volume petit cône en cm}^3 : \frac{\pi \cdot 25^2 \cdot 225}{3} (\cong 147\,262,1556)$$

$$\text{Volume grand cône en cm}^3 : \frac{\pi \cdot 30^2 \cdot 270}{3} (\cong 254\,469,0049)$$

Volume du pot : **107 206,85 cm<sup>3</sup>**

Pour calculer  $x$ , une résolution utilisant la trigonométrie dans deux triangles rectangles semblables est possible :

$$\tan \alpha = \frac{5}{45} \text{ d'où } \alpha = \tan^{-1} \left( \frac{5}{45} \right) \cong 6,34^\circ$$

$$\tan \alpha = \frac{25}{x} \text{ d'où } x = 25 / \tan \alpha = 225$$

- b) Volume à combler :  $0,75 \cdot 107\,206,85 = 80\,405,14$

$$80,41 : 25 \cong 3,22$$

Il faut acheter **4** sacs de terreau.

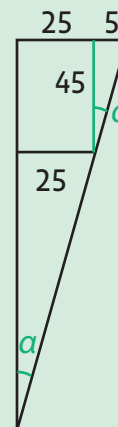
Avec  $58\,640 \text{ cm}^3$  pour le volume du pot :

$$0,75 \cdot 58\,640 = 43\,980$$

$$43\,980 \text{ cm}^3 = 43,98 \text{ dm}^3$$

$$43,98 : 25 \cong 1,76$$

Il faut acheter **2** sacs de terreau.



|   |       |
|---|-------|
| <p><b>a)</b> 1 pt: présence d'une justification explicite qui introduit le raisonnement, par exemple avec des triangles semblables, les propriétés d'une similitude ou le théorème de Thalès</p> <p>1 pt: rapport du théorème de Thalès posé correctement ou utilisation correcte d'une autre démarche (trigonométrie, <math>\Delta</math> semblables, etc.)</p> <p>1 pt: produit croisé appliqué correctement ou application correcte d'une autre propriété, par exemple une deuxième étape en trigonométrie</p> <p>1 pt: hauteur du petit cône 225</p> <p>1 pt: <math>\frac{\pi \cdot 25^2 \cdot 225}{3}</math> ou expression cohérente avec les calculs précédents</p> <p>1 pt: <math>\frac{\pi \cdot 30^2 \cdot 270}{3}</math> ou expression cohérente avec les calculs précédents</p> <p>1 pt: un résultat correct pour le volume du petit ou du grand cône</p> <p>1 pt: 107 206,85 ou réponse cohérente avec les étapes précédentes obtenue avec une différence entre deux volumes<br/>Ne pas accorder ce point si la précision au centième pour la réponse finale n'est pas respectée. L'arrondi au centième doit être correct pour attribuer ce point.</p> <p>1 pt: réponse accompagnée d'une unité de volume</p> | 9 pts |
|---|-------|

|   |       |
|---|-------|
| <p><b>b)</b> 1 pt: 80 405,14 ou 80,41 ou calcul correct des 75 % du volume du a)</p> <p>1 pt: conversion correcte du volume en une capacité</p> <p>1 pt: présence d'une division par 25 ou d'un tableau de proportionnalité</p> <p>1 pt: 4 ou réponse cohérente arrondie à l'entier supérieur</p> <p>Avec 58 640 pour le volume du pot:</p> <p>1 pt: 43 980</p> <p>1 pt: conversion correcte du volume en une capacité</p> <p>1 pt: présence d'une division par 25 ou d'un tableau de proportionnalité</p> <p>1 pt: 2</p> | 4 pts |
|---|-------|

## Largeur de la bande

7 pts

$$\text{Aire du triangle: } \frac{3x^2}{2}$$

$$\text{Aire du carré: } x^2$$

$$\text{Aire du rectangle: } x(x+1)$$

$$\frac{3x^2}{2} + x^2 = x(x+1)$$

$$3x^2 + 2x^2 = 2x^2 + 2x$$

$$3x^2 - 2x = 0$$

$$x(3x - 2) = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } x = \frac{2}{3}$$

$$S = \left\{0; \frac{2}{3}\right\}$$

Deux largeurs sont possibles:  $\frac{2}{3}$  ou 0.

1 pt:  $\frac{3x^2}{2}$  ou expression équivalente

1 pt:  $x^2$  ou expression équivalente

1 pt:  $x(x+1)$  ou expression équivalente

1 pt:  $\frac{3x^2}{2} + x^2 = x(x+1)$  ou équation cohérente avec les résultats précédents

1 pt:  $3x^2 - 2x = 0$  ou réduction cohérente avec les résultats précédents  
L'attribution de ce point est possible uniquement pour la réduction d'une équation de degré 2.

1 pt: identification et écriture des deux solutions de l'équation  
L'attribution de ce point est possible uniquement pour la résolution d'une équation de degré 2.

1 pt: Largeur de la bande  $\frac{2}{3}$  ou réponse cohérente avec les résultats précédents

*Ne pas déduire de point à l'élève qui ne précise pas que 0 est une largeur possible pour la bande.*

7 pts