VP

Consignes générales

Les directives concernant l'ensemble des épreuves cantonales pour l'examen de certificat se trouvent sur le document en annexe et sur le SharePoint dédié : https://eduvd.sharepoint.com/sites/epreuves-cantonales ou code QR ci-contre. Ces directives contiennent notamment des indications relatives aux élèves concernés par les épreuves cantonales ainsi que les consignes de passation, de correction et de transmission des résultats.

Pour assurer la meilleure égalité de traitement entre tous les élèves du canton ainsi que la fiabilité des résultats, les consignes de correction doivent être strictement respectées.

En cas de doute dans l'interprétation d'une consigne de correction ou dans l'attribution des points, privilégier les échanges entre pairs. Les questions qui n'ont pas pu être résolues au sein de l'établissement peuvent être adressées, par la personne désignée par le conseil de direction (cheffe ou chef de file, doyenne ou doyen, personne responsable du groupe de correction, etc.), à la Direction pédagogique aux coordonnées suivantes : examen11s.math@vd.ch – 021 316 32 50 (Sélection 1).

Durant la période de correction, nous vous recommandons de consulter régulièrement la foire aux questions (FAQ) sur la page du SharePoint dédiée aux épreuves de mathématiques. En plus de certaines réponses aux questions adressées à la Direction pédagogique, des compléments d'information peuvent s'y trouver. Le code QR ci-contre permet d'y accéder directement.

La confidentialité des épreuves (contenus, consignes de correction, résultats, etc.) doit être préservée jusqu'à la fin de la session des examens.

Composition de l'épreuve

La partie technique de l'épreuve a été conçue et prétestée pour être réalisée en 60 minutes. Afin de laisser suffisamment de temps aux élèves qui en auraient besoin (qu'ils aient un aménagement prévoyant du temps supplémentaire ou non), le temps à disposition peut aller jusqu'à 80 minutes.

La partie problèmes de l'épreuve a été conçue et prétestée pour être réalisée en 120 minutes. Afin de laisser suffisamment de temps aux élèves qui en auraient besoin (qu'ils aient un aménagement prévoyant du temps supplémentaire ou non), le temps à disposition peut aller jusqu'à 160 minutes.

canton de vaud
LIBERTÉ ET PATRIE
DEF Département de l'enseignement et de la formation professionnelle
DGEO Direction générale de l'enseignement obligatoire et de la pédagogie spécialisée

Déroulement de l’épreuve

Avant la distribution de la partie technique, transmettre les informations suivantes aux élèves :

- L’épreuve de ce matin est composée d’une première partie de 80 minutes au maximum avec matériel de géométrie, mais sans calculatrice ni formulaire.
- L’entame de la deuxième partie dépend de l’organisation décidée par l’établissement.

  Version avec pause entre les deux parties :

  Dès que vous aurez fini cette partie, vous la rendrez et vous serez en pause avant de commencer la deuxième partie.

  Version sans pause entre les deux parties :

  Dès que vous aurez fini cette partie, vous la rendrez et recevrez le formulaire et la deuxième partie.
- Pour la deuxième partie, vous aurez alors droit à votre calculatrice, au formulaire et à votre matériel de géométrie.
- Tous les calculs ou explications doivent être écrits sur l’épreuve. Ils sont indispensables pour obtenir le maximum de points.
- Les calculs doivent être inscrits sans présence de fausses égalités.
- Seules les réponses numériques finales doivent être arrondies au 1/100 près. Les calculs intermédiaires ne sont pas arrondis. Vous devez aussi indiquer les unités.
- Toutes ces consignes sont inscrites sur la première page de chaque partie de l’épreuve.

Consignes générales de correction

- Ne pas pénaliser les erreurs en cascade.
- Les nombres utilisés dans les algorithmes doivent être en cohérence avec les données des problèmes.
- Seules les réponses numériques finales sont arrondies avec une précision au 1/100 près. L’élève doit alors avoir arrondi correctement sa réponse finale. Cette exigence est évaluée dans l'activité « Télécabine » au point a).
- Les fausses égalités ne sont pas pénalisées, mais uniquement signalées.
- Sauf indication contraire, comme dans l’activité « Pièces », il est possible d’attribuer des points pour une démarche pertinente autre que celle(s) proposée(s) dans ce cahier de correction. Une démarche pertinente et complète permet d’attribuer tous les points.

Activité 1 — 5 pts

a) -6

b) $11{,}5$

c) $\frac{3}{2}$ ou $1{,}5$

d) $0{,}81$ ou $\frac{81}{100}$

e) 52

1 pt par réponse correcte	5 pts

Activité 2 — 4 pts

a) $\frac{7}{18} + \frac{2}{27} = \frac{21}{54} + \frac{4}{54} = \mathbf{\frac{25}{54}}$

b) $2 - \frac{13}{66} : \frac{26}{11} = 2 - \frac{\cancel{13}^{1}}{\cancel{66}_{6}} \cdot \frac{\cancel{11}^{1}}{\cancel{26}_{2}} = \frac{24}{12} - \frac{1}{12} = \mathbf{\frac{23}{12}}$

c) $1{,}\overline{6} = 1 + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = \mathbf{\frac{5}{3}}$

a) 1 pt : $\frac{25}{54}$ **b)** 1 pt : $\frac{1}{12}$ ou fraction équivalente 1 pt : $\frac{23}{12}$ **c)** 1 pt : $\frac{5}{3}$ *Déduire au maximum 1 pt en présence d'une ou plusieurs fausses égalités dans cette activité.* *Déduire au maximum 1 pt à cette activité à l'élève qui ne donne pas les résultats sous forme de fractions irréductibles.*	4 pts

Activité 3 — 2 pts

$77 = 7 \cdot 11$

$63 = 3^2 \cdot 7$

ppmc (77 ; 63) = $3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 =$ **693**

Une autre démarche possible est l'écriture de l'ensemble des multiples de 77 et 63 :

$M_{77} = \{77 ; 154 ; 231 ; 308 ; 385 ; 462 ; 539 ; 616 ; \mathbf{693} ; \dots\}$

$M_{63} = \{63 ; 126 ; 189 ; 252 ; 315 ; 378 ; 441 ; 504 ; 567 ; 630 ; \mathbf{693} ; \dots\}$

1 pt : une décomposition en produit de facteurs correcte ou un ensemble de multiples correct 1 pt : 693	2 pts

Activité 4 — 2 pts

1 m^3 = 1000 litres, il y a donc $2 \cdot 10^{-4} \cdot 1000 = 2 \cdot 10^{-1}$ g de lithium dans 1 m^3 d'eau de mer.

1 tonne = 1000 kg = 1 000 000 g, il y a donc 10^6 g dans 1 tonne.

Masse totale, en tonnes, de lithium dans la mer = $\dfrac{2 \cdot 10^{-1} \cdot 1{,}4 \cdot 10^{18}}{10^6}$ = $\mathbf{2{,}8 \cdot 10^{11}}$ tonnes

1 pt : changement correct d'unité de volume ou de masse en lien avec les quantités de l'activité 1 pt : $2{,}8 \cdot 10^{11}$ ou réponse cohérente avec le calcul précédent	2 pts

Activité 5 — 3 pts

a) $-(x^2 + 2x - 1) + 3(x^2 - 3x + 4) = -x^2 - 2x + 1 + 3x^2 - 9x + 12 = \mathbf{2x^2 - 11x + 13}$

b) $(2x - 1)^2 + 3 = 4x^2 - 4x + 1 + 3 = \mathbf{4x^2 - 4x + 4}$

c) $5x(2x + 1)(3y - 1) = (10x^2 + 5x)(3y - 1) = \mathbf{30x^2y - 10x^2 + 15xy - 5x}$

a) 1 pt : $2x^2 - 11x + 13$ **b)** 1 pt : $4x^2 - 4x + 4$ **c)** 1 pt : $30x^2y - 10x^2 + 15xy - 5x$ *Les réponses non ordonnées sont acceptées.*	3 pts

Activité 6 — 2 pts

a) $2x^2 - 72 = 2(x^2 - 36) = \mathbf{2(x - 6)(x + 6)}$

b) $x^2 + 7x - 18 = \mathbf{(x + 9)(x - 2)}$

a) 1 pt : $2(x - 6)(x + 6)$ **b)** 1 pt : $(x + 9)(x - 2)$	2 pts

Activité 7 — 2 pts

Proportion de personnes qui préfèrent le chocolat aux noisettes : $\frac{4\,cm}{12\,cm} = \mathbf{\frac{1}{3}}$

Nombre de personnes qui préfèrent le chocolat aux noisettes : $180 \cdot \frac{1}{3} = \mathbf{60}$

Une autre démarche possible :

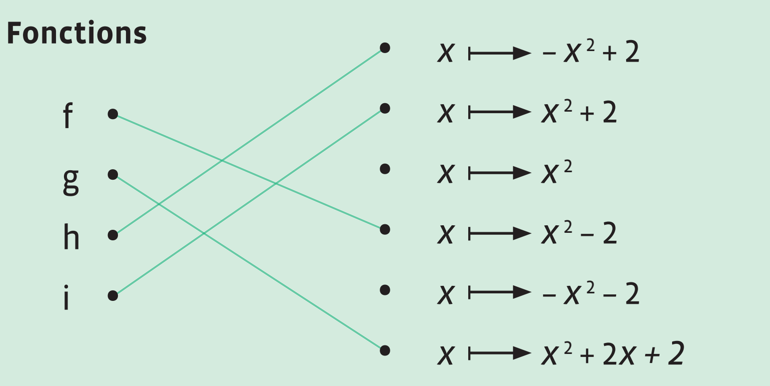
Proportion de personnes qui préfèrent le chocolat noir : $\frac{8\,cm}{12\,cm} = \mathbf{\frac{2}{3}}$

Nombre de personnes qui préfèrent le chocolat noir : $180 \cdot \frac{2}{3} = 120$

Nombre de personnes qui préfèrent le chocolat aux noisettes : $180 - 120 = \mathbf{60}$

1 pt : $\frac{2}{3}$ ou $\frac{1}{3}$ ou écriture d'un rapport équivalent 1 pt : 60	2 pts

Activité 8 — 2 pts



$f : x \longmapsto \mathbf{x^2 - 2}$

$g : x \longmapsto \mathbf{x^2 + 2x + 2}$

$h : x \longmapsto \mathbf{-x^2 + 2}$

$i : x \longmapsto \mathbf{x^2 + 2}$

2 pts en présence d'aucune erreur ou omission 1 pt en présence d'une ou deux erreurs ou omissions 0 pt en présence de trois ou quatre erreurs ou omissions	2 pts

Activité 9 **2 pts**

a) Il y a deux petits cubes par arête qui ont exactement deux faces peintes : $12 \cdot 2 =$ **24**

b) Le grand cube est composé de $(3 + 2)^3 =$ **125** petits cubes

1 pt : 24 1 pt : 125	2 pts

Pièces **7 pts**

On pose x = nombre de pièces de Fr. 1.– et y = nombre de pièces de Fr. 5.–
Avec les informations concernant les masses, on a : $4x + 13y + 370 = 3000$
Avec les informations concernant les valeurs, on a : $x + 5y = 976$
Le système à résoudre est donc :

Par substitution	À l'aide d'une combinaison linéaire
$\left\{\begin{array}{l\|l} 4x + 13y + 370 = 3000 & \\ x + 5y = 976 & -5y \end{array}\right.$	$\left\{\begin{array}{l\|l} 4x + 13y + 370 = 3000 & \\ x + 5y = 976 & \cdot(-4) \end{array}\right.$
$\left\{\begin{array}{l\|l} 4x + 13y + 370 = 3000 & \textit{substitution de } x \\ x = 976 - 5y & \end{array}\right.$	$\left\{\begin{array}{l\|l} 4x + 13y + 370 = 3000 & \textit{(ii) + (i)} \\ -4x - 20y = -3904 & \end{array}\right.$
$\left\{\begin{array}{l\|l} 4(976 - 5y) + 13y + 370 = 3000 & \textit{calcul} \\ x = 976 - 5y & \end{array}\right.$	$\left\{\begin{array}{l\|l} -4x - 20y + 4x + 13y + 370 = -3904 + 3000 & \textit{calcul} \\ -4x - 20y = -3904 & \end{array}\right.$
$\left\{\begin{array}{l\|l} 3904 - 20y + 13y + 370 = 3000 & \textit{calcul} \\ x = 976 - 5y & \end{array}\right.$	$\left\{\begin{array}{l\|l} -7y = -1274 & :(-7) \\ -4x - 20y = -3904 & \cdot(-1) \end{array}\right.$
$\left\{\begin{array}{l\|l} -7y = -1274 & :(-7) \\ x = 976 - 5y & \end{array}\right.$	$\left\{\begin{array}{l\|l} y = 182 & \\ 4x + 20y = 3904 & \textit{substitution de } y \end{array}\right.$
$\left\{\begin{array}{l\|l} y = 182 & \\ x = 976 - 5y & \textit{substitution de } y \end{array}\right.$	$\left\{\begin{array}{l\|l} y = 182 & \\ 4x + 20 \cdot 182 = 3904 & \end{array}\right.$
$\left\{\begin{array}{l} y = 182 \\ x = 66 \end{array}\right.$	$\left\{\begin{array}{l\|l} y = 182 & \\ 4x = 264 & :4 \end{array}\right.$
$S = \{(66\,;182)\}$	$\left\{\begin{array}{l\|l} y = 182 & \\ x = 66 & \end{array}\right.$
	$S = \{(66\,;182)\}$

Nombre de pièces de Fr. 1.– : **66**
Nombre de pièces de Fr. 5.– : **182**

1 pt : les deux inconnues sont posées ou clairement identifiées dans le texte de la donnée 1 pt : $4x + 13y + 370 = 3000$ 1 pt : $x + 5y = 976$ 3 pts : capital de 3 pts pour la résolution de ce système d'équations, déduire 1 pt par erreur. *Attribuer 1 pt à l'élève qui détermine une des deux inconnues sans parvenir à poursuivre sa résolution.* 1 pt : 66 et 182 ou réponses cohérentes avec les résultats précédents *Si l'élève a utilisé la stratégie du tâtonnement réfléchi, malgré l'indication contraire de l'énoncé, accorder un maximum de 2 pts pour cet exercice. La présence d'essais est nécessaire pour attribuer des points au raisonnement de l'élève.*	7 pts

Chute de pierre 2 pts

hauteur de chute = 4 · (temps de chute)²

$\frac{\textit{hauteur de chute}}{4}$ = (temps de chute)²

d'où : temps de chute = $\sqrt{\frac{\textit{hauteur de chute}}{4}} = \sqrt{\frac{76}{4}} = \sqrt{19} \cong$ **4,36** secondes

1 pt : expression de la hauteur de chute *Cette étape peut être implicite.* 1 pt : 4,36 ou $\sqrt{19}$	2 pts

Trapèze qui grandit 10 pts

a) Le $x^{ème}$ jour :
Petite base : **1**
Hauteur : **x**
Grande base : **x + 1**

b) Utiliser le calque annexé pour corriger le graphe de la fonction.
Pour information, voici l'aire du trapèze en fonction du nombre de jours écoulés :

Nombre de jours écoulés	Aire du trapèze en cm²
1	1,5
2	4
3	7,5
4	12

5	17,5
6	24
7	31,5

c) Aire du trapèze en fonction du nombre de jours écoulés : $\mathbf{\frac{(x+2)\cdot x}{2} = \frac{x^2+2x}{2}}$

d) $\frac{x^2+2x}{2} = 2112$

$x^2 + 2x = 4224$

$x^2 + 2x - 4224 = 0$

$\Delta = (2x)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4224) = 16900$

$\sqrt{\Delta} = 130$

$x_1 = \frac{-2+130}{2} = 64$; $x_2 = \frac{-2-130}{2} = -66$ est une solution impossible

Le trapèze atteint une aire de 2112 cm^2 au bout de **64** jours.

a) 1 pt : les 3 réponses sont correctes	1 pt

b) 1 pt : présence d'au moins 3 points dans la zone grisée du calque 1 pt : présence d'au moins 5 points dans la zone grisée du calque 1 pt : tous les points, mais au minimum 7, sont dans la zone grisée du calque Ne pas attribuer ce point si les points sont reliés à la règle. *Déduire 1 pt en présence d'une erreur de graduation.*	3 pts

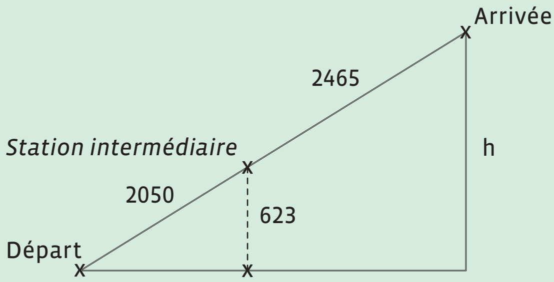
c) 1 pt : présence de l'écriture de la formule de l'aire d'un trapèze	1 pt

d) 1 pt : $\frac{x^2+2x}{2} = 2112$ ou expression cohérente avec c) 3 pts : capital de 3 pts pour la résolution d'une équation du degré 2, déduire un point par erreur. 1 pt : 64 Ne pas accorder ce point si l'élève ne mentionne pas qu'il faut écarter la réponse −66. *Une autre démarche possible est l'utilisation de la stratégie du tâtonnement réfléchi. La présence d'essais est nécessaire pour attribuer des points au raisonnement de l'élève.* *Si l'équation posée par l'élève est de degré 1, accorder au maximum 2 pts pour cette partie.*	5 pts

Télécabine **9 pts**

a) Temps de montée jusqu'à la station intermédiaire (en s) : $60 \cdot 6 + 50 = 410$
Distance parcourue jusqu'à la station intermédiaire (en m) : $410 \cdot 5 = 2050$
Temps de montée depuis la station intermédiaire (en s) : $60 \cdot 8 + 13 = 493$
Distance parcourue depuis la station intermédiaire (en m) : $493 \cdot 5 = 2465$
Différence d'altitude entre les stations de départ et intermédiaire (en m) : $1857 - 1234 = 623$

Nous sommes en présence de deux triangles rectangles semblables (un angle commun et une paire d'angles droits).



Nous avons donc l'égalité des rapports suivants :

$$\frac{h}{2050 + 2465} = \frac{623}{2050} \text{ d'où la dénivellation totale } = \frac{(2050 + 2465) \cdot 623}{2050} \cong 1372{,}12 \text{ m}$$

L'altitude de la station d'arrivée est donc de 1234 + 1372,12 = **2606,12** mètres

Il est aussi possible de déterminer la dénivellation entre les stations intermédiaire et d'arrivée.

Comme la dénivellation est proportionnelle à la longueur de la montée mais également à la durée du trajet, une résolution par proportionnalité est également possible.

Temps en s	Dénivellation en m
410	623
493	h

$h = 493 \cdot 623 : 410 \cong 749{,}12$ m
L'altitude de la station d'arrivée est donc d'environ 1857 + 749,12 = 2606,12 mètres

b) Distance horizontale entre les stations de départ et intermédiaire :

$\sqrt{2050^2 - 623^2} \cong 1953{,}04$

Pente moyenne : $\dfrac{623}{1953{,}04} \cong \mathbf{0{,}3190 \cong 31{,}90\ \%}$

Il est également possible de calculer la pente moyenne à l'aide du triangle formé par les stations de départ et d'arrivée ou celui formé par les stations intermédiaire et d'arrivée.

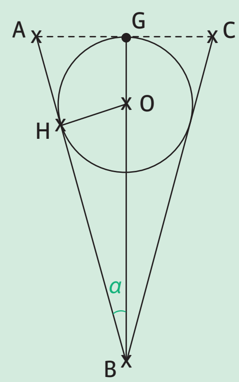
Une autre démarche consiste à utiliser la trigonométrie.

a) 1 pt : 410 1 pt : 493 1 pt : 623 1 pt : présence d'une écriture correcte d'un rapport des côtés de deux triangles semblables, d'un calcul de proportion, du théorème de Thalès ou d'un tableau de proportionnalité 1 pt : 1372,12 ou 749,12 ou réponse cohérente avec les calculs précédents 1 pt : 2606,12 ou réponse cohérente avec les calculs précédents *Ne pas accorder ce point si la précision au centième pour la réponse finale n'est pas respectée. L'arrondi au centième doit être correct pour attribuer ce point.*	6 pts

b) 1 pt : présence d'une écriture correcte utilisant le théorème de Pythagore ou d'un rapport de trigonométrie 1 pt : 1953,04 ou réponse cohérente avec les calculs précédents 1 pt : 0,32 ou 31,90 %	3 pts

Boule de glace — 7 pts

La boule étant tangente au cône, le triangle OHB est rectangle en H.



$\alpha = 34 : 2 = 17°$

OH = OG = 2,5 cm

On peut déterminer BO par trigonométrie : $\sin(17°) = \dfrac{2{,}5}{BO}$ d'où

$BO = \dfrac{2{,}5}{\sin(17°)} = 8{,}5507... \cong 8{,}55$ cm

Hauteur BG du cône $BG = 11{,}0507... \cong 11{,}05$ cm

On peut déterminer le rayon AG du cône également par trigonométrie :

$\tan(17°) = \dfrac{AG}{BG}$ d'où AG $\cong \tan(17°) \cdot 11{,}0507... = 3{,}3785... \cong 3{,}38$ cm

Volume du cône : $\dfrac{(3{,}3785...)^2 \cdot \pi \cdot 11{,}0507...}{3} \cong 132{,}0939...$ cm^3

Le volume du cône est de **132,09 cm^3**.

Dans un souci de clarté, 4 décimales ont été présentées ici pour plusieurs grandeurs.

L'élève qui arrondit tous les résultats trouve un volume légèrement supérieur de 132,20 cm^3.

1 pt : présence de l'angle droit en H. 1 pt : présence d'une écriture correcte utilisant un rapport de trigonométrie *Ne pas attribuer ce point en présence d'une fausse égalité.* 1 pt : 8,55 1 pt : 11,05 ou réponse cohérente avec les calculs précédents 1 pt : 3,38 ou réponse cohérente avec les calculs précédents 1 pt : présence d'une écriture correcte utilisant la formule du cône 1 pt : 132,09 cm^3 ou réponse cohérente avec les calculs précédents *Ne pas attribuer ce point si l'unité n'est pas présente.* *Ne pas pénaliser les erreurs d'arrondi pour cette activité.* Remarque : l'élève qui a placé l'angle droit en O ne peut obtenir au maximum que 5 pts.	7 pts

Angles — 6 pts

L'angle au centre d'un pentagone régulier vaut 360 : 5 = 72°

$\widehat{BOD} = 2 \cdot 72 = 144°$

En appliquant le théorème de l'angle inscrit* à $\widehat{BOD}$ (angle au centre de c_1) et $\widehat{BED}$ (angle inscrit dans c_1) qui interceptent l'arc de cercle $\overset{\frown}{BD}$, on a $\widehat{BED} = 144 : 2 = \mathbf{72°}$.

Une autre démarche possible est l'utilisation du triangle isocèle EAB :

$\widehat{EAB} = \dfrac{(5-2) \cdot 180}{5} = 108°$ car il s'agit de l'angle intérieur d'un pentagone régulier

$\widehat{AEB} = \dfrac{180 - 108}{2} = 36°$ d'où $\widehat{BED} = 108 - 36 = \mathbf{72°}$

En appliquant le théorème de l'angle au centre à $\widehat{EAB}$ (angle au centre de c_2) et $\widehat{EGB}$ (angle inscrit dans c_2) qui interceptent l'arc de cercle $\overset{\frown}{EB}$, on a $\widehat{EGB} = 108 : 2 = \mathbf{54°}$.

** Ce théorème est également connu comme théorème de l'angle au centre ou théorème essentiel sur les angles inscrits dans un cercle.*

Remarque : pour obtenir le maximum de points à cette activité, la présence écrite des propriétés est exigée. Des annotations sur le croquis ne sont pas considérées comme une justification suffisante. L'élève qui a déterminé les valeurs des angles sans écrire son raisonnement et ses calculs peut obtenir au maximum 3 pts à cette activité. 1 pt : présence du calcul de l'angle au centre d'un pentagone régulier ou présence de la propriété du triangle isocèle possédant deux angles isométriques 1 pt : $\widehat{BOD} = 144°$ ou $\widehat{AEB} = 36°$ 1 pt : présence de la propriété entre un angle inscrit et un angle au centre qui interceptent le même arc de cercle 1 pt : $\widehat{BED} = 72°$ 1 pt : présence du calcul de l'angle intérieur d'un pentagone régulier 1 pt : $\widehat{EGB} = 54°$	6 pts

Heptaèdre **6 pts**

Le développement comporte 7 faces : 3 carrés, 3 triangles rectangles isocèles et 1 triangle équilatéral. Hypoténuse d'un des trois triangles rectangles (en cm) : $\sqrt{9^2 + 9^2} \cong 12{,}73$ Les mesures en cm pour le développement à l'échelle 1 : 3 sont : $9 : 3 = 3$ $12{,}73 : 3 \cong 4{,}24$ Utiliser le calque annexé (non exhaustif) pour corriger la précision de la construction du développement.

1 pt : les sommets d'un carré tracé sont dans les zones grisées du calque 1 pt : trois carrés bien placés, leurs sommets sont dans les zones grisées du calque ou dimensions cohérentes entre les trois carrés 1 pt : les sommets d'un triangle isocèle rectangle sont dans les zones grisées du calque 1 pt : trois triangles isocèles rectangles tracés, leurs sommets sont dans les zones grisées du calque ou dimensions cohérentes entres les polygones tracés 1 pt : les sommets du triangle équilatéral tracé sont dans les zones grisées du calque ou cohérent avec les polygones tracés 1 pt : les sept faces sont bien placées et toutes les paires de segments formant une même arête de l'heptaèdre sont composées de segments isométriques *Un dessin en perspective rapporte au maximum 1 pt si les sommets d'une des faces se trouvent dans les zones grisées du calque.*	6 pts